माध्यमिक भौतिक विज्ञान

प्रथम भाग

(INTERMEDIATE PHYSICS)

Pt. I

बी० एन० कार

एम० ए० ; बी० एस-सी० ; एल-एल० बी०
प्रिंसिपल एंग्लो बेंगाली इंटर कॉलेज, इलाहाबाद

एवं

हरिश्चन्द्र सक्सेना

एम० एस-सी० (भौतिकी एवं गणित), एल-एल० बी०
अध्यक्ष, भौतिकी विभाग, सिटी ए० वी० कॉलेज, इलाहाबाद

ओरियन्ट लौंगमन्स

बम्बई कलकत्ता मद्रास नई दिल्ली

ओरियन्ट लौंगमन्स प्राइवेट लिमिटेड

17 चित्तरंजन एवेन्यू, कलकत्ता 13
निकोल रोड, बैलार्ड एस्टेट, बम्बई 1
36A माउंट रोड, मद्रास 2
24/1 कैन्सन हाउस, आसफ अली रोड, नई दिल्ली 1
गनफाउन्ड्री रोड, हैदराबाद 1
17 नाजिमुद्दीन रोड, ढाका

लौंगमन्स ग्रीन एण्ड कम्पनी लि०

6 और 7 क्लिफर्ड स्ट्रीट, लंदन डब्ल्यू 1
तथा
न्यूयार्क, टोरन्टो, केप टाउन एवं मेलबोर्न

प्रथम प्रकाशन, जून 1959

मूल्य सात रुपये पचास नये पैसे

मुद्रक : ब्रजलाल पाण्डेय, युनाइटेड कमर्सियल प्रेस लि०
1 राजा गुरुदास स्ट्रीट, कलकत्ता 6

प्रस्तावना

इस वैज्ञानिक युग में भौतिकी के अध्ययन का विशेष महत्व है। मातृभाषा हिन्दी में भी वैज्ञानिक साहित्य का सृजन होने लगा है। पर मौलिक साहित्य का अभी बहुत अभाव है, जिसकी पूर्ति के लिए महान् चेष्टा करनी होगी।

विज्ञान के अध्ययन की प्रारंभिक अवस्था में विषय के प्रति अभिरुचि उत्पन्न करने के लिये यह नितांत आवश्यक है कि जटिल तथ्यों का बोधगम्य भाषा में रोचक विवेचन हो। यह पुस्तक इंटरमीडिएट कक्षाओं के लिए लिखी गई है, और मूलतः सभी माध्यमिक परिषदों और विश्वविद्यालयों के पाठ्यक्रम का इसमें समावेश है। मौलिक तथ्यों के बहुमुखी विश्लेषण की ओर विशेष ध्यान दिया गया है। हमारा अनुभव है कि संकुचित मानसिक स्तर के कारण सामान्य विद्यार्थीगण संख्यात्मक प्रश्नों के प्रति निरुत्साही रहते हैं, जिससे आत्मविश्वास का संचार नहीं हो पाता। इसको दूर करने के लिए प्रत्येक अध्याय के अंत में कुछ विशिष्ट प्रश्नों को श्रेष्ठ विधि से हल किया गया है। गणितीय व्युत्पादनों को संक्षिप्त और पूर्ण बनाने का प्रयत्न किया गया है। यथासंभव केन्द्रीय सरकार द्वारा अनुमोदित पदावली को ही अपनाया गया है।

पुस्तक की उपयोगिता बढ़ाने के विषय में अपनी सम्मति प्रकट करने के लिए अध्यापक बंधुओं से हमारा विशेष आग्रह है। जो सज्जन पुस्तक के दोषों की ओर हमारा ध्यान आकृष्ट करेंगे, उनके हम विशेष आभारी होंगे।

यदि विषय के प्रति विद्यार्थियों में कुछ भी जिज्ञासा जागृत हुई, तो हम अपने प्रयास को सार्थक समझेंगे।

8 जुलाई 1959 —लेखक

विषय-सूची

प्रथम प्रकरण

सामान्य भौतिकी

द्वितीय प्रकरण

उष्मा

तृतीय प्रकरण

प्रकाश

अध्याय 1

विषय प्रवेश : इकाइयां और विमाएं

(Introduction : Units and Measurements)

हम अपनी इन्द्रियों द्वारा विभिन्न प्रकार के ज्ञान का उपार्जन करते हैं। ज्यों-ज्यों हमारा विकास होता जाता है, तैसे-तैसे उद्बोध की क्षमता बढ़ती जाती है। इन्द्रियों की अनुभूति से परे रहस्यों का उद्घाटन कल्पना का विषय है। इन्द्रिय-ज्ञान के क्रमबद्ध स्वरूप का नाम 'विज्ञान' है। पहले विज्ञान केवल कुछ विशेप विषयों तक सीमित माना जाता था। अब धीरे-धीरे वह जीवन के प्रत्येक अंग में प्रवेश कर रहा है।

प्राकृतिक विज्ञान (Natural Science), प्रकृति संबंधी सभी तत्वों से संबंध रखता है। जीव और निर्जीव यथार्थताएं मिलकर एक महान् आयोजन का सृजन करते हैं, जिसे प्रकृति कहते हैं। प्राकृतिक विज्ञान, जैविक और भौतिकीय, दो प्रकार के तथ्यों से मिल कर बना है। जैविक (Biological) विज्ञान का सम्बन्ध मुख्यत: चेतना और जीवन के विभिन्न स्वरूपों से है। भौतिकीय विज्ञान में निर्जीव जगत् का अध्ययन किया जाता है। इसे भौतिकी और रसायन विज्ञान में विभक्त किया गया है। हमारे पूर्वज प्राकृतिक दर्शन (Natural Philosophy) के अंतर्गत ज्योतिप, वनस्पति-विज्ञान, जन्तु-विज्ञान, रसायन, औपधि (Medicine), यांत्रिकी (Mechanics) आदि विभिन्न प्रकार के विज्ञानों का अध्ययन करते थे। अब ये सब शाखाएं स्वतंत्र रूप से विकसित हो रही हैं, यद्यपि एक दूसरे की सहायता से व्यापक सत्यों की प्रतिष्ठा हो रही है।

भौतिकी के अन्तर्गत हम पदार्थ जगत की विभिन्न क्रियाओं के तारतम्य का अध्ययन करते हैं। इसमें प्रमुखत: पदार्थों के ऊर्जा संबंधी स्वरूप का अन्वेपण किया जाता है। इसमें निम्न विपयों का समावेश है।

(i) सामान्य भौतिकी, जिसमें यांत्रिकी और पदार्थों के गुणों का अध्ययन किया जाता है।

(ii) उष्मा

(iii) ध्वनि

(iv) प्रकाश

(v) विद्युत् और चुम्बकत्व

(vi) आधुनिक भौतिकी—जिसमें परमाणु जगत् और सूक्ष्म कणों के रहस्यों का अध्ययन किया जाता है।

ज्ञान की वृद्धि के साथ, विज्ञान भी मौलिक (Fundamental) और व्यावहारिक (Applied) दो प्रकार के अंगों में विभक्त हो गया है। इनमें कोई विशेप आधारभूत अंतर नहीं। भौतिक विज्ञान में तथ्यों का मौलिक अन्वेषण किया जाता है;

व्यावहारिक विज्ञान में इनकी उपयोगिता, मानव-जीवन के विभिन्न अंगों के पोषण में कार्यान्वित की जाती है। गणित विज्ञान सबसे मौलिक है। वास्तव में वह हमारे अन्वेषणों का एक सुदृढ़ साधन है। आइन्स्टाइन के शब्दों में "गणित, प्रकृति की भाषा है।" जो विज्ञान जितना अधिक विकसित होता है, वह उतना ही गणित का आश्रय लेता है। भौतिकी में गणित, जटिल सत्यों के उद्‌घाटन में विशेष सहायक है। विकास की दृष्टि से हम विज्ञान की शाखाओं को यों क्रमबद्ध कर सकते हैं : (i) **भौतिकी,** (ii) **रसायन,** (iii) **जीव-विज्ञान,** (iv) **औषधि विज्ञान,** (v) **सामाजिक विज्ञान** (अर्थशास्त्र आदि)। ज्यों-ज्यों इनका स्वरूप समृद्ध होता जाता है, त्यों-त्यों मूल तथ्यों का अन्वेषण बढ़ता जाता है, जिसके लिये गणित प्रमुख साधन है।

इस परमाणु और स्पुटनिक के युग में, भौतिकी अपने स्वर्णयुग में पदार्पण कर चुकी है। साथ ही, कुछ मौलिक प्रश्नों का स्पष्ट उत्तर भी कठिन हो गया है। जटिलताओं के कारण एक विचित्र प्रकार की अनिर्धार्यता विज्ञान के क्षेत्र में आ गई है।

भौतिक राशियों की इकाइयां:—भौतिक राशियों को नापने के लिए इकाइयों की आवश्यकता होती है। ये दो प्रकार की होती है (i) मूल (Fundamental) और (ii) व्युत्पन्न (Derived)। सब प्रकार की इकाइयां लम्बाई, संहति (mass) और समय की इकाइयों से निकाली जा सकती हैं। इसलिये इन्हें मूल इकाई कहते हैं और अन्य इकाइयों को व्युत्पन्न (derived) कहते हैं। क्षेत्रफल, आयतन, बल आदि की इकाइयां व्युत्पन्न हैं।

वैज्ञानिक नाप में दो पद्धतियां अधिक काम में आती हैं—

(i) **मीट्रिक प्रणाली (सी० जी० एस० प्रणाली)**—इसकी उत्पत्ति फ्रांस में हुई थी। यह वैज्ञानिक कार्य में प्रमुख रूप से प्रयुक्त होती है। इसमें लम्बाई की इकाई, सेंटीमीटर, संहति की ग्राम और समय की इकाई सेकिंड है।

(ii) **ब्रिटिश (एफ० पी० एस०) प्रणाली**—इसमें लम्बाई की इकाई फुट, संहति की पौंड और समय की इकाई सेकिंड है। (1 फुट=12 इंच: 1 इंच =2·54 सें० मी०)।

वैज्ञानिक कार्य में प्रामाणिकता की बहुत आवश्यकता होती है। सें० मी० एक मीटर का शतांश होता है। प्रामाणिक मीटर, प्लैटिनम इरीडियम धातु की छड़ पर खुदी हुई दो लकीरों के बीच की दूरी है, जो कि पेरिस के निकट सेवर्स स्थान पर 'इन्टर-नेशनल ब्यूरो ऑफ वेट्स ऐंड मेजर्स' में रखी हुई है।

नोट :—मीट्रिक प्रणाली दशमलव की प्रणाली है।

इस प्रणाली में निम्न विशिष्ट मौलिक पद प्रचलित हैं :—

मेगा (Mega)	1,000,000	$=10^6$
मीरिया (Myria)	10,000	$=10^4$

किलो (Kilo)	1,000		$=10^3$
हेक्टो (Hecto)	100		$=10^3$
डेका (Deca)	10		$=10$
डेसी (Deci)	$\frac{1}{10}$	$=0{\cdot}1$	$=10^{-1}$
सेंटी (Centi)	$\frac{1}{100}$	$=0{\cdot}01$	$=10^{-2}$
मिली (Milli)	$\frac{1}{1,000}$	$=0{\cdot}001$	$=10^{-3}$
माइक्रो (Micro)	$\frac{1}{1,000,000}$	$=0{\cdot}000001$	$=10^{-6}$

इस अवस्था के अनुसार 1 मिलीग्राम $=\frac{1}{1000}$ ग्राम और 1 मिलीमीटर $=\frac{1}{1000}$ मीटर ।

संहति की प्रामाणिक इकाई 1 किलोग्राम है। यह एक प्लैटिनम इरीडियम धातु के बेलन की संहति है जो इन्टरनेशनल ब्यूरो ऑफ वेट्स ऐंड मेजर्स के पास सुरक्षित है। 4°C पर 1 घन डे०मी० शुद्ध पानी की संहति को इकाई बनाने के विचार से इसकी उत्पत्ति हुई। पर आजकल का प्रमाण इस उद्देश्य की पूर्ति नहीं करता।

समय की वैज्ञानिक इकाई, मध्यमान सौर सेकिंड (Mean Solar Second) है। किसी स्थान पर सूर्य के गोले का केन्द्र जिस कालान्तर में पुनः मध्याह्न पर प्रकट होता है, उसे मध्यमान सौर दिवस कहते हैं। यह कुछ कुछ बदलता रहता है, पर हर सौर वर्ष के बाद फिर वही चक्र चलता है। सौर वर्ष लगभग $365\frac{1}{4}$ दिवस के बराबर होता है। पूरे वर्ष के सौर दिनों का औसत मान **मध्यमान सौर दिवस** कहलाता है। इसके उपविभागों में ये संबंध हैं :—

24 घंटा = 1 दिवस, 60 मिनट = 1 घंटा, 60 सेकिंड = 1 मिनट ।

∴ 1 मध्यमान दिवस $=24\times60\times60=86,400$ मध्यमान सौर सेकिंड ।

(किसी स्थान पर मध्याह्न, उस स्थान पर से जाता हुआ उदग्र तल है। जब सूर्य मध्याह्न पर होता है, तो आकाश में उसकी स्थिति उच्चतम होती है। पृथ्वी के अपनी कीली पर घूमने के कारण सूर्य आकाश में एक सिरे से दूसरे तक जाता हुआ प्रतीत होता है।)

किसी भी नक्षत्र के दुबारा मध्याह्न पर आने का समय एक **नाक्षत्र दिवस** (Siderial day) कहलाता है। यह बिल्कुल निश्चित होता है, और मध्यमान सौर दिवस से करीब 4 मिनट छोटा होता है।

वास्तव में वैज्ञानिक प्रणाली एम० के० एस० प्रणाली है, क्योंकि उसकी प्राथमिक इकाइयां, मीटर, किलोग्राम और सेकिंड होती हैं। सी० जी० एस० प्रणाली इसका व्यावहारिक रूप है।

व्युत्पन्न इकाइयों की विमाएँ (Dimensions of Derived Units)—प्रत्येक व्युत्पन्न इकाई (चाहे वह किसी प्रणाली की हो) प्राथमिक इकाइयों के विभिन्न घातों

(Powers) के समायोजन से प्राप्त होती है; संकेतात्मक भाषा में प्रत्येक भौतिक राशि, को इकाई की दृष्टि से $L^x M^y T^z$ द्वारा व्यक्त कर सकते हैं। उदाहरण के लिए वेग किसी दूरी और तत्संगत काल का अनुपात है; उसे L/T या LT^{-1} द्वारा अभिसूचित कर सकते हैं (यहां $x=1, y=0, T-1$)। आयतन L^3 होगा (क्योंकि वह तीन लम्बाइयों के गुणनफल से व्यक्त किया जा सकता है, उनके संख्यात्मक मान चाहे कुछ भी हों)। यदि वेग को V और आयतन को V' द्वारा व्यक्त करें, तो हम लिख सकते हैं $[V]=[LT^{-1}]$ और $[V']=[L^3]$। इस प्रकार के समीकरण **वैम समीकरण** (Dimensional Equations) कहलाते हैं। इन समीकरणों के द्वारा हम भौतिकी के विभिन्न सूत्रों की सत्यता को परख सकते हैं। किसी भी समीकरण में दोनों ओर की विमाएं बराबर होना चाहिए। (वैम समीकरणों से हम संख्यात्मक गुणकों के औचित्य को नहीं परख सकते)। इन समीकरणों से हमको एक प्रणाली से दूसरी में परिवर्तन करने में भी सुविधा रहती है।

हल किये हुए प्रश्न

1. यदि घनत्व का मान 50 पौंड/फीट³ दिया हो, तो उसे पौंड/इंच³ और ग्राम/घन सें० मी० में परिणत करो।

$$\frac{50 \text{ पौंड}}{\text{फीट}^3}=\frac{50 \text{ पौंड}}{(12 \text{ इंच})^3}=\frac{50 \text{ पौंड}}{1728 \text{ इंच}^3}=0.02894 \text{ पौंड/इंच}^3$$

$$\frac{50 \text{ पौंड}}{\text{फीट}^3}=\frac{50\times 453.6 \text{ ग्राम}}{(30.48 \text{ सें० मी०})^3}=\frac{50\times 453.6}{30.48 \text{ सें० मी०}^3}$$

$$=0.8011 \text{ ग्राम/घन सें० मी०}$$

2. यदि v और f क्रमशः किसी पिंड के वेग और त्वरण हों, तो निम्न सूत्रों में, x, y और z का मान निर्धारित करो। (v और f की विमाएं क्रमशः $\frac{L}{T}$ और $\frac{L}{T^2}$ हैं)

$$v=f^x t \qquad s=\text{चली हुई दूरी}$$
$$s^y=\tfrac{1}{2}ft^z \qquad t=\text{तत्संगत समय}$$

पहले सूत्र से (विमाओं की दृष्टि से)

$$\frac{L}{T}=\left(\frac{L}{T^2}\right)^x T$$

अर्थात् $$LT^{-1}=L^x T^{1-2x}$$

$$\therefore x=1.$$

इसी प्रकार दूसरे सूत्र से,

$$L^y=(LT^{-2})T^z=LT^{z-2}$$

$$\therefore y=1, z-2=0$$

अर्थात् $$y=1, z=2$$

अभ्यास के लिये प्रश्न

1. प्राथमिक (Primary) और व्युत्पन्न (Derived) इकाइयों से क्या अभिप्राय है ? व्यावहारिक और परम इकाइयों में क्या अन्तर है ? उदाहरणों द्वारा समझाइए।
[पटना, 33]

2. क्या भौतिकी की सब राशियां, किन्हीं तीन मूल राशियों के द्वारा व्यक्त की जा सकती हैं ?
   प्रामाणिक मीटर, किलोग्राम और मध्यमान सौर दिवस का निर्धारण किस प्रकार किया गया है।

3. भौतिक मापों की माप के लिए मुख्य प्रचलित प्रणालियां क्या हैं, और उनमें पारस्परिक संबंध क्या हैं ? वैज्ञानिक दृष्टि से किसी प्रणाली का निर्माण करते समय किन बातों का ध्यान रखना आवश्यक है ?

4. मीट्रिक प्रणाली के उपसर्गों (Prefixes) को समझाओ। इस प्रणाली के लाभ क्या हैं ?

5. गौण (Secondary) इकाइयों की विमाओं (dimensions) पर एक टिप्पणी लिखिए।

6. एक घनफुट में कितने लिटर होंगे। एक घनफुट जल की संहति किलोग्राम और पौंडों में निकालो, यदि 1 लिटर = 1000 घन फुट।
(उत्तर, 28·31 लिटर; 28·31 किलोग्राम, 62·43 पौंड)

7. 11·4 ग्राम/घन सें० मी० के घनत्व को पौंड/फीट^3 और पौंड/इंच^3 में बदलो।
(उत्तर, 711·5, ·4118)

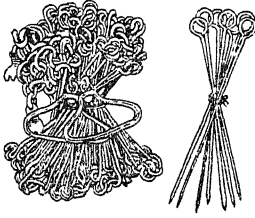
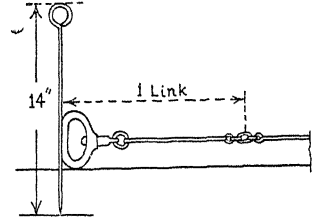
8. किसी आयतन V और क्षेत्रफल A के लिए निम्न सूत्र बताए जाते हैं :—
   $V = \pi rb$, πr^2b^2, πb^2r या πr^2b
   $A = \pi r^3$, πr^2, πrl (जहाँ b और l लम्बाइयां हैं)
   विमा समीकरणों की दृष्टि से कौन से व्यंजक तिरस्कृत किए जाने चाहिए ?)
(उत्तर, πrb, πr^2b^2, πr^3)

अध्याय 2

मौलिक मापें

(Fundamental Measurements)

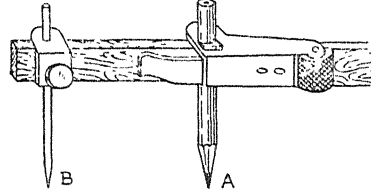
लम्बाई की माप--लम्बाई के मापन के साधन आवश्यकता के अनुसार भिन्न-भिन्न हो सकते हैं। क्षेत्रीय मापों (परीक्षण कार्य) आदि के लिए जंजीर और फीते का प्रयोग किया जाता है।

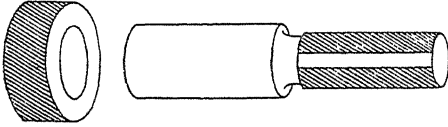
जंजीर सामान्यत: तीन प्रकार की होती है (i) गन्टर जंजीर जिसकी लम्बाई 66 फीट की होती है, (ii) 100 फीट की जंजीर, (iii) मीटर जंजीर। प्रत्येक जंजीर में 100 कड़ियां (links) होती हैं। किसी जंजीर के सिरे को चिह्नित करने के लिये एक तीर या पिन का प्रयोग किया जाता है। वह एक सुदृढ़ तार होता

चित्र 1 चित्र 1(a)

है, जिसका एक सिरा नुकीला और दूसरे पर फन्दा (loop) होता है; लम्बाई 14 इंच के लगभग होती है। जंजीर मोटे लोहे, या फौलाद के तार की बनी होती है। प्रत्येक कड़ी के सिरों पर लंबे फन्दे होते हैं और वह अगली कड़ी से तीन छोटी अंडाकार जंजीर की अंगूठियों (rings) द्वारा संबद्ध रहती है। बीच की अंगूठी के केन्द्र पर कड़ी का सिरा पड़ता है। जंजीर के सिरों पर पीतल के हत्थे रहते हैं, जो कड़ियों से संबद्ध रहते हैं। पहली कड़ी, हत्थे के पीछे वाले भाग से नापी जाती है। प्रत्येक दसवीं कड़ी पर एक पीतल का सूत्र लगा होता है।

फीतों का प्रयोग सामान्यत: जंजीर के आगे किसी दिशा में (अधिकतर लम्बात्मक दिशा में) लंबाई की माप लेने के लिए किया जाता है। फीते अधिकतर 50 फीट, 66 फीट और 100 फीट के होते हैं। उनके एक ओर फीटों और इंचों के चिह्न अंकित रहते हैं; दूसरी ओर 66 फीट के फीते में 100 कड़ियां बनी होती हैं। लोहे के फीते 62°F पर प्रामाणिक बनाए जाते हैं। इन्हें एक चपटे गोल चमड़े के बक्स में एक तकुए पर लपेटा जाता है। इन्हें खोलने के लिए एक ओर का कुछ भाग एक छेद में से

बाहर निकाला जाता है। निकले हुए भाग के सिरे पर एक पीतल की कड़ी रहती है, जो छेद में से नहीं निकाली जा सकती।

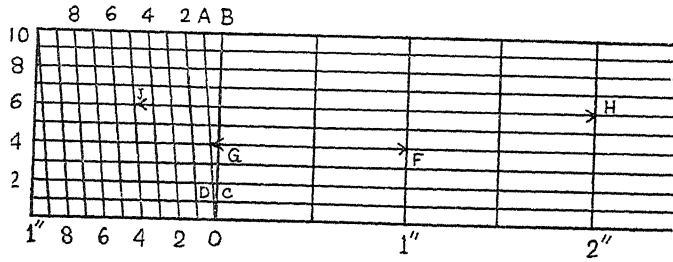
किसी मानचित्र पर साधारण लम्बाइयां **परकार** (Compass) से नापी जाती हैं। अधिक बड़ी लम्बाइयां **दंड परकारों** (Beam Compasses) द्वारा नापी जाती है। दंड के एक सिरे पर एक पेंसिल या कलम लगाते हैं, और दूसरा सिरा नुकीला रहता है। इन दोनों के बीच की दूरी को इस प्रकार नियंत्रित किया जाता है कि एक नोक किसी लम्बाई के एक सिरे पर और दूसरी नोक दूसरे सिरे पर पड़े।

चित्र 2

यदि दो एक प्रकार के धातु के टुकड़ों को एक सिरे पर चूल (hinge) द्वारा जोड़ दें और दूसरे सिरे को आवश्यकतानुसार मोड़ दें, तो ऐसे उपकरण की उत्पत्ति हो सकती है, जिसके द्वारा बाहरी अथवा भीतरी व्यास नाप लिया जाय। यदि नुकीले सिरे बाहर की ओर मुड़े हों, तो भीतरी व्यास, अन्यथा बाहरी व्यास निकाला जा सकता है। इन दोनों को संयोजित करने पर दोनों प्रयोजनों की सिद्धि हो सकती है। प्रयोग करते समय खुले सिरों को इतना फैलाया जाता है कि उनके बीच की दूरी नापी जानेवाली लम्बाई के बराबर हो जाय। फिर इस माप की किसी **प्रामाणिक गेज** (Gauge) से तुलना की जाती है। ढलाई और छिद्र बनाने के कार्य के लिए, पहले वाह्य और आंतरिक गेजों (Gauges) का व्यवहार किया जाता था। इनकी प्रामाणिक मापें 1/10,000 इंच तक शुद्ध होती थीं। कैलिपर्स को ठीक से बैठानेवाला गेज छांट लिया जाता है। इस प्रकार शुद्ध लम्बाई निकाल कर उसी हिसाब से पुर्जों की काट-छाँट की जाती है।

चित्र 3

आजकल बहुत से पुर्जों को बदलने की आवश्यकता पड़ जाती है। बहुत शुद्धता से ढालने के लिए **आंतरिक** और **वाह्य सीमा गेजों** (Limit gauges) का प्रयोग किय जाता है। इनमें दोनों ओर की विमाओं (dimensions) का अंतर इस प्रकार नियोजित होता है कि सूक्ष्मतम भेद प्रकट हो जाय।

प्रयोगशाला में लंबाइयों की सामान्य मापों के लिए **साधारण पैमानों** का प्रयोग किया जाता है। इन पैमानों से एक मिलीमीटर या $\frac{1}{8}''$ (अथवा $\frac{1}{16}''$) तक की शुद्ध माप मिलती है। ऐसे पैमाने लकड़ी या लोहे के होते हैं, जिनके एक किनारे पर इंच और

दूसरे पर सेंटीमीटर के चिह्न बने होते हैं। इनके किनारे प्रयोग से घिस जाते हैं। जिस लम्बाई को नापना होता है, उसका एक सिरा पैमाने के किसी चिह्न से संपातित करते हैं, और दूसरा सिरा किस चिह्न पर पड़ता है, यह देख लेते हैं। चिह्नों के पाठान्तर से लम्बाई निकाली जाती है। यदि दूसरा सिरा किसी एक निश्चित चिह्न पर न पड़कर दो चिह्नों के बीच में पड़े तो विशुद्ध पाठ अनुमान से ज्ञात करना पड़ेगा। यह अनुमान एक अल्प विभाग के आधे भाग से अधिक शुद्ध नहीं हो सकता।

कर्ण पैमाना (Diagonal Scale)—इस पैमाने से, विभक्तकों (Dividers) की सहायता से हम अपने पैमाने के सबसे छोटे खाने के दसवें भाग तक शुद्ध माप ले सकते हैं। मान लीजिए हम इंच के पैमाने का प्रयोग करते हैं। पैमाने के शून्य के पीछे, खानों की सीध में एक इंच लम्बाई को दस बराबर भागों में बांट देते हैं। 0 के चिह्न से पैमाने की सीध के लम्बवत् (चौड़ाई की दिशा में) एक रेखा डाल देते हैं और उसके सिरे

चित्र 4

से (अर्थात् पैमाने के दूसरे किनारे पर) पीछे की ओर 1 इंच लम्बाई को 10 समान भागों में बांट देते हैं। पैमाने की चौड़ाई को भी 10 बराबर भागों में बांटकर पैमाने के किनारों के समानान्तर रेखाएं खींच देते हैं। फिर पैमाने के 0 के चिह्न को दूसरे किनारे पर पीछे की ओर 1 के चिह्न से एक सरल (आड़ी) रेखा द्वारा मिला दो, पैमाने के किनारे के पीछे के 1 के चिह्न को दूसरे किनारे के 2 के चिह्न से मिला दो। इस क्रिया को जारी रखो और अंत में पैमाने के पीछे के 9 के चिह्न को दूसरी ओर के 10 के चिह्न से मिला दो। ये आड़ी रेखाएं, किनारे के समानान्तर खींची हुई रेखाओं से दस भागों में विभक्त हो जायेंगी। समान त्रिभुजों के विचार से 0–1 आड़ी रेखा पर पहले खाने का छोर चौड़ाई की दिशा में खींची गई रेखा OB से BA (दूसरे किनारे पर 0 और 1 के चिह्नों के बीच की दूरी) के $\frac{1}{10}$ भाग के बराबर दूरी पर होगी। इस रेखा पर दूसरे और तीसरे आदि खानों के छोरों की OB से दूरियां क्रमशः $2AB/10$, $3AB/10$ होंगी। आड़ी रेखा 4–5 पर छठे खाने के छोर की OB से दूरी स्केल की लम्बाई पर 0–4 दूरी (अर्थात् $4AB$) से कुछ अधिक होगी। यह अतिरिक्त लम्बाई, OA के छठे खाने के छोर की OB से दूरी अर्थात् $\frac{6}{10}$ AB के बराबर होगी।

इसलिये आड़ी रेखा 4–5 पर छठे खाने के छोर से OB की कुल दूरी $4AB+\frac{6}{10}AB$ के बराबर होगी।

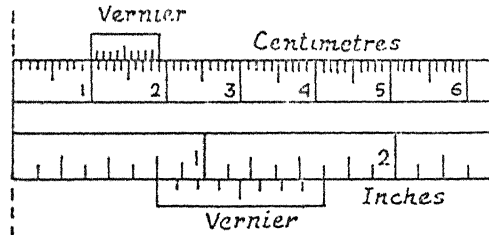
अब, ∵ $AB=\frac{1}{10}$ इंच इसलिये अभीष्ट दूरी, 4·6 AB=·46 इंच होगी।

इसलिये, यदि विभक्तकों (Dividers) की सहायता से कोई लम्बाई 2·46″ नापना हो, तो स्केल के किनारे पर पीछे चार खानों के बराबर दूरी गिन कर तत्संगत आड़ी रेखा पर 6 खानों की दूरी गिनते है। इस प्रकार निर्धारित विन्दु पर विभक्तक की एक नोक रखते है, और दूसरी नोक उस विन्दु पर रखते हैं जो OB के छठे चिह्न से पैमाने की दिशा में 2″ दूर हो। चित्र 4 में यह विन्दु H है।

वर्नियर (Vernier):—इस पैमाने का आविष्कार बेल्जियन गणितज्ञ पीयरे वर्नियर ने किया था। इसमें एक मुख्य पैमाने के साथ एक सहकारी पैमाने का आयोजन रहता है, जो मुख्य पैमाने को स्पर्श करता रहता है और उसपर खिसकाया जा सकता है। सहकारी पैमाने की सहायता से मुख्य पैमाने के खाने के भिन्नात्मक भाग का मान, नियत शुद्धता तक निर्धारित किया जाता है। किसी अतिरिक्त लंबाई को दो मूल लम्बाइयों के अन्तर के गुणजों (Multiples) में व्यक्त करके निकाला जाता है। यह मूलान्तर, सामान्यतः मुख्य पैमाने के एक खाने और वर्नियर के एक खाने के अन्तर के बराबर होता है, और इसे न्यूनतमांक कहते हैं। साधारण वर्नियर में मुख्य पैमाने का एक खाना वर्नियर के एक खाने से बड़ा होता है। ऐसे वर्नियर को धनात्मक कहते हैं। यदि मुख्य पैमाने का खाना, वर्नियर के खाने से छोटा हो, तो वर्नियर ऋणात्मक होगा।

कभी-कभी मुख्य पैमाने के कई खाने, वर्नियर के एक खाने से थोड़ा बड़े या छोटे होते हैं। यदि मुख्य पैमाने के r खाने, वर्नियर के एक खाने से थोड़ा न्यूनाधिक हों, तो न्यूनतमांक, मुख्य पैमाने के r खानों और वर्नियर पैमाने के एक खाने के अंतर द्वारा व्यक्त होगा। यदि वर्नियर का एक खाना, मुख्य पैमाने के r खानों से छोटा हो, तो वह धनात्मक कहा जाता है, अन्यथा वह ऋणात्मक होगा।

चित्र 5

साधारण प्रचलित रूप में एक लोहे की पटरी के एक किनारे पर मिलीमीटर के चिह्न बने होते हैं, और दूसरी ओर इंचों का स्केल रहता है जिसका प्रत्येक खाना $\frac{1}{16}$″ के बराबर होता है। सेंटीमीटर स्केल के सहवर्ती वर्नियर में 10 खाने और दूसरी ओर के वर्नियर में 8 खाने रहते हैं। इन वर्नियरों के न्यूनतमांक क्रमशः $\frac{1}{10}$ मि० मीटर और $\frac{1}{128}$ इंच हैं। यदि वर्नियर के n खाने मुख्य स्केल के $rn\mp 1$ खानों

के बराबर हों, तो वर्नियर के एक खाने का मान=मुख्य पैमाने के $rn \mp 1/n$ खानों का मान

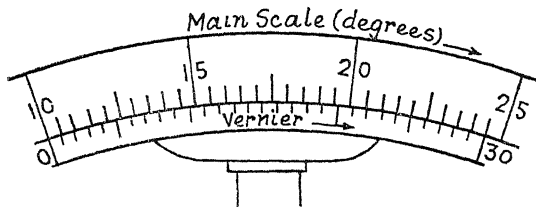
∴ न्यूनतमांक=मुख्य पैमाने के r खानों और वर्नियर के एक खाने का अन्तर

=मुख्य पैमाने के r खानों और $\frac{rn \mp 1}{n}$ खानों का अन्तर

$=\left(r \sim \frac{rn \mp 1}{n}\right) s$ यदि मुख्य पैमाने के एक खाने का मान s है।

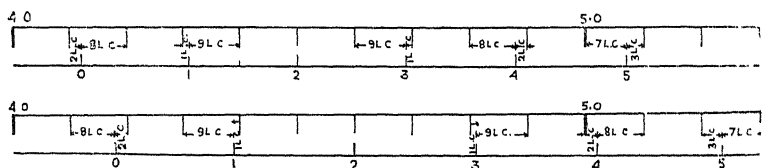
$=\frac{s}{n}$ लम्बाई की इकाइयां।

अस्तु, प्रत्येक वर्नियर में न्यूनतमांक का मान, मुख्य पैमाने के एक खाने की लम्बाई को वर्नियर के खानों की संख्या से भाग देने पर प्राप्त होता है।

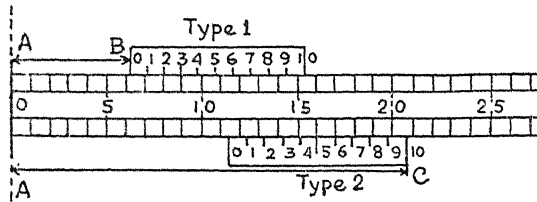
कुछ यंत्रों में कोणीय पैमाने के साथ कोणीय वर्नियर का प्रयोग किया जाता है। इनका भी सिद्धान्त वही है। इनका न्यूनतमांक मिनटों में(1 मिनट $=\frac{1^\circ}{60}$) व्यक्त किया जाता है।

चित्र 6

यदि वर्नियर के खानों की संख्या बढ़ा दी जाय तो न्यूनतमांक कम हो जाता है। इसके बजाय यदि मुख्य पैमाने के एक खाने का मान कम कर दिया जाय तब भी न्यूनतमांक कम हो जाता है। साधारण वर्नियर के खानों की संख्या को आधा करने और मुख्य पैमाने के एक खाने को दो में उपविभक्त करने पर जो व्यवस्था प्राप्त होगी, उसमें न्यूनतमांक वही रहेगा। इस स्थिति में वर्नियर के दो खानों और मुख्य स्केल के एक खाने का अन्तर न्यूनतमांक होता है। यदि साधारण वर्नियर में वर्नियर के खानों की संख्या स्थिर रख कर, मुख्य पैमाने का एक खाना दो में विभक्त कर दिया जाय, तो न्यूनतमांक आधा हो जायेगा।

इस प्रकार की व्यवस्था जिसमें वर्नियर का एक खाना प्रधान स्केल के एक खाने से किंचित न्यूनाधिक हो (यह अंतर मुख्य पैमाने के एक खाने से कम होना चाहिए) अर्ध-

चित्र 7

वर्नियर कहलाती है। उपयोग करते-करते जब खाने अस्पष्ट हो जाते हैं, तो सामान्य वर्नियर को अर्ध-वर्नियर की भांति रूपान्तरित किया जा सकता है।

किसी लम्बाई को नापने के लिए उसका एक सिरा मुख्य पैमाने के शून्य से मिला देते हैं और वर्नियर को खिसका कर उसका दूसरा सिरा, वर्नियर के शून्य से मिला देते हैं। वर्नियर के शून्य से पहले मुख्य पैमाने के चिह्न का पाठ लेते हैं। फिर यह देखते हैं कि वर्नियर के किस खाने का छोर मुख्य स्केल के किसी खाने के छोर से मिल रहा है। मान लो कि n खानों के वर्नियर के r वें खाने का छोर संपातित हो रहा है। अभीष्ट लम्बाई=मुख्य पैमाने के पाठ से व्यक्त लम्बाई+वर्नियर के पाठ द्वारा प्राप्त अतिरिक्त लम्बाई का मान, धनात्मक वर्नियर में $r\times$न्यूनतमांक और ऋणात्मक में $(n-r)\times$न्यूनतमांक होगा। (देखो चित्र 7)। ऋणात्मक वर्नियर में यदि वर्नियर के चिह्नों को उल्टी दिशा में (पीछे की ओर) अंकित करें तो वर्नियर के पाठ द्वारा अतिरिक्त लम्बाई के कलन में कोई अन्तर नहीं आता। इसलिए सुविधा के लिए वर्नियर पीछे से ही अंकित किया जाता है।

यदि काफी बड़ी लम्बाई नापना हो तो वर्नियर के अधिकतर भाग के स्केल के बाहर खिसक जाने की संभावना है। ऐसी स्थिति में धनात्मक वर्नियर पाठ न दे सकेगा। पुराने बैरोमीटरों में इसीलिए ऋणात्मक वर्नियर लगाते थे, जिससे मुख्य पैमाने के छोर तक का पाठ मिल सके।

चित्र 8

इसी प्रकार ऋणात्मक वर्नियर से बहुत छोटी लम्बाई नहीं निकाली जा सकती, क्योंकि इस स्थिति में वर्नियर का अधिकांश भाग मुख्य पैमाने के शून्य के पीछे खिसक जायेगा।

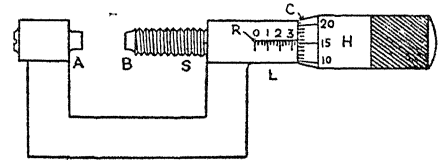
इसी सिद्धान्त पर खिसकवां कैलिपर्स (Sliding Callipers) की रचना की गई है। इसमें मुख्य पैमाना एक इस्पात ढांचे पर बना होता है और उसके लम्बवत् दो लोहे के जबड़े होते हैं। एक जबड़ा, पैमाने के छोर पर स्थिर रहता है, और दूसरा खिसक सकता है। खिसकवां जबड़े पर वर्नियर आयोजित रहता है और इसे एक ढिबरी से किसी अभीष्ट स्थल पर कसा जा सकता है। दोनों किनारों पर स्केल और वर्नियर की व्यवस्था रहती है, जिससे इच्छानुसार सेंटीमीटरों अथवा इंचों में पाठ लिया जा सकता है। खिसकवां जबड़े को आगे की ओर सरकाने से एक पत्ती बाहर निकल आती है, जिसका सिरा नुकीला होता है। यह गहराई निकालने के काम में आती है। कैलिपर्स की सहायता से निर्दिष्ट विधि द्वारा आंतरिक और बाह्य व्यासों का निर्धारण किया जाता है। जब दोनों जबड़ों को मिला देते हैं, तब दोषयुक्त व्यवस्था में मुख्य पैमाने और वर्नियर के शून्य संपातित (coincide) होना चाहिए। यदि नहीं होते, तो पाठ लेकर वर्नियर के शून्य का, मुख्य पैमाने के शून्य के सापेक्ष, विस्थापन ज्ञात कर लेते हैं। यदि

वर्नियर का शून्य आगे पड़ता है, तो यह शून्य त्रुटि धनात्मक, अन्यथा ऋणात्मक होगी। फिर जिस वस्तु की लम्बाई (या व्यास) नापना है, उसे जबड़ों में फंसाकर पाठ ले लेते हैं। परिशोधित पाठ को, व्यक्त पाठ में से शून्य त्रुटि घटा कर निकालते हैं।

माइक्रोमीटर स्क्रू (Micrometer Screw) :—यह यंत्र ढिबरी और पेंच के सिद्धान्त पर आधारित है। जब कोई पेंच किसी ढिबरी में बैठाकर चलाया जाता है, तो उसकी नोक द्वारा चली हुई रैखिक दूरी, पेंच के शीर्ष के घुमाव के समानुपाती होती है। एक पूरे चक्कर में पेंच जितनी दूरी चलता है, उसे पेंच का **चूड़ी–अन्तर**(pitch) कहते हैं।

चित्र 9

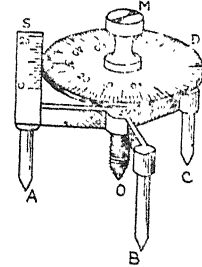
एक वृत्तीय पैमाना (जिसका व्यास अधिक होता है) जिसे माइक्रोमीटर शीर्ष कहते हैं, पेंच में लगा रहता है। यह बड़े व्यास का होता है, और पेंच जिस अक्ष पर घूमता है, उसकी सीध में एक रैखिक पैमाना रहता है। यह पैमाना सामान्यतः मिलीमीटरों में (अथवा अर्ध मिलीमीटर) में अंकित रहता है। पेंच की नोक एक अथवा दो चक्करों में पैमाने का एक खाना पूरा करती है। वृत्तीय पैमाने पर 50 या 100 भाग बने होते हैं। यदि चूड़ी अंतर p हो, और वृत्तीय पैमाना n विभागों में बंटा हो, तो न्यूनतमांक (अर्थात् वृत्तीय पैमाने के एक खाने का मान) $=p/n$

पेंच मापक (Screw Gauge):—इस यंत्र में एक स्थिर छड़ रहती है, जिसका एक सिरा समतल होता है। दूसरी चलनशील छड़ का सिरा भी समतल होता है और पहले वाले सिरे के सामने पड़ता है। दूसरी छड़ पर एक पेंच कटा रहता है और वह एक खोखले बेलन के भीतर कार्य करता है, जिसे हब (hub) कहते हैं। इसमें एक निर्देशक रेखा पर एक सीधा स्केल खुदा रहता है। पहली छड़ और बेलन, एक ही अक्ष पर एक सुदृढ़ धातु के U आकार के दंड के सिरों पर व्यवस्थित रहते हैं। पेंच को एक बड़े घर्षित शीर्ष (milled head) द्वारा चलाया जाता है, जो बेलन के बाहरी तल पर खिसकता है। पेंच-शीर्ष के सूक्ष्म नियंत्रण के लिए एक घर्षण-संग्रभ (friction clutch) का आयोजन रहता है। इसे धीरे-धीरे घुमाते हैं। जैसे ही स्थिर और चलनशील छड़ों के सिरे एक दूसरे का संस्पर्श करते हैं, तैसे ही वह फिसल जाता है। पेंच-शीर्ष के समतलित किनारे (levelled edge) पर एक गोल पैमाना खुदा रहता है, जो 50 या 100 बराबर भागों में बंटा रहता है।

चित्र 10

इस उपकरण द्वारा किसी तार का व्यास या धातु की प्लेट की मोटाई निकाली जाती है। पहले छड़ों के सिरे इस प्रकार मिलाए जाते हैं कि वे छू भर सकें। रैखिक और वृत्तीय पैमानों के पाठ से शून्य त्रुटि निकाली जाती है। यदि वृत्तीय पैमाने का शून्य,

रैखिक निर्देशक रेखा के नीचे पड़ता है, तो शून्य-त्रुटि धनात्मक, और यदि ऊपर पड़ता है, तो ऋणात्मक होगी। फिर पेंच को घुमाकर छड़ के सिरों के बीच की रिक्ति में प्रयोगात्मक वस्तु को सटा कर बैठा देते हैं। मान लो रैखिक पैमाने का पाठ x है, और वृत्तीय पैमाने का y वां चिह्न निर्देशक रेखा के सामने पड़ता है। इस समय संपूर्ण पाठ= $\left(x+y\frac{p}{n}\right)$। पेंच को बहुत नहीं कसना चाहिए। संशोधित पाठ, व्यक्त पाठ में से शून्य त्रुटि घटाने पर निकलता है।

पेंच को सदैव एक ही दिशा में घुमाना चाहिए। पेंच और ढिबरी के ढीलेपन के कारण विपरीत दिशाओं में बराबर घुमाने पर चली हुई दूरियां बराबर नहीं होतीं। इसके कारण एक अशुद्धि उत्पन्न हो जाती है, जिसे फिसलाव की भूल (backlash error) कहते हैं।

गोलायमान (Spherometer):—यह यंत्र भी मूलतः चूड़ी और ढिबरी के सिद्धान्त पर आधारित है। यह सामान्यतः कांच की प्लेटों की मोटाई निकालने और गोल तलों की वक्रता त्रिज्याएं निकालने के काम में आता है। यह तीन स्थिर पैरों (legs) पर टिका रहता है, जो एक समत्रिबाहु त्रिभुज के कोनों पर पड़ती हैं। ये पैर एक फ्रेम को साधे रहती हैं, जिसमें एक माइक्रोमीटर पेंच कार्य करता है, जिसका नुकीला सिरा, स्थिर पैरों से समान दूरी पर रहता है। इसके ऊपरी भाग में एक बड़ी गोल चकरी रहती है, और ऊपरी छोर पर एक घिसा हुआ शीर्ष रहता है। चकरी, परिधि पर 50 या 100 बराबर भागों में बंटी रहती है। फ्रेम के एक सिरे पर एक उदग्र रैखिक पैमाना रहता है, जिसके चिह्न, चकरी के किनारे के सन्निकट रहते हैं।

चित्र 11

प्रयोग करने से पहले चूड़ी-अन्तर और न्यूनतमांक निकाल लेते हैं। फिर यंत्र को किसी समतल दर्पण पर रखते हैं, और बीच के पैर को दर्पण में उसके प्रतिबिम्ब से संपातित कराते हैं। इस स्थिति में यंत्र की शून्य त्रुटि निकाल लेते हैं। उदाहरणार्थ, मान लो न्यूनतमांक $\frac{1}{100}$ मि० मी० है, और मुख्य पैमाने के एक खाने का मान 1 मि० मी० है। अब यदि चकरी का तल रैखिक पैमाने के नीचे की ओर चौथे और पांचवें खाने के बीच में पड़ता है, और चकरी के पैमाने का 42 का चिह्न, रैखिक पैमाने के लम्बवत् सीध में पड़ता है, तो संपूर्ण पाठ, $(-5+\frac{42}{100})$ मि० मी०$=-(4+\frac{58}{100})$ मि० मी० अर्थात् $-4\cdot58$ मि० मी० होगा। यदि चकरी का तल, रैखिक पैमाने के ऊपर पड़ता, और चकरी का पाठ पूर्ववत् 42 होता, तो संपूर्ण पाठ, $(4+\frac{42}{100})$ मि० मी० अर्थात् $4\cdot42$ मि० मी० होता।

अब जिस प्लेट की मोटाई निकालना हो, उसे दर्पण पर रख दो, और इस प्रकार

का आयोजन करो कि यंत्र के तीनों स्थिर पैर, समतल दर्पण पर ही रहें, और बीच की टांग पेंच द्वारा उठ कर प्लेट को संस्पर्श भर करे। अब फिर पूर्ववत् पाठ ले लो। इस पाठ में से शून्य त्रुटि (पूर्व पाठ) घटाने से वास्तविक मोटाई मालूम हो जाती है।

किसी गोलीय तल का अर्धव्यास निकालने के लिए, पहले तो यंत्र को किसी समतल दर्पण पर आयोजित करते हैं। दर्पण पर गोलीय धरातल को व्यवस्थित करके फिर बीचवाले पैर को उठा कर ऐसा आयोजन करते हैं कि तीनों स्थिर पैर समतल पर रहें, और बीचवाले पैर गोल धरातल पर पड़े। इस समय निर्दिष्ट विधि से पाठ ले लेते हैं। बीचवाले पैर को वक्र तल पर विभिन्न स्थितियों में रख कर मध्यमान पाठ लेना चाहिए। इसके पश्चात् वक्र तल को हटा कर शून्य त्रुटि निकाल लेना चाहिए। इस प्रकार वक्रतल के कारण उठी हुई ऊंचाई निकल आवेगी। अब यदि यह ऊंचाई h है, और स्थिर पैरों के बीच की मध्यमान दूरी a है, तो वक्रता अर्धव्यास निम्न सूत्र से निकलता है—

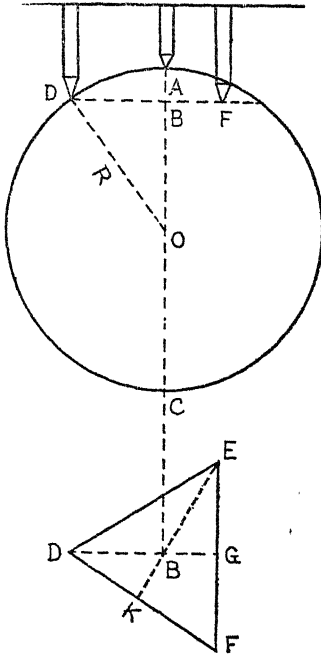
चित्र 12

$$R=\frac{a^2}{6h}+\frac{h}{2}$$

इस सूत्र का व्युत्पादन सरलता से हो सकता है।

चित्रानुसार, $OD^2=OB^2+BD^2$ यहां $AB=h$

$$\therefore \quad R^2=(R-h)^2+BD^2$$
$$=R^2-2Rh+h^2+BD^2$$
$$\therefore \; BD^2=2Rh-h^2$$

अब, $BD=\frac{2}{3}DG$ ($\because$ $\triangle DEF$, समत्रिबाहु है; इसलिये B, मध्यिकाओं का छेदन बिन्दु भी है।)

$$DG=\sqrt{DF^2-FG^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\therefore \; BD=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}a}{2}=\frac{a}{\sqrt{3}}$$

$\therefore \; BD^2=\frac{a^2}{3}=2Rh-h^2$ या $2Rh=\frac{a^2}{3}+h^2$, अर्थात् $R=\frac{a^2}{6h}+\frac{h}{2}$

किसी लैंस का संगमान्तर निकालने के लिए निर्दिष्ट विधि द्वारा दोनों तलों का वक्रता अर्धव्यास निकाला जाता है। फिर सूत्र $\frac{1}{f}=(\mu-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$ द्वारा f

का मान निकाला जा सकता है। यहां r_1 एवं r_2 के मान को उचित चिह्नों के साथ प्रयुक्त करना चाहिए (प्रकाश के अध्यायों को देखिए)।

सूत्र में सामान्यतः दूसरा पद इतने महत्व का नहीं होता, जितना पहला। यदि b का मान कम हो, तो R का मान अधिक होगा। b का न्यूनतम मान, न्यूनतमांक के बराबर होता है। $\therefore R_{max}=\frac{a^2}{6\times L.C}+\frac{L.C}{2}$ (यहां $L.C.$ न्यूनतमांक है)
जब b का मान अधिक होगा, तो दूसरे पद को नगण्य नहीं मान सकते। तब सूत्र को इस प्रकार व्यक्त करते हैं :—

$$R=\frac{a^2}{6b}+\frac{b}{2}=\frac{a^2+3b^2}{6b}=\frac{1}{6b}\{(a-\sqrt{3}b)^2+2\sqrt{3}ab\}$$

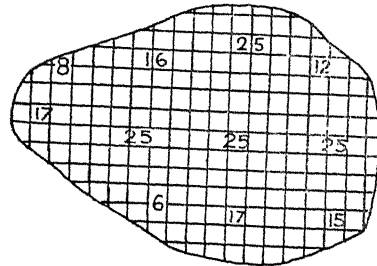
$$=\frac{(a-\sqrt{3}b)^2}{6b}+\frac{a}{\sqrt{3}}$$ पहले पद का न्यूनतम मान शून्य होगा।

तब $a=\sqrt{3}b$ या, $b=\frac{a}{\sqrt{3}}$ (स्थिर और चलनशील टांगों के बीच की दूरी)

$$\therefore \quad R_{min}=\frac{a}{\sqrt{3}}=b.$$

क्षेत्रफलों का निर्धारण :—किसी नियमित आकार के चित्र का क्षेत्रफल अधिक से अधिक दो रैखिक मापों के ज्ञान से निकाला जा सकता है। जैसे :—

त्रिभुज का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}$ आधार $\times$ लम्ब
आयत का क्षेत्रफल =लम्बाई $\times$ चौड़ाई
वृत्त का क्षेत्रफल $=\pi \times$ त्रिज्या^{2}

अनियमित चित्रों का क्षेत्रफल निकालने के लिए, चित्र को वर्गीकृत कागज पर बनाया जाता है। पहले समूचे वर्गों को गिन लेते हैं। फिर चित्र की सीमा से कटे हुए वर्गों का निरीक्षण करो। जो कटे हुए भाग, एक वर्ग के अर्धांश से कम हैं, उन्हें त्याज्य मान लो, और जो आधे से अधिक हैं, उन्हें पूरे वर्ग मान लो। जो ठीक अर्धांश हैं, उन्हें आधा वर्ग मान लो। इस प्रकार अनुमानित क्षेत्रफल केवल मोटे रूप से सत्य ठहरेगा।

चित्र 13

अधिक शुद्धता से क्षेत्रफल निकालने के लिए चित्र को गत्ते या धातु की पतली चादर पर बना लो, जिसकी मोटाई सर्वत्र सम हो। फिर उसमें से चित्र काटकर, तोल लो। उसी चादर से किसी आयत को काट कर तोल लो। आयत का क्षेत्रफल उसकी रैखिक विमाओं से निकाल लो। फिर, चित्र का क्षेत्रफल निम्न सूत्र से निकाल लो :—

$$\frac{\text{चित्र का क्षेत्रफल}}{\text{आयत का क्षेत्रफल}} = \frac{\text{चित्र का भार}}{\text{आयत का भार}}$$

क्षेत्रफल के विशुद्ध निर्धारण के लिए एक यंत्र प्लैनीमीटर (planimeter) का प्रयोग करते हैं।

आयतन का निर्धारण :—द्रवों के आयतन का निर्धारण करने के लिए अंशांकित बर्तनों का प्रयोग करते हैं। ये सामान्यतः अंशांकित बेलन, नपना फ्लास्क और ब्यूरेट होते हैं।

नियमित ठोसों के आयतन का निर्धारण अधिक से अधिक तीन रैखिक मापों के ज्ञान से हो सकता है। जैसेः—

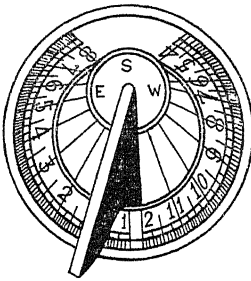
गोल का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

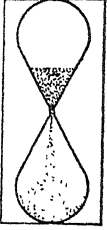
अनियमित ठोस का आयतन निकालने के लिए उसे एक अंशांकित बेलन में भरे द्रव (सामान्यतः जल) में डाल देते हैं। ठोस को डालने से द्रव तल कुछ उठ जाता है। आयतन में वृद्धि अंशांकित चिह्नों द्वारा मालूम कर ली जाती है।

आर्कमीदिस के सिद्धान्त द्वारा भी अनियमित ठोसों का आयतन निकाल सकते हैं। पहले ठोस को हवा में तोल लेते हैं। फिर पूरा डुबा कर जल में तोलते हैं। तोल में कमी से हटाए हुए पानी का भार मालूम हो जाता है। यदि *C.G.S.* प्रणाली का प्रयोग करें, तो हटाए हुए जल का आयतन भी इतना ही होगा। यही ठोस का आयतन है।

संहति की नाप :—यह नाप भौतिक तुला द्वारा की जाती है।

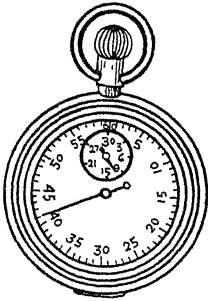
समय की माप :—प्राचीन काल में इसकी नाप के लिए एक **धूप घड़ी** का प्रयोग करते थे। इसमें एक क्षैतिज गोल बोर्ड होता है, जिसमें 1 से 12 तक के चिह्न बने होते हैं। बोर्ड पर उदग्र स्थिति में एक धातु की त्रिभुजाकार प्लेट उत्तर दक्षिण दिशा में व्यवस्थित रहती है। यह सूर्य की किरणों को व्याधित करती है। समय का ज्ञान, सूर्य की छाया की स्थिति से हो सकता है। दोपहर को यह छाया सबसे छोटी होती है, और सूर्योदय तथा सूर्यास्त के समय यह सबसे बड़ी होती है। दोपहर के समय इसकी दिशा बदल जाती है। इस व्यवस्था का उपयोग रात में या घनाच्छादित दिन में नहीं किया जा सकता है।

चित्र 14

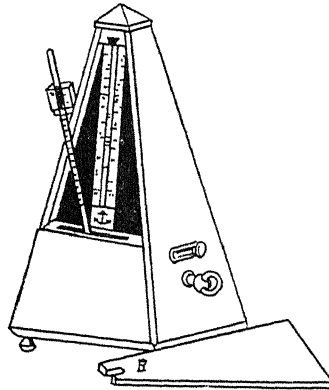
समय का निर्धारण करने के लिये **सैंड ग्लास** (Sand Glass) का भी उपयोग किया गया है। इसमें दो शंक्वाकार फ्लास्क रहते हैं, जो गर्दन पर एक पतले विवर द्वारा जुड़ रहते हैं। कुछ नपा हुआ रेत ऊपरी फ्लास्क में ले लेते हैं, और फिर नीचे

वाले फ्लास्क में उसके पूर्णतः खिसक जाने के समय को निकाल लेते हैं। इसको समय की इकाई माना जा सकता है।

चित्र 15

आजकल समय की माप के लिए विभिन्न प्रकार की घड़ियों का प्रयोग किया जाता है। बड़ी घड़ियों में सामान्यतः सेकिण्ड दोलक का प्रयोग होता है। इस दोलक का एक प्रेंख (एक सिरे से दूसरे सिरे तक की दूरी) एक सेकिंड में पूरी होती है। दोलक की गति, किसी उपयुक्त व्यवस्था द्वारा घड़ी की सुइयों तक प्रेषित होती है। ये सुइयां एक डायल पर चलती हैं, जो घंटे, मिनट, और सेकिंडों में अंकित रहती हैं। दोलक की ऊर्जा एक कमानी में चाबी देने से उत्पन्न होती है।

जेब घड़ी का भी मूलतः यही सिद्धान्त है। इसमें दोलक के स्थान पर एक तुला चक्र (balance wheel) रहता है, जो एक बालकमानी (hair spring) द्वारा नियंत्रित होता है। **क्रोनोमीटर** (chronometer) भी एक छोटी घड़ी होती है, जिसके द्वारा समय की नाप बहुत सूक्ष्मता से हो सकती है।

विराम घड़ियाँ :—ये दो प्रकार की होती हैं। (i) **छोटी विराम घड़ी** (Stop Watch)—इसमें एक बड़े गोल डायल पर 60 बराबर चिह्न बने होते हैं, जो सेकिंड के द्योतक होते हैं। इन पर एक सेकिंड की सुई चलती है। प्रत्येक सेकिंड के विभाग को 5 या 10 उपविभागों में विभक्त किया जाता है। एक छोटी मिनट की सुई, एक छोटे गोल डायल पर घूमती है, जो 60 भागों में बँटी होती है, जिनके द्वारा मिनट अभिसूचित होते हैं। ऊपर की मूठ (knob) को दबाने से सेकिंड की सुई चलने लगती है; दुबारा दबाने से वह रुक जाती है। इस प्रकार किसी घटना के घटित होने का समय निकाला जा सकता है।

चित्र 16

(ii) **बड़ी विराम घड़ी** (Stop clock) :—यह भी उसी सिद्धान्त पर कार्य करती है। इसमें ऊपर की ओर घड़ी में से एक छड़ निकली रहती है। जब छड़ को बायीं ओर ढकेल देते हैं, तो घड़ी चलने लगती है, दाहिनी ओर खिसकाने से वह रुक जाती है। एक तीसरी सुई को बाहर से नियंत्रित किया जा सकता है। घड़ी चलाना प्रारंभ करते समय उसे सेकिंड की सुई पर व्यवस्थित कर देते हैं। वह वहीं रुक कर प्रारंभ के समय को लक्षित करती है।

चित्र 17 **मेट्रोनोम**

मेट्रोनोम (Metronome) :—इस उपकरण को एक घटिका क्रम से नियंत्रित किया जाता है। इसमें प्रत्येक प्रेंख (swing) के पश्चात् टिक-टिक की आवाज सुनाई देती है। दोलक की छड़ पर एक खिसकवां भार की स्थिति, इच्छानुसार बदल कर टिक-टिक करने का समय बदला जा सकता है। [देखिये चित्र 17]

हल किये हुए प्रश्न

1. एक धनात्मक अर्ध-वर्नियर का न्यूनतमांक ·02 मि० मी० है। यदि प्रधान पैमाने के सबसे छोटे खाने का मान $\frac{1}{2}$ मि० मी० हो, तो वर्नियर के कुल खाने प्रधान पैमाने के कितने खानों से संपातित होंगे ?

मान लीजिए वर्नियर के कुल खानों की संख्या n है।

$$\therefore\ L.C=\frac{s}{n}=\frac{\frac{1}{2}}{n} \text{ मि० मी०} = \cdot 02 \text{ मि० मी०}$$

$$\therefore\quad n=\frac{1}{2\times\cdot 02}=\frac{1}{\cdot 04}=25$$

तत्संगत प्रधान पैमाने के खानों की संख्या $= 2n-1=2\times 25-1=49$.

अस्तु, वर्नियर के 25 खानों का मान, प्रधान पैमाने के 49 खानों के बराबर है।

2. एक गोलायमान (spherometer) के पेंच में प्रति सें० मी० 20 दाँत होने के बजाय 20·01 दांत हैं। इसकी चकरी पर 500 खाने बने हैं। समतल काँच की प्लेट पर गोलायमान रखने पर इस पर ·005 मि० मी० पढ़ा जाता है। अब एक नन्हीं, सी वस्तु की मोटाई इस यंत्र द्वारा नापने पर ·542 मि० मी० पढ़ी गई, तो उसकी सही मोटाई ज्ञात करो।

$$\text{व्यक्त चूड़ी-अन्तर} = \frac{1}{20} \text{ सें० मी०} = \frac{1}{2} \text{ मि० मी०} = \cdot 5 \text{ मि० मी०}$$

$$\text{व्यक्त मोटाई} = (\cdot 542 - \cdot 005) \text{ मि० मी०}$$

$$= \frac{\cdot 537}{\cdot 5} \times \text{व्यक्त चूड़ी-अन्तर}$$

$$\therefore\quad \text{वास्तविक मोटाई} = \frac{\cdot 537}{\cdot 5} \times \text{वास्तविक चूड़ी-अन्तर}$$

$$= \frac{\cdot 537}{\cdot 5} \times \frac{10}{20\cdot 01} \text{ मि० मी०} = \cdot 5367 \text{ मि० मी० (लगभग)।}$$

प्रश्नावली

1. वर्नियर का सिद्धान्त क्या है ? विकर्ण (diagonal) पैमाने और वर्नियर में कौन अधिक श्रेष्ठ है और क्यों ?
2. एक वर्णक्रममापक के वृत्ताकार स्केल का सबसे छोटा खाना ·5 अंश का है। इस पर लगे हुए वर्नियर के 30 खाने वृत्ताकार पैमाने के 29 छोटे खानों के बराबर हैं। बतलाओ कि वर्नियर नियतांक कितना है। (**उत्तर,** 1 मिनट)

3. ऋणात्मक वर्नियर (Negative Vernier) से क्या अभिप्राय है ? इसका व्यवहार पुराने बैरोमीटरों में क्यों किया जाता था ?
4. अर्ध-वर्नियर (Half-Vernier), सामान्य वर्नियर से किस प्रकार भिन्न होता है ? कौन अधिक श्रेष्ठ होता है, और क्यों ?

   दो वर्नियर कैलिपरों के न्यूनतमांक क्रमशः 1 और 2 के अनुपात में हैं। यदि उनमें वर्नियर के खानों की संख्या क्रमशः 10 और 20 हो, तथा पहले कैलिपर्स में प्रधान पैमाने के एक उपविभाग का मान $\frac{1}{4}$ मि० मी० हो, तो दूसरे के उपविभाग का मान क्या होगा ? (**उत्तर**, 1 मि० मी०)

5. पेंच और ढिबरी (Nut and Screw) का सिद्धान्त क्या है ? पेंचमापक (Screw Gauge) और गोलायमान (Spherometer) मूलतः किन बातों में भिन्न हैं ? शून्य-त्रुटि क्या है, और उसे किस प्रकार निर्धारित करते हैं ?
6. गोलायमान की रचना और क्रिया-प्रणाली पर प्रकाश डालिए। उसकी सहायता से किसी लैंस का संगमान्तर कैसे ज्ञात करोगे ? [**यू० पी० बोर्ड**, '48]

   एक गोलायमान के तीनों बाहरी पैर एक समत्रिबाहु त्रिभुज के कोनों पर पड़ते हैं, जिसकी भुजा 4 सें० मी० है। उत्तल धरातल पर जब यह गोलायमान साधा गया, तो इस पर ·321 मि० मी० पढ़े गये, तो इस धरातल की वक्रता के अर्धव्यास का मान निकालो। (**उत्तर**, 83·0897 सें० मी०)

7. किसी गोल तल की वक्रता गोलायमान से किस प्रकार निकालोगे ? [**मध्यभारत**, '51]
   यदि एक शीशे (वर्तनांक 1·5) के उत्तल लैंस के वक्रता अर्धव्यास, क्रमशः 15 सें० मी० और 60 सें० मी० हों, तो लैंस का संगमान्तर निकालो [**यू० पी० बोर्ड**, '57]
   (**उत्तर**, 24 सें० मी०)
8. गोलायमान द्वारा कम से कम और अधिक से अधिक कितना वक्रता अर्द्धव्यास निकाला जा सकता है ? क्या पृथ्वी का अर्धव्यास इसके द्वारा निकाला जा सकता है ?

   एक गोलायमान के पेंच के अन्दर प्रति इंच 50 दांत हैं। यदि इस यंत्र द्वारा कम से कम ·0001 इंच तक नापना अभीष्ट हो, तो इसकी चकरी के वृत्त की परिधि को कितने भागों में विभाजित करना होगा ? (**उत्तर**, 200 भाग)

9. कागज की पर्त पर किस प्रकार किसी अनियमित चित्र का क्षेत्रफल ज्ञात करोगे ?
10. अनियमित आकार के किसी ठोस का आयतन कैसे ज्ञात करोगे ?
    (**कलकत्ता**, '17, '29; **ढाका**, '32)

अध्याय 3

गतिविज्ञान (Kinematics)

गति संबंधी समीकरण :—मान लीजिए कोई पिंड समान त्वरण से एक सरल रेखा में जा रहा है। तत्सम्बन्धी गति की परामितियां (parameters) नीचे निर्दिष्ट की गई हैं :—

u—प्रारंभिक वेग (initial velocity)
v—अंतिम (t समय के पश्चात्) वेग (final velocity)
f—त्वरण (acceleration)
t—चाल का समय (duration of motion)
s—चली हुई दूरी (distance described)

हम जानते हैं कि $v-u/t=f$; $\therefore$ $v=u+ft$. ... ... (1)

चली हुई दूरी s = मध्यमान वेग $\times t$ जब कि मध्यमान वेग, आधे समय के अन्त का (अर्थात् $t/2$ सेकिंड) के अंत का वेग है; क्योंकि इसके 1 सेकिंड पहले वेग जितना न्यूनाधिक था, उतना ही अधिक अथवा न्यून 1 सेकिंड बाद का वेग (वर्तमान वेग के सापेक्ष) होगा। इसी प्रकार इसके r सेकिंड पहले वेग जितना न्यूनाधिक रहा होगा, r सेकिंड बाद वेग उतना ही अधिक अथवा न्यून होगा। (यदि पूर्वकालीन वेग न्यून हो, अर्थात् त्वरण धनात्मक हो, तो उत्तरकालीन वेग अधिक होगा)।

यह ध्यान देने योग्य बात है कि आधे समय के पश्चात् सामान्यतः ($f \mp 0$) चली हुई दूरी, आधी दूरी से कम ($f>0$), अथवा अधिक ($f<0$) होगी।

$\therefore$ मध्यमान वेग $=u+f. t/2$. (एक, दो, तीन......सेकिंडों के पश्चात् वेग क्रमशः $u, u+f, u+2f,\ldots$ हैं। इसी प्रकार $t/2$ सेकिंड के पश्चात् वेग $v=u+f\frac{t}{2}$

$$\therefore\ s=\left(u+f.\right)\frac{t}{2}t=ut+\tfrac{1}{2}ft^2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2—a)$$

यदि t वें सेकिंड में चली हुई दूरी s_t ज्ञात करना हो, तो t सेकिंड में चली हुई दूरी s में से $(t-1)$ सेकिंड में चली हुई दूरी s' घटा दो।

$$s=ut+\tfrac{1}{2}ft^2 \text{ और } s'=u(t-1)+\tfrac{1}{2}f(t-1)^2$$

$$\therefore\ s_t=s-s'=u\{t-(t-1)\}+\tfrac{1}{2}f\{t^2-(t-1)^2\}$$

$$=u+\tfrac{1}{2}f\{t^2-(t^2-2t+1)\}$$

$$=u+\tfrac{1}{2}f(2t-1) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2-b)$$

यह सूत्र (2–a) का ही एक रूप है। केवल इसकी व्यावहारिकता के कारण इसे स्वतंत्र रूप दिया गया है।

हम जानते हैं कि $v=u+ft$

$$\therefore\ v^2=(u+ft)^2=u^2+2uft+f^2t^2$$

$$=u^2+2f(ut+\tfrac{1}{2}ft^2)=u^2+2fs \quad (3)$$ सूत्र (2) के आश्रय से

न्यूटन के गति के नियम

न्यूटन ने 1886 में तीन मौलिक सिद्धान्तों का प्रतिपादन किया। ये गति-विज्ञान तथा खगोल-विज्ञान के कर्णधार हैं। ये नियम नीचे उद्धृत किए जाते हैं:—

(1) प्रत्येक पिंड अपनी विश्रामावस्था, अथवा सरल रेखा में एक समान गति में उस सीमा तक बना रहता है, जहांतक उसे किसी वाह्य साधन द्वारा अवस्था परिवर्तन के लिए बाध्य नहीं किया जाता।

(2) संवेग (Momentum) परिवर्तन की दर अध्यारोपित बल के समानुपाती होती है, और यह परिवर्तन सदैव बल की दिशा में क्रियात्मक होता है।

(3) प्रत्येक क्रिया के सहवर्ती एक समान, विपक्षी प्रतिक्रिया होती है।

प्रथम नियम का पूर्वांश हमको पिंडों की स्वाभाविक प्रवृत्ति का बोध कराता है। पदार्थों में स्वयमेव अवस्था परिवर्त्तन की कोई प्रेरणा नहीं होती। यही जड़ता का सिद्धान्त (Principle of Inertia) है। विश्रान्ति का पोषक जड़त्व, विश्राम-जड़त्व (Inertia of Rest) एवं गत्यात्मक स्वरूप का संधारक जड़त्व, गत्यात्मक जड़त्व (Inertia of Motion) कहलाता है। इस नियम का दूसरा अंश हमको मूलतः बल के मापात्मक (quantitative) स्वरूप का दिग्दर्शन कराता है। प्रथम नियम वास्तव में गुणात्मक (qualitative) है। पर इसमें वह व्यापक सत्य निहित है, जिसका विशद् प्रतिपादन द्वितीय नियम में किया गया है। द्वितीय नियम में पहले नियम की परिपाटी का सुदृढ़ एवं असंदिग्ध स्पष्टीकरण किया गया है।

विश्राम जड़त्वः—इसके परिचायक कुछ उदाहरण दिए जाते हैं।

(1) यदि कोई मनुष्य घोड़े पर सवार हो, और घोड़ा अचानक चल पड़े तो मनुष्य का नीचे का भाग घोड़े के साथ गतिशील हो जाता है, पर ऊपरी धड़ में गति संचार होने में कुछ देर लगती है। इससे मनुष्य पर पीछे को झटका लगता है। यही बात कार अथवा गाड़ी में सवार व्यक्ति के लिए लागू है।

(2) ऊनी कपड़ों के रंध्रों में गर्द इकट्ठा हो जाती है। किसी डंडे के प्रहार से कपड़ा गतिशील हो जाता है और धूल के कण विश्रांतिजड़त्व के कारण ठहरे रहते हैं। इससे उनका संपर्क टूट जाता है।

(3) खिड़की के कांच पर पत्थर मारने से वह चूर-चूर हो जाता है, पर गोली

दागने पर हम देखते हैं कि गोली एक गोल स्पष्ट छिद्र बना कर पार निकल जाती है। पत्थर में कम गति होने के कारण उसकी गति न्यूनाधिक रूप में सारे शीशे के तल पर संचारित हो जाती है। गोली द्रुतगामी होने के कारण संघात-स्थल को चीरती हुई पार हो जाती है, और निकटवर्ती क्षेत्र अप्रभावित रह जाता है।

(4) किसी उदग्र स्थान पर एक खोखले प्याले को स्थापित करो और उसे एक ताश के पत्ते से ढक दो। इसके निकट धातु की एक कमानी आधार पर उत्थापित करो और उसका दूसरा सिरा संधृत कर लो। इस सिरे को उन्मुक्त करने पर कमानी पत्ते से जाकर टकराती है। संघात से पत्ता नीचे गिर जाता है, पर गेंद प्याले में चली जाती है।

गत्यात्मक जड़त्व:—(1) यदि चलता हुआ घोड़ा अचानक रुक जाय तो सवार का नीचे का भाग तो रुक जाता है, पर ऊपरी अंग ठहरने में कुछ देर लगती है। इसलिए सवार पर आगे को झटका लगता है।

(2) चलती गाड़ी से उतरने वाले व्यक्ति पर आगे को झटका लगता है।

(3) किसी चौड़े नाले को लांघने के लिए दूर से भाग कर आना होता है जिससे गति प्राप्त होने के कारण लांघने की क्षमता बढ़ जाती है।

द्वितीय नियम:—इसके अनुसार, संवेग-परिवर्तन की दर लगाए हुए बल के समानुपाती होती है। संवेग, पिंड की संहति एवं वेग से संबद्ध एक गुण है जिसकी प्रमाप इन दोनों के गुणनफल से की जाती है, अर्थात् संवेग=संहति $\times$ वेग। मान लीजिये u तथा v प्रारंभिक एवं अन्तिम वेग (t सेकिंड के पश्चात्) हैं, पिंड की संहति m है तथा P, आरोपित बल है। संवेग–परिवर्तन $=mv-mu=m(v-u)$

द्वितीय नियम के अनुसार $P \propto m(v-u)/t \propto mf$ ($\because m$ स्थिर है) यहां $f=(v-u)/t$ वेग-परिवर्तन की दर है जिसे त्वरण (acceleration) कहते हैं। वेग की इकाई सें० मी० प्रति सेकिंड अथवा फुट प्रति सेकिंड है। इसलिए त्वरण जो इसकी दर है, सें० मी० प्रति सेकिंड अथवा फीट प्रति सेकिंड प्रति सेकिंड में व्यक्त किया जाता है।

अस्तु $P/mf = k$ (स्थिरांक)

$\therefore$ $P=kmf$ जहाँ 'k' एक स्थिरांक है, जिसे स्वेच्छानुसार चुना जा सकता है। यदि बल की इकाई इस प्रकार निर्धारित की जाय कि इकाई बल के कारण इकाई संहति में इकाई त्वरण उत्पन्न हो, तो $1=k\times 1\times 1$ या, $k=1$, और $P=mf$ सूत्र को इस सुविधाप्रद रूप में लाने के लिए सर्व सम्मति से बल की इकाई इस प्रकार निर्णीत की गई है कि सी०जी०एस० (C.G.S.) प्रणाली में यह इकाई 1 डाइन और एफ० पी० एस० (F. P. S.) प्रणाली में यह 1 पाउंडल होती है।

अस्तु, एक डाइन का बल वह बल है जो 1 ग्राम संहति में 1 सें० मी० प्रति सेकिंड प्रति सेकिंड का त्वरण उत्पन्न कर दें, और एक पाउंडल का बल वह बल है, जो 1 पौंड संहति में 1 फुट प्रति सेकिंड प्रति सेकिंड का त्वरण उत्पन्न कर दे। (यदि बल पौंड वेट में दिया हो तो सूत्र में प्रयोग करने से पहले उसे पाउंडल में परिणत करना चाहिए। सूत्र $W=mg$ से स्पष्ट है कि 1 पाउंड वेट$=g(32)$ पाउण्डल। यहां W, वस्तु का भार है।

नोट:—यदि किसी पिंड का वेग 20 फुट प्रति सेकिंड है, तो 1 फुट प्रति सेकिंड प्रति सेकिंड त्वरण होने पर, एक सेकिंड बाद उसका वेग 21 फीट प्रति सेकिंड और 2 सेकिंड बाद यह वेग 22 फीट प्रति सेकिंड हो जायगा।

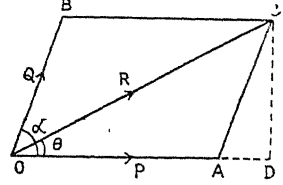
बल की परिभाषा से स्पष्ट है कि बल का मूल लक्षण त्वरण उत्पन्न करना है। यदि वेग स्थिर है, तो कोई बल कार्य नहीं करता। यह बात विचित्र सी प्रतीत होती है जब रेलगाड़ी पर कोई बल नहीं कार्य करता, तो रेलगाड़ी चलती कैसे है? इसका उत्तर यह है कि विश्रामावस्था से गति लाने में बल लगाना पड़ता है, पर एक निश्चित् गति प्राप्त करने पर बल समाप्त हो जाता है। इंजिन का भारवाही बल घर्षण आदि के रोधक बलों के बराबर होने पर इन सबका सामूहिक प्रभाव बलशून्यता में व्यक्त होता है। यदि त्वरण ऋणात्मक हो, अर्थात् अवमन्दन (retardation) होता हो, तो बल-रोधात्मक होगा। वह वेग का पोषक नहीं; उसकी चेष्टा वेग कुंठित करने में सहायक होगी।

बलों की भौतिक स्वतंत्रता का सिद्धान्त (Principle of Physical Independence of Forces)—द्वितीय नियम के अंतिम अंश में कहा गया है कि संवेग का परिवर्तन बल की दिशा में होता है। यदि पिण्ड पर कई बल एक साथ कार्य कर रहे हों, तो किसी का प्रभाव, दूसरे बलों के कारण संशोधित नहीं होगा। प्रत्येक बल अपनी दिशा में संवेग-परिवर्तन उत्पन्न करने की चेष्टा करेगा। इन सब सामूहिक चेष्टाओं के समन्वय से संपूर्ण प्रभाव ज्ञात किया जा सकता है। प्रत्येक बल का अपना व्यक्तित्व है, जिसमें दूसरे बलों के विशिष्ट व्यक्तित्व की कोई छाप नहीं पड़ती। इन सब व्यक्तित्वों के पूर्ण रूपेण संयोजन से एक विशाल व्यक्तित्व का उदय होता है जो पिंड में एक निश्चित गतिविधि उत्पन्न करता है। यह बलों की भौतिक स्वतंत्रता का सिद्धान्त है।

यदि जहाज के मस्तूल से पत्थर गिरने दिया जाय तो वह मस्तूल के आधार पर एक निश्चित् समय में आ गिरेगा, चाहे जहाज गतिशून्य हो अथवा किसी निश्चित या अनिश्चित गति से चल रहा हो। प्रक्षेपण के समय पत्थर की जो क्षैतिज गति होती है, वह गिरने के समय तक अक्षुण्ण बनी रहती है। यह गति जहाज की क्षैतिज गति के बराबर है। इसलिए क्षैतिज दिशा में जहाज के सापेक्ष पत्थर की गति शून्य है। पतन-काल केवल ऊंचाई पर निर्भर होता है। पतन, गुरुत्व-बल के कारण होता है, जो उदग्र दिशा में कार्य करता है। क्षैतिज गति का उस पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

चलते हुए जहाज में गेंद सदैव लौटकर उसी स्थल पर आती है, यद्यपि जहाज आगे बढ़ता है ।

बलों का चतुर्भुज नियमः—यदि दो बल P एवं Q, α कोण बनाते हुए किसी पिंड पर आरोपित हों, तो उनका परिणामी बल R, मान और दिशा में सरलता से निकाला जा सकता है ।

यदि दो बलों को समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाओं द्वारा निर्दशित किया जाय तो लब्ध बल (resultant) तदनुरूप कर्ण द्वारा मान और दिशा में निर्दशित होगा।

चित्र 18

चित्र में OA और OB एक समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएं है, जो क्रमशः P और Q को निर्दशित करती है। परिणामी बल R, OC द्वारा निर्दशित होगा। रचना के समय यह ध्यान रखना चाहिए कि दोनों बल O से अपसृत (diverge) हों। यदि कोई बल संसृत हो रहा हो, तो उसकी क्रिया-रेखा को O के दूसरी ओर बढ़ा कर उतनी ही लम्बाई दूसरी ओर काट लेनी चाहिए। इस प्रकार प्राप्त आसन्न भुजाओं का लब्ध बल भी O से अपसृत होगा।

C से OA अथवा उसके विस्तार पर CD लंब डालिए।

चित्रानुसार $OC^2=(OD^2+CD^2)$ (पाइथैगोरस के प्रमेय से)

$$=(OA+AD)^2+CD^2$$
$$=OA^2+2OA.AD+AD^2+CD^2$$
$$=OA^2+2OA.AD+AC^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(i)}$$

मान लो कि परिणामी CO, OA से Q कोण बनाता है।

$$\therefore \tan\theta=\frac{CD}{OD}=\frac{CD}{OA+AD} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$$

अब, $\because AD=AC\cos\alpha=Q\cos\alpha$

और $CD=AC\sin\alpha=Q\sin\alpha$

$\therefore$ समीकरण (i) और (ii) से,

$R^2=P^2+2PQ\cos\alpha+Q^2$, अर्थात् $R=\sqrt{P^2+2PQ\cos\alpha+Q^2}$

और $\tan\theta=\dfrac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$ अर्थात् $\theta=\tan^{-1}\dfrac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$

(1) यदि बल लम्बात्मक हों, तो $\alpha=90^\circ$

$$\therefore R=\sqrt{P^2+2PQ\cos 90+Q^2}=\sqrt{P^2+Q^2}$$

और $\tan \theta = \dfrac{Q \sin 90}{P + Q \cos 90} = \dfrac{Q}{P}$ $\quad (\because \cos 90 = 0, \ \sin 90 = 1)$

(2) यदि बल, मात्रा में बराबर हों, अर्थात् $P = Q$, तो

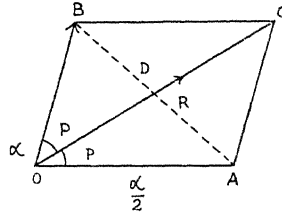
$$R = \sqrt{P^2 + 2P.P\cos\alpha + P^2}$$

$$= \sqrt{2P^2(1 + \cos\alpha)} = \sqrt{4P^2 \cos^2 \alpha/2} = 2P\cos\alpha/2$$

और $\tan \theta = \dfrac{P \sin\alpha}{P + P\cos\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = \dfrac{2 \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \alpha/2}$

$= \dfrac{\sin\alpha/2}{\cos\alpha/2} = \tan\dfrac{\alpha}{2}$; $\quad \therefore \ \theta = \dfrac{\alpha}{2}$ [गणितीय सूत्र के अनुसार θ के अन्य मान भी होंगे पर वे चित्रानुसार संभव न होंगे।]

अन्यथा बराबर बल होने से समान्तर चतुर्भुज, विषमभुज चतुर्भुज (rhombus) में परिणत हो जाता है। इस स्थिति में $OC = 2OD = 2OA \cos\alpha/2$ (क्योंकि दोनों कर्ण, AB तथा OC लम्बात्मक हैं, और चतुर्भुज के कोणों के अर्धक हैं।)

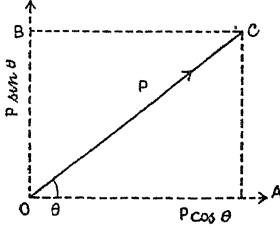
$\therefore \ R = 2P\cos\alpha/2$

चित्र 19

यदि किसी पिंड पर कई बल आरोपित हों, तो पहले किन्हीं दो का परिणामी निकालते हैं। फिर इस परिणामी को तीसरे बल से संयुक्त करते हैं। इस प्रकार अन्य बलों के साथ क्रिया दुहराते जाने पर अंतिम परिणामी का मान और दिशा ज्ञात की जा सकती है।

समान्तर चतुर्भुज का नियम उन सभी राशियों के योग में व्यवहार्य है, जिनमें परिमाण और दिशा दोनों हों। ऐसी राशियों को दैशिज (Vector) राशियाँ कहते हैं। इसके विपरीत वे राशियां, जिनमें केवल परिमाण सम्भव हो, अदैशिज (Scalar) कहलाती हैं। ये राशियां बीजगणितीय रूप से जोड़ी जा सकती हैं।

नोट:—कभी-कभी एक ही सरल रेखा में दिशा उलटने को अभिज्ञान (Sense) में परिवर्तन कहा जाता है। इस विचार से दिशा में परिवर्तन तभी समझा जाता है, जब क्रिया-रेखा बदले। इस संकुचित अर्थ में दैशिज राशियों में परिमाण, दिशा और अभिज्ञान (Magnitude, direction and sense) तीनों का होना अनिवार्य है।

बलों का संश्लेषण (Resolution of Forces)—जिस प्रकार हम दो बलों को मिलाकर एक संयुक्त बल की रचना कर सकते हैं, उसी प्रकार एक बल को दो अवयवों (Components) में विभक्त कर सकते हैं। सामान्यतः इस प्रकार का विभाजन सुविधानुसार दो लंबात्मक दिशाओं में करते हैं।

(i) **लंबात्मक दिशाओं में अवयव** :—मान लो कि कोई बल P, किसी निर्दिष्ट दिशा से θ कोण बनाता है। यदि बल OC द्वारा व्यक्त हो, तो उसके अवयव क्रमशः OA और OB द्वारा व्यक्त होंगे। (चित्र 20)

चित्र 20

चित्र 21

$$OA = OC \cos\ \theta = P\cos\theta$$

$$OB = OC\ \sin\theta = P\cos\theta$$

(ii) **किन्हीं दो दिशाओं में बलों के संश्लिष्ट भाग** (Resolved parts):—

मान लो कि बल, OA और OB से क्रमशः α और β का कोण बनाता है (चित्र 21)। यदि CD, OA पर लम्बात्मक हो, तो,

$$CD = OC \sin\ COA = AC \sin\ CAD$$

$$\therefore\ \frac{OC}{\sin CAD} = \frac{AC}{\sin COA}$$

इसी प्रकार A से OC पर लम्ब को दो प्रकार से व्यक्त करने पर

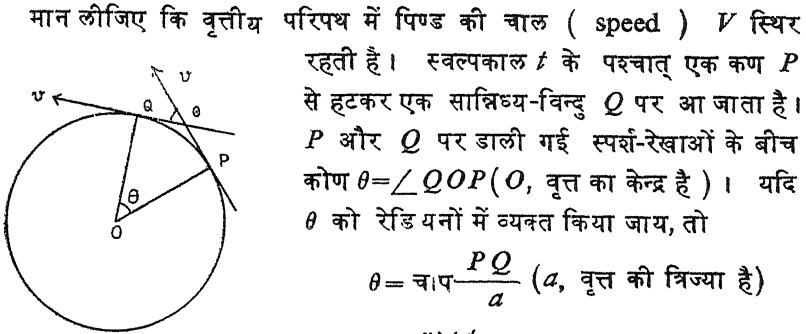
$$\frac{AC}{\sin COA} = \frac{OA}{\sin ACO}$$

अस्तु,
$$\frac{OC}{\sin CAD} = \frac{OA}{\sin ACO} = \frac{AC}{\sin COA}$$

यदि संश्लिष्ट भाग क्रमशः P_1 और P_2 हों, तो यह यह सूत्र इस रूप में प्रकट हो सकते हैं :—

$$\frac{P}{\sin\ (\alpha+\beta)} = \frac{P_1}{\sin\ \beta} = \frac{P_2}{\sin\ \alpha}$$

$$\therefore\ P_1 = P.\ \frac{\sin\ \beta}{\sin\ (\alpha+\beta)},\ \ P_2 = \frac{P \sin\ \alpha}{\sin\ (\alpha+\beta)}$$

वृत्तीय गति (Circular Motion):—जब कोई पिंड सरल रेखा से विचलित होता है, तो अवश्य वक्रता-केन्द्र की ओर कोई आकर्षक बल क्रियात्मक होता है, अन्यथा जड़त्व के कारण यह दिशा नहीं बदल सकता।

मान लीजिए कि वृत्तीय परिपथ में पिण्ड की चाल (speed) V स्थिर रहती है। स्वल्पकाल t के पश्चात् एक कण P से हटकर एक सान्निध्य-विन्दु Q पर आ जाता है। P और Q पर डाली गई स्पर्श-रेखाओं के बीच कोण $\theta = \angle QOP$ (O, वृत्त का केन्द्र है)। यदि θ को रेडियनों में व्यक्त किया जाय, तो

चित्र 22

$$\theta = \text{चाप}\frac{PQ}{a} \; (a, \text{ वृत्त की त्रिज्या है})$$

$$= \frac{v \times t}{a}$$

Q पर वेग v को, P की स्पर्श-रेखा की दिशा, तथा उसकी लम्बात्मक दिशा में विभक्त किया जा सकता है। ये अवयव, क्रमशः $v \cos\theta$ और $v \sin\theta$ होंगे।

$\therefore$ केन्द्र (PO की ओर) की दिशा में त्वरण

$= \dfrac{v \sin\theta - 0}{t}$ (क्योंकि प्रारंभ में अर्थात् P पर PO दिशा में कोई वेग नहीं है।)

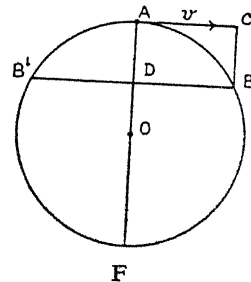
$= \dfrac{v\theta}{t}$ (लगभग) $\because$ जब θ का मान बहुत कम होता है तो $\sin\theta = \theta$ और $\cos\theta = 1$

$= \dfrac{v \times vt/a}{t} = \dfrac{v^2}{a}$. P पर स्पर्श-रेखा की दिशा में त्वरण

$= \dfrac{v\cos\theta - v}{t} = \dfrac{u - v}{t} = 0$, अर्थात् स्पर्श-रेखा की दिशा में कोई त्वरण कार्य नहीं करता। समस्त त्वरण, केन्द्र की ओर अभिमुख है। इसलिए यह दिशा परिवर्तन करता रहता है।

नोट:—चाल एक अदैशिज (scalar) राशि है, पर वेग (velocity) एक दैशिज (vector) राशि है। यदि कोई पिंड समान चाल से किसी वक्रपथ में चल रहा हो, तो उसका वेग बदल जायगा, क्योंकि चाल की दिशा बदल रही है।

वृत्तीय गति के सूत्र का दूसरे ढंग से व्युत्पादन :—

मान लो कोई पिंड, किसी वृत्तीय मार्ग में A से चल कर t समय में B तक पहुंचता है। A पर चाल की दिशा AC है, जो व्यास AF के लंबात्मक होगी। (B से A की स्पर्श रेखा पर लम्ब का चरण, C है।) यदि कोई त्वरण न होता, तो t समय में पिंड, A से B पर पहुंचने की बजाय, C पर पहुंच जाता।

चित्र 23

मान लीजिए, B से AC के समान्तर रेखा

AF को D बिन्दु पर काटती है।

$\therefore$ ज्यामिति के अनुसार, $AD. DF=BD. B'D$ (BD रेखा बढ़ाने पर वृत्त को दूसरे बिन्दु B' पर काटती है)

अस्तु, $AD. DF=BD^2$. ($\because B'D=BD$)

यदि f अभीष्ट त्वरण है, तो,

$$AD=0.t+\frac{1}{2}ft^2 \text{ (समीकरण } s=ut+\frac{1}{2}ft^2 \text{ से)}$$

$$=\frac{1}{2}ft^2$$

$$BD=AC=vt.$$

$$\therefore AD(2a-AD)=BD^2$$

या, $AD.2a-AD^2=BD^2$

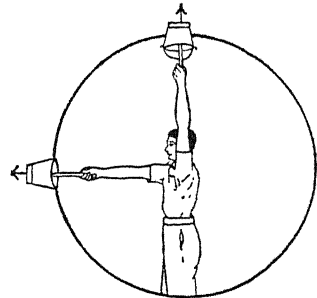
अर्थात् $AD. 2a=BD^2$ (AD^2 को त्याज्य मान कर)

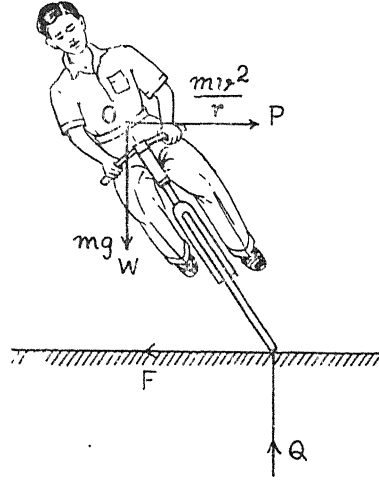
$$\therefore \frac{1}{2}ft^2. 2a=v^2t^2$$

या $$f=\frac{v^2}{a}$$

केन्द्राभिसारी और केन्द्रापसारी बल (Centripetal and Centrifugal Forces)—जब कोई पिंड किसी वृत्त में v गति से चलता है, तो उसके केन्द्र की ओर उस पर एक त्वरण कार्य करता है, जिसकी मात्रा v^2/r है। इसलिये पिंड पर केन्द्र की ओर एक बल कार्य करेगा, जिसकी मात्रा mv^2/r है। इस बल को केन्द्रापसारी बल कहते हैं। यह बल किसी अन्य वस्तु द्वारा लगाया जाता है। न्यूटन के तीसरे नियम के अनुसार, एक समान और विपक्षी बल, प्रतिक्रिया के स्वरूप इस अन्य वस्तु पर लगेगा (अर्थात् यह केन्द्र से बाहर की ओर कार्यान्वित होगा।) इसे केन्द्रापसारी बल कहते हैं। यह ध्यान देने योग्य है कि ये दोनों बल एक ही पिंड पर कार्य नहीं करते। यदि किसी पत्थर के टुकड़े को डोरे में बांध कर किसी वृत्तीय मार्ग में घुमाया जाय, तो पत्थर के टुकड़े पर केन्द्र की ओर बल लगेगा, और हाथ पर बाहर की ओर झटका लगेगा। इन दोनों बलों का मान डोरे के तनाव के बराबर होगा। यदि अचानक डोरा काट दिया जाय, तो केन्द्राभिसारी बल और तद्-जनित केन्द्रापसारी बल दोनों नष्ट हो जायेंगे, और गति के जड़त्व के कारण पत्थर स्पर्श-रेखा की दिशा में चलता रहेगा।

चित्र 24

एक छोटी बालटी में पानी भर कर उसे एक ऊर्ध्व तल में वृत्तीय मार्ग में तेजी से घुमाने से देखा जा सकता है कि जल बिल्कुल नहीं गिरता। इस स्थिति में बालटी पर केन्द्राभिसारी बल कार्य करता है और उसमें भरे हुए जल पर केन्द्र से बाहर की

ओर बल कार्य करता है। बालटी की ऊर्ध्वाधिर स्थिति में केन्द्रापसारी बल, पानी के भार की विपरीत दिशा में कार्य करेगा। एक निश्चित् गति से अधिक होने पर केन्द्रापसारी बल, भार से अधिक होगा और पानी नहीं गिर सकेगा।

किसी वक्र पथ में चलते समय साइकिल पर बैठे हुए सवार को अपने शरीर को केन्द्र की ओर झुकाना पड़ता है। किसी क्षणिक स्थिति (instantaneous position) में सवार और साइकिल से मिल कर बने संयुक्त पिंड पर ये बल कार्य करेंगे (i) सवार और मशीन का कुल भार $W\ (=mg)$, जो पिंड के गुरुत्व केन्द्र से नीचे की ओर कार्य करेगा (ii) केन्द्रापसारी बल$=mv^2/r$, यहां v चाल है और r वक्र-पथ का वक्रता अर्धव्यास (iii) घर्षण का बल F. यह बल संभाव्य गति की दिशा के विपरीतात्मक होगा (iv) पृथ्वी की प्रतिक्रिया का उदग्र भाग R. अंतिम दोनों बलों से मिल कर पृथ्वी की प्रतिक्रिया बनी है जो मशीन के फ्रेम के तल तथा R और F मे निर्धारित तल की छेदन रेखा पर पड़ती है। यदि पृथ्वी की प्रतिक्रिया R' मान लें और यदि सवार ऊर्ध्वाधिर से θ कोण बनाए तो,

चित्र 25

$$R'\cos\theta=R \quad \text{एवं} \quad R'\sin\theta=F \quad \text{अर्थात्} \quad \tan\theta=\frac{F}{R}$$

क्षैतिज संतुलन के लिए $F=P=mv^2/r$ एवं $R=W=mg$

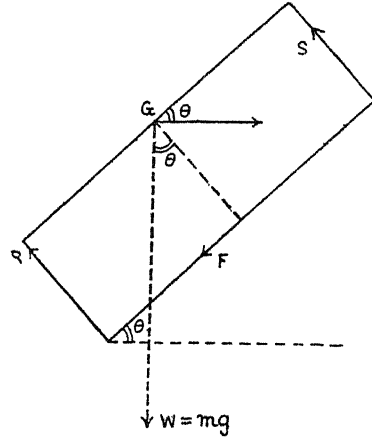
$$\therefore \quad \tan\theta=\frac{mv^2/r}{mg}=\frac{v^2}{rg}$$

नोटः—हम क्षणिक संतुलन (instantaneous equilibrium) की अवहेलना करके यह मान सकते हैं कि संतुलन केवल उदग्र दिशा में है, और क्षैतिज दिशा में केवल घर्षण का बल कार्य करता है, जिसके फलस्वरूप केन्द्र की ओर त्वरण v^2/r होता है। क्षैतिज बल $F=mv^2/r$ संतुलित नहीं होता। समीकरण वही रहेगा और हम उसी परिणाम पर पहुंचेंगे। वास्तव में स्थैतिज और गतिज दोनों प्रकार की विचारणाओं से इस प्रकार की समस्या को समझा जा सकता है। इस प्रकार की तुल्यता (equivalence), डे आलेम्बर्ट (d'Alembert) के सिद्धान्त से प्रकट होती है, जिसके अनुसार, प्रभावकारी बल, आरोपित बलों के बराबर होते हैं (Effective forces are equal to impressed forees)।

रास्तों का मोड़ (Banking of tracks)—जब किसी मोटरकार को किसी वक्र मार्ग में चलाना हो, तो मार्ग को पृथ्वी के तल से इस प्रकार मोड़ दिया जाता है कि ढाल, वक्रपथ के केन्द्र की ओर हो। इस स्थिति में प्रतिक्रिया का उदग्र अवयव, भार को संतुलित करता है, और क्षैतिज अवयव केन्द्रापसारी बल को उत्पन्न करता है।

जब कोई रेलगाड़ी किसी क्षैतिज वक्र मार्ग में चलती है, तो पटरियों के चपटे सिरों (flanges) से संस्पर्श के कारण, वक्रमार्ग के केन्द्र की ओर एक त्वरण उत्पन्न होता है, जिससे वक्र मार्ग में चलना संभव होता है। इस कारण एक भयंकर घर्षण बल उत्पन्न होता है, और पटरियां शीघ्र घिस जाती हैं। इस घर्षण को रोकने के लिए बाहरी पटरी को इतना उठा दिया जाता है कि पटरियों की अभिलंब प्रतिक्रिया का क्षैतिज अवयव, वक्र पथ के वक्रता केन्द्र की ओर अभीष्ट त्वरण उत्पन्न करता है, और ऊर्ध्वाधिर अवयव, गाड़ी के भार को संभालता है।

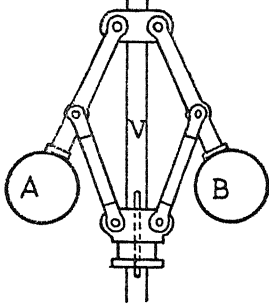
चित्र 26

मान लीजिए स्लीपर्स के ढाल की दिशा में उत्पन्न पटरियों की प्रतिक्रिया F है। अस्तु नीचे की ओर सम्पूर्ण बल $=F+W\sin\theta$ ($\because$ W को दो अवयवों में विभक्त किया जा सकता है; एक स्लीपर्स के ढाल की दिशा में और दूसरा अभिलम्ब की ओर)

इस दिशा में त्वरण $F=\frac{v^2}{r}\cos\theta$ $\therefore$ $F+W\ \sin\ \theta=\frac{mv^2}{r}\cos\ \theta$ अभीष्ट स्थिति वह है, जब $F=0$ तो $mg\ \sin\theta=mv^2/r\ \cos\theta$ ।

$\therefore$ $\tan\ \theta=v^2/r$ अस्तु, स्लीपर्स को सूत्र द्वारा व्यक्त कोण पर उठाना चाहिए। यह कोण भिन्न-भिन्न गतियों के लिए भिन्न-भिन्न होगा। स्लीपर्स के ढाल को मध्यमान गति के अनुसार निर्धारित किया जाता है।

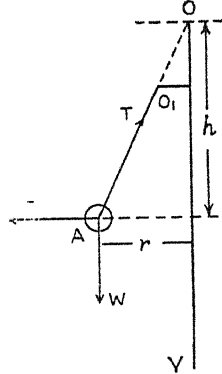
मलाई पार्थक (Cream Separator)—एक निश्चित आयतन की मलाई की संहति, उसी आयतन के दूध की संहति से कम होती है। केन्द्रापसारी बल का मान, mv^2/r होता है जब v स्थिर होता है, तो m/r स्थिर होगा अर्थात् जिसकी संहति अधिक, उसकी वक्रता त्रिज्या भी अधिक होगी। अस्तु यदि किसी बर्तन में दूध और मलाई के कणों को जोर से घुमाया जाय, तो अधिक संहति का दूध बाहर की

ओर अधिक तेजी से भागेगा। मलाई कुछ कम भागेगी, और अन्दर की ओर रह जायेगी।

केन्द्राभिसारी शोषक (Centrifugal Drier) का प्रयोग गीले कपड़े सुखाने के लिए किया जाता है। कपड़ों को एक बेलनाकार तार के पिंजड़े में रख कर तेजी से घुमाया जाता है। कपड़े से अलग होकर, जल केन्द्रापसारी बल के कारण, बाहर की ओर निकल भागता है।

चित्र 27

वाट का गति नियंत्रक (Watts' Speed Governor)—इस उपक्रम द्वारा इंजिन की मध्यमान गति स्वतः स्थिर रखी जाती है। एक उदग्र स्तंभ के सिरे पर दो तीलियां जुड़ी रहती हैं, जिनसे दो धातु की गेंदें लटकी रहती हैं। यह व्यवस्था संमितीय (symmetrical) होती है। उदग्र स्तंभ को इंजिन का मुख्य अक्षदंड (shaft) घुमाता है। ये तीलियां प्रायः दो कड़ियों द्वारा एक आस्तीन (sleeve) से संबद्ध रहती हैं, जो गेंदों के चढ़ने उतरने से स्तंभ पर ऊपर-नीचे खिसकती हैं, जिसके द्वारा किसी इंजिन को दी जानेवाली वाष्प की मात्रा नियंत्रित की जा सकती है।

चित्र 28

स्तंभ की गति बढ़ने से केन्द्रापसारी बल बढ़ जाता है, और गेंदें उठ जाती हैं, और आयोजित व्यवस्था से इंजिन को कम वाष्प दी जाने लगती है, जिससे गति फिर कम हो जाती है। इसके विपरीत क्रिया तब होती है, जब गति घटती है।

मान लो तीलियां, स्तंभ से, ऊपर बढ़ाये जाने पर एक विन्दु O पर मिलती हैं, जिसकी किसी गेंद से ऊंचाई h है, और गेंद की स्तंभ से दूरी r है। यदि तीली का तनाव T हो, गेंद का भार W $(=mg)$ और केन्द्रापसारी बल $F\left(=\frac{mv^2}{r}\right)$ हो, तो

$$T\cos\theta = F = \frac{mv^2}{r} \text{ एवं } T\sin\theta = W = mg$$

(यहां θ, तीलियों की क्षितिज से नति है)

$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{mg}{mv^2/r} = \frac{g}{\omega^2 r} (\omega \text{ कोणीय वेग है })$$

$$\therefore \frac{h}{r} = \frac{g}{\omega^2 r} \text{ या } h = \frac{g}{\omega^2}$$

इसी आधार पर शंक्वाकार दोलकों का निर्माण होता है।

तृतीय नियम को प्रकट करनेवाले उदाहरण :—(1) जब कोई व्यक्ति पृथ्वी पर खड़ा होता है, तो वह पृथ्वी पर नीचे की ओर दबाव डालता है। पृथ्वी की प्रतिक्रिया उसे ऊपर की ओर ले जाने में कार्यान्वित होती है। संतुलन की स्थिति में वह भार से संतुलित रहती है।

(2) जब कोई सीढ़ी दीवाल से टिकाई जाती है, तो दीवाल पर बाहर की ओर सीढ़ी का धक्का लगता है, तथा सीढ़ी पर इसके समान और विपक्षी प्रतिक्रिया लगती है।

(3) यदि किसी चुम्बक के निकट कोई लोहे का टुकड़ा लाया जाय, तो चुम्बक लोहे को खींचेगा और इसके विपरीत लोहा, चुम्बक को अपनी ओर खींचेगा। यदि चुम्बक को संधृत कर लिया जाय, तो नैकट्य में लोहा उसकी ओर चल कर चिपक जायगा। पर यदि लोहे को स्थिर कर दें, तो चुम्बक उस ओर चल पड़ेगा।

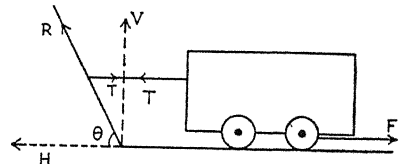
नोट:—जब दो पिंड एक दूसरे की ओर आकृष्ट होते हैं, तो वे प्रत्येक स्थिति में चल नहीं पड़ते। पृथ्वी प्रत्येक पिंड को अपनी ओर आकृष्ट करती है, और स्वयं भी पिंडों की ओर समान पर विपरीत बल से आकृष्ट होती है। पर पृथ्वी में गति नहीं उत्पन्न होती, क्योंकि उसकी संहति बहुत अधिक है, और इतने थोड़े बल का उस पर कोई प्रभाव नहीं प्रकट होता।

घोड़ा और गाड़ी की गति:—तृतीय नियम के अनुसार घोड़ा, गाड़ी को और गाड़ी घोड़े को बराबर बल से खींचती है; फिर क्यों घोड़ा ही गाड़ी को खींच ले जाता है।

घोड़ा अपने पैर को तिरछा दबा कर आगे को बढ़ता है। पृथ्वी के कारण उत्पन्न उस पर प्रतिक्रिया तिरछी हो जाती है। इसको क्षैतिज तथा उदग्र अवयवों H एवं V में विभक्त किया जा सकता है। ($H = R \cos\theta$ तथा $V = R \sin\theta$, यदि θ, घोड़े का क्षितिज से झुकाव है।)

चित्र 29

अवयव V, भार को संभालता है, और H उसे आगे ले जाने में सहायक होता है।

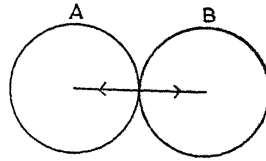
मान लीजिए, गाड़ी पर घर्षण-बल F कार्य कर रहा है, और M तथा m क्रमशः गाड़ी तथा घोड़े की संहतियां हैं। गाड़ी को घोड़े से जोड़ने वाली रस्सी का तनाव मान लीजिए T है। यह तनाव, गाड़ी को घोड़े की ओर और घोड़े को गाड़ी की ओर खींचेगा।

अब, $H - T = mf$

$T - F = Mf$ (f उभयनिष्ट त्वरण है)

$\therefore H - F = (M + m)f$. यदि झुकाव यथेष्ट हो, तो $H > F$

$\therefore f$ धनात्मक होगा और घोड़ा विश्रामावस्था से आगे को बढ़ेगा। चलते समय शैथिल्य के कारण झुकाव कम हो जायगा। तब $H < F$, अर्थात् $f = 0$ या ऋणात्मक होगा। F के मान को और बढ़ाने के लिए, रस्सी को पीछे की ओर खींच लेते हैं। तब $H < F$ और f ऋणात्मक होगा, तथा घोड़ा कुछ चल कर रुक जायेगा।

रैखिक संवेग के अविनाशकत्व का सिद्धान्त (Principle of Conservation of Linear Momentum):—जब दो, अथवा अधिक पिंड, केवल आपसी क्रियाओं और प्रतिक्रियाओं के फलस्वरूप चलते हैं, और यदि प्रणाली पर कोई वाह्य बल क्रियाशील न हों, तो उनके संवेगों का योग किसी भी निश्चित दिशा में स्थिर होगा।

न्यूटन के तृतीय नियम के अनुसार, पिंड A की B पर प्रतिक्रिया, B की A पर प्रतिक्रिया के बराबर और विपक्षी होगी। जब तक क्रिया है, तभी तक प्रतिक्रिया भी कार्य करती है। इसलिए दोनों बराबर समय तक कार्य करते हैं। दोनों पर समान और विपरीत संवेग परिवर्तन क्रियात्मक हैं। अस्तु, परिणामी संवेग-परिवर्तन शून्य है। अतएव संयुक्त संवेग किसी भी दिशा में स्थिर रहता है।

चित्र 30

संवेग परिवर्तन की दर लगाए हुए बल के समानुपाती होती है। इसलिए जितनी A की क्रिया B पर पड़ती है, उतनी ही B की A पर विपक्षी प्रतिक्रिया होती है (क्योंकि क्रिया और प्रतिक्रिया, एक ही समय में कार्यान्वित हैं)। यही गति का तीसरा नियम है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि पहला और तीसरा नियम, वास्तव में द्वितीय नियम के आधार पर व्युत्पादित किए जा सकते हैं।

बन्दूक और गोली:—जैसे ही बन्दूक से गोली छूटती है, बन्दूक पर पीछे की ओर झटका लगता है। इस स्थिति में बन्दूक का संवेग, गोली के संवेग के समान और विपक्षी होता है। पर गोली की संहति कम होने के कारण उसका वेग अधिक होता है, तथा बन्दूक की संहति अधिक होने के कारण उसमें पीछे की ओर कम वेग का सृजन होता है।

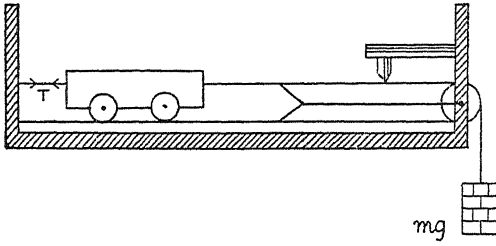
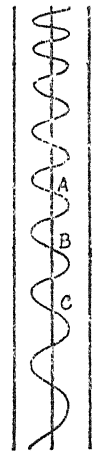
आवेग (Impulse) :—संवेग-परिवर्तन का दूसरा नाम आवेग है।

$\because P = m(v - u)/t$; $\therefore$ आवेग, $I = m(v - u) = Pt$.

आवेगात्मक बल, एक बहुत बड़ा बल होता है जो बहुत थोड़े समय के लिए इस प्रकार कार्य करता है कि $P \times t$ ससीम (finite) रहे (जैसे हथौड़े की चोट)। आवेग,

आवेगात्मक अथवा अनावेगात्मक (impulsive and non-impulsive) दोनों प्रकार के बलों का होता है।

न्यूटन के नियमों का सत्यापन :—न्यूटन के नियमों का सत्यापन करने के लिए फ्लेचर की ट्रॉली और एटवुड की मशीन (Fletcher's Trolley & Atwood's Machine) का प्रयोग मुख्यत: किया जाता है। यहां हम फ्लेचर की ट्रॉली का विवरण देते हैं, जिसके द्वारा विशेषरूप से गति के दूसरे नियम का सत्यापन किया जाता है।

इसमें एक धातु के सुदृढ़ आधार पर ट्राम की पटरियां बिछाई जाती हैं, जिन पर एक ट्राम गाड़ी चलाई जाती है। आधार को नीचे के पेंचों द्वारा समतल में लाया जा सकता है। ट्रॉली, प्रारंभ में एक ओर के आधार-स्तंभ से एक रस्सी द्वारा संबद्ध रहती है। रस्सी खोलने पर ट्रॉली चल पड़ती है। इस झटके के कारण सीधे संघात को रोकने के लिये घर्षण-आरोध (friction brakes) दूसरे सिरे के निकट लगा दिये जाते हैं। ये दो प्रक्षिप्त कमानियाँ होती हैं। एक विशेष प्रकार का कागज का फीता (tape) एक ओर ट्रॉली से संबद्ध रहता है, तथा दूसरी ओर आधार पर टिके उदग्र स्तंभ पर संधारित एक घिर्री के ऊपर से गुजर कर एक निलंबक (hanger) से जुड़ा रहता है, जिस पर विभिन्न प्रकार के भार रखे जा सकते हैं। इस ओर के उदग्र-स्तंभ से एक धातु का टांटल (reed) जुड़ा रहता है। यह क्षैतिज रहता है और नीचे की ओर इसमें एक स्याहीदार ब्रुश (brush) लगा रहता है, जिसका उन्मुक्त सिरा फीते को संस्पर्श करता है। टांटल को थोड़ा-सा इस प्रकार हिलाते हैं कि उसमें अपनी लंबाई की लंबात्मक दिशा में कुछ कंपन उत्पन्न हो जायें। जैसे-जैसे फीता आगे खिसकता जाता है, तैसे-तैसे उस पर तरंगात्मक वक्र खचित होता जाता है। फीते को निकालने के पश्चात् वक्र के केन्द्र भाग से होकर एक रेखा खींच दो। $A, B, C, D\ldots$ वक्र के मध्य बिन्दु से एकान्तर (alternate) छेदन-बिन्दु हैं। AB दूरी तै करते समय मध्यमान वेग AB/T है (T, टांटल का दोलन काल है, जो पहले से निर्धारित कर लिया जाता है) तथा अनुवर्ती कालों में वेग क्रमश: BC/T, CD/T, ... हैं।

चित्र 31

चित्र 32

$\therefore$ BC दूरी तै करते समय का वेग, AB दूरी तै करते समय के वेग से $BC-AB/T$ अधिक है। इसलिए, त्वरण, $BC-AB/T^2$ है।

इसी प्रकार, $f=\dfrac{BC-AB}{T^2}=\dfrac{CD-BC}{T^2}=\ldots\ldots$

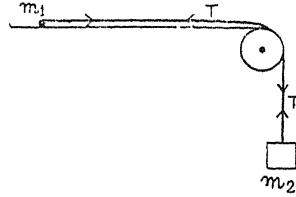
कमानी को बदल कर T भी बदला जा सकता है। प्रत्येक स्थिति में f के विभिन्न लंबाइयों से निकाले गए मान बराबर होना चाहिए। यह तभी तक होगा, जब तक खींचने वाला बल और चालित पिंड की संहति स्थिर हों।

यदि खिचनेवाला भार m_1 और लटकने वाला m_2 हो, तो द्वितीय नियम के अनुसार,

$$m_1f=T,\ m_2f=m_2g-T$$

(यहां f उभयनिष्ठ त्वरण है)

$$\therefore\ f(m_1+m_2)=m_2g$$

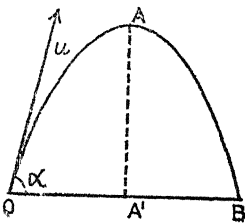
या $f=\dfrac{m_2}{m_1+m_2}.g$

चित्र 33

(a) यदि (m_1+m_2) स्थिर हो, (अर्थात् जितना भार ट्रामगाड़ी जो इसके लिए खिड़कियों से आयोजित होती है। इसमें गद्देदार कमरे होते है।) तो $f \propto m_2$.

(b) यदि m_2 स्थिर हो, तो $f \propto (1/m_1+m_2)$.

इन तथ्यों को सत्यापित किया जा सकता है। सूत्र की सहायता से गति के नियमों की जांच कई प्रकार से की जा सकती है।

गुरुत्वाकर्षण (Gravity) **के कारण गति :—**

(a) यदि कण नीचे की ओर उदग्र दिशा में आ रहा हो, तो f के स्थान पर g और s के स्थान पर h रख दो। यदि $u=0$, तो गति के सूत्रों का निम्न रूप मिलता है :—

चित्र 34

$v=gt$, $s=\frac{1}{2}gt^2$ और $v^2=u^2+2gh$

(यहां g गुरुत्व-जन्य त्वरण है। इसका मान, $C.G.S.$ इकाइयों में 981 सें० मी० प्रति सेकिंड^2 और $F.P.S.$ में 32 फीट प्रति सेकिंड^2 है।

(b) यदि कण ऊपर की ओर उदग्र दिशा में जा रहा हो, तो f के स्थान पर $-g$ रख दो। (त्वरण, ऋणात्मक है।)

$$v=u-gt,\ h=ut-\tfrac{1}{2}gt^2,\ v^2=u^2-2gh$$

$\therefore$ यदि $v=0$, तो $u-gt=0$, अर्थात् $t=u/g$

(महत्तम ऊंचाई की प्राप्ति के लिए अभीष्ट समय)

और, $u^2-2gh=0$ अर्थात् $h=u^2/2g$ (महत्तम ऊंचाई)

(*c*) **प्रक्षेप** (Projectile) :—यदि कण का प्रारंभिक वेग, क्षितिज से α कोण बना रहा हो, तो प्रारंभिक वेग के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर अवयव क्रमश: $u \cos \alpha$ तथा $u \sin \alpha$ हैं।

उच्चतम बिन्दु के लिए $v=0$; $\therefore 0=u \sin \alpha - gt$ (गति के प्रथम सूत्र से)

$$\therefore t=\frac{u \sin \alpha}{g}$$

$0^2=(u \sin \alpha)^2-2gh$; $\therefore h=\dfrac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ (उच्चतम स्तर का मान)

(गति के तृतीय समीकरण से)

क्षैतिज तल पर परास (Range)—परास विन्दु B तक प्रक्षेप बिन्दु से चली हुई कुल ऊर्ध्वाधर दूरी शून्य है।

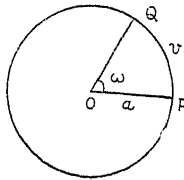
$$\therefore 0=u \sin \alpha . t-\tfrac{1}{2}gt^2 \quad (\because s=ut+\tfrac{1}{2}ft^2)$$

$$\therefore t=\frac{2u \sin \alpha}{g}$$

क्षैतिज तल पर परास $OB=u \cos \alpha \dfrac{2u \sin \alpha}{g}$

$$=\frac{2u^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}=\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$$

महत्तम परास $=u^2/g$, (जब, $2\alpha=90^\circ$, अर्थात् $\alpha=45^\circ$)

कोणीय और रैखिक वेग :—मान लीजिये कोई कण किसी वृत्ताकार मार्ग में समान चाल v से (इसे हम वेग नहीं कह सकते, क्योंकि दिशा बदल रही है) चल रहा है; यदि एक सेकिंड के पश्चात् कण P से विस्थापित होकर Q पर पहुंचता है, तो रैखिक विचलन $=$चाप (arc) $PQ=v$ और कोणीय विचलन$=\angle QOP$.

चित्र 35

प्रति सेकिंड इस कोणीय विचलन को कोणीय वेग कहते हैं। यदि इसे ω द्वारा व्यक्त करें, तो $\omega=v/a$ (यदि कोणों की माप, रेडियनों में की जाय)

$$\therefore v=a\omega$$

केन्द्रापसारी त्वरण $\dfrac{v^2}{a}=\dfrac{(a\omega)^2}{a}=\omega^2 a$

यदि कोई कण एक सेकिंड में n चक्कर लगाता है, तो

$$\frac{\omega}{2\pi} = n, \text{ अथवा } \omega = 2\pi n$$

T (दोलन काल) $= 1/n$ (अर्थात् एक चक्कर का समय)

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ या, } \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

सापेक्ष वेग (Relative Velocity) :—कोई वस्तु गत्यात्मक अवस्था में तब मानी जाती है जब समय के साथ उसकी स्थिति में परिवर्तन हो। निरपेक्ष गति अथवा विश्राम (Absolute motion or rest) केवल कल्पना की चीज है, क्योंकि विश्व में कोई विन्दु पूर्णतः स्थिर नहीं है।

यदि दो पिंड, एक ही दिशा में जा रहे हों, तो अधिक वेग वाले पिंड का, दूसरे के सापेक्ष वेग, उसी दिशा में वेगों के अन्तर के बराबर होगा। दूसरे पिंड का, पहले के सापेक्ष वेग, विपरीत दिशा में उतना ही होगा। यदि पिंड, विपरीत दिशा में जा रहे हों, तो प्रत्येक का, दूसरे के सापेक्ष वेग, अपनी गति की दिशा में उन्हीं वेगों के योग के बराबर होगा।

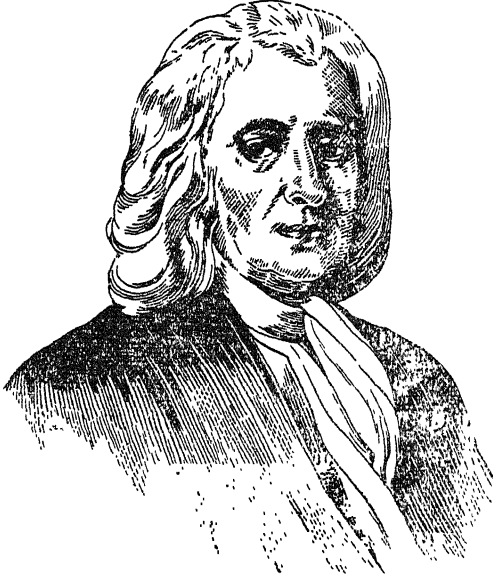
अब यदि दोनों पिंड विभिन्न दिशाओं में चल रहे हों, तो सापेक्ष वेग क्या होगा ? जिसके सापेक्ष, वेग ज्ञात करना हो, यदि उसका वेग शून्य होता, तब दूसरे का जो वेग होता, (जिससे गति-प्रणाली में कोई अंतर न आये) वही उसका सापेक्ष वेग है।

अस्तु, यदि A का सापेक्ष वेग, B के सापेक्ष ज्ञात करना हो, तो A के वेग के साथ, B के समान और विपरीतात्मक वेग का संयोजन करने से अभीष्ट सापेक्ष वेग ज्ञात होता है।

नोट :—वेग की इकाई ध्यान में रखना चाहिए। यदि किसी पिंड (जैसे रेलगाड़ी) का वेग 60 मील प्रति घंटा है, तो उसे फीट प्रति सेकिंड में परिणत कर लेना चाहिए। (यदि एफ० पी० एस० इकाई का प्रयोग किया जाय; 60 मील प्रति घंटा = 88 फीट प्रति सेकिंड)

सर आइजक न्यूटन (1642–1727) :—यह एक धुरंधर गणितज्ञ और वैज्ञानिक थे। इनको आधुनिक विज्ञान का जन्मदाता माना जा सकता है। आपकी-सी विलक्षण प्रतिभा और व्यापक कार्य वैज्ञानिक इतिहास में अन्यत्र मिलना दुर्लभ है। आपकी सबसे बड़ी देन गति के नियम हैं। इन नियमों का मौलिक प्रतिपादन और उनके आधार पर नक्षत्रों और अन्य आकाशीय पिंडों के परिभ्रमण की विवेचना आपने '**प्रिंसिपिया**' में की।

आपका जन्म वूल्सथोर्प, लिंकनशायर (इंगलैण्ड) में बड़े दिन पर हुआ था। आपके जन्म से पहले ही आपके पिता का निधन हुआ था। आपकी शिक्षा-दीक्षा कैम्ब्रिज में हुई थी। 1665 में आपने एम०ए० की परीक्षा पास की। उस वर्ष 'काली महामारी'

के प्रकोप के कारण आपको कैम्ब्रिज छोड़ कर अपने जन्मस्थान पर जाना पड़ा। वहां एक बार आप घर के बाग में एक सेब के पेड़ के नीचे बैठ थे। अचानक एक सेब आपके सर पर गिरा। आपके मन में प्रश्न उठा कि सेब पृथ्वी पर ही क्यों गिरा, ऊपर क्यों नहीं चला गया। सोच-विचार कर आप इस निष्कर्ष पर पहुंचे कि पृथ्वीअपने केन्द्र की ओर पिंडों को आकृष्ट करती है। आपसे पहले केपलर ने ग्रहों की गति के नियमों का प्रतिपादन किया था और गैलीलियो ने पतनशील पिंडों के नियमों को ज्ञात किया था। इन सबके आधार पर आपने गुरुत्वाकर्षण का वैश्व नियम निकाला।

सर आइजक न्यूटन

चलनशील राशियों की गणितीय समीक्षा के लिए आपने अवकल गुणक (Differential Calculus) के मूल सिद्धान्तों का अनुसंधान किया। आपने प्रकाशिकी (Optics) में भी खोज की। सबसे पहले त्रिपार्श्व से सतरंगी वर्ण-क्रम का अध्ययन आपने किया था। आपने एक परावर्तक दूरबीन (Reflective Telescope) का निर्माण किया और प्रकाश संचार के कणात्मक सिद्धांत (Corpuscular Theory) का प्रतिपादन किया था।

1669 में आप कैम्ब्रिज विश्वविद्यालय में प्राकृतिक दर्शन के अध्यापक नियुक्त हुए। 25 वर्ष तक आप रॉयल सोसायटी के सभापति रहे। प्रकांड विद्वान होने पर भी आप में अतुलनीय विनम्रताथी। आपका कहना था कि "ज्ञान के अपार सागर में मैं किनारे के कंकड़ बीन रहा हूँ।" आप इस बात पर जोर देते थे कि महान् व्यक्तियों के कंधे पर खड़े होकर ही वह औरों की अपेक्षा कुछ अधिक आगे देख पाए। 50 वर्ष की अवस्था में आपको दिल के दौरे पड़ने लगे। तब आप विज्ञान के अध्ययन से विरत हो गए और धर्म-शास्त्र की ओर रुचि प्रदर्शित की। 85 वर्ष की अवस्था में आप का देहांत हुआ। आप जीवन पर्यन्त अविवाहित ही रहे।

हल किये हुए प्रश्न

1. एक 30 मील प्रति घंटा से चलने वाली कार पर ब्रेक लगाए जाते हैं, जिससे वह 121 फीट चल कर रुक जाये। ब्रेकों से कितना अवमन्दन (retardation) उत्पन्न हुआ ? कार कितनी देर चलती है ?

30 मील प्रति घंटा = 44 फीट प्रति सेकिंड

$\because\ v^2 = u^2 + 2fs$

$\therefore\ 0^2 = 44^2 + 2f \times 121$

अर्थात् $f = -\dfrac{44 \times 44}{2 \times 121} = -$ 8 फीट प्रति सेकिंड^2

अस्तु, अवमन्दन = 8 फीट प्रति सेकिंड^2

$\because\ v = u + ft$; $\therefore\ 0 = 44 - 8t$ या $t = 11/2$ सेकिंड $= 5\frac{1}{2}$ सेकिंड।

2. कोई पिंड चौथे सेकिंड में जो दूरी तै करता है, वह दूसरे सेकिंड में तै की हुई दूरी की दुगनी है। यदि पिंड का त्वरण 3 फीट प्रति सेकिंड^2 हो तो उसका प्रारंभिक वेग निकालो।

$s_t = u + \frac{1}{2}f\ (2t - 1)$

$\therefore\ s_2 = u + \frac{3}{2}(2 \times 2 - 1) = u + \frac{9}{2}.$

$s_4 = u + \frac{3}{2}(2 \times 4 - 1) = u + \frac{21}{2}$

$\because\ s_4 = 2s_2$

$\therefore\ u + \frac{21}{2} = 2\left(u + \frac{9}{2}\right) = 2u + 9.$

अर्थात् $u = \frac{21}{2} - 9 = 1\frac{1}{2}$ फीट

3. एक 8 पौंड का बल किसी पिंड पर 3 सेकिंड तक कार्य करने से उसमें 6 फीट प्रति सेकिंड का वेग उत्पन्न करता है। पिंड की संहति क्या है ?

$v = u + ft.$

$\therefore\ 6 = 0 + 3f$ अर्थात् $f = 2$ फीट प्रति सेकिंड^2

$\because\ P = mf$ (यहां $P = 8$ पौंड वेट $= 8 \times 32$ पौंडल)

$\therefore\ 8 \times 32 = m \times 2$

$\therefore\ m = \dfrac{8 \times 32}{2}$ पौंड $= 128$ पौंड

4. एक 600 पौंड का तोप का गोला, 12 टन की बन्दूक से 2000 फीट प्रति सेकिंड के वेग से दागा जाता है। यदि बन्दूक स्वतंत्रता से चल सके, तो बताओ कि वह किस वेग से पीछे हटेगी ?

तृतीय नियम के अनुसार, बन्दूक में उत्पन्न संवेग (momentum) गोले के विपक्षी और मात्रा में समान होगा। यदि अभीष्ट वेग v है तो,

$$600 \times 2000 = 12 \times 2240 \times v \quad (\because 1 \text{ टन} = 2240 \text{ पौंड})$$

$$\therefore v = \frac{600 \times 2000}{12 \times 2240} = 44{\cdot}64 \text{ फीट प्रति सेकिंड}$$

5. किसी क्षैतिज नली से निकल कर एक जलधारा, किसी उदग्र दीवाल पर 18 मीटर प्रति सेकिंड के वेग से टकरा कर गति शून्य हो जाती है। यदि नली का व्यास 5 सें० मी० हो, तो दीवाल पर कितना धक्का लगेगा? यदि जलधारा 2 मीटर प्रति सेकिंड के वेग से पीछे लौटती है, तो कितना धक्का लगेगा।

एक सेकिंड में दीवाल से संघात करनेवाली जलधारा का आयतन $= \pi r^2 u$ घन सें० मी०। (यहां u जलधारा का वेग है) तत्संगत संहति, $m = \pi r^2 u$ ग्राम।

प्रारंभिक संवेग $= mu = \pi r^2 u^2$

अन्तिम संवेग $= 0.$

$\therefore$ संवेग में परिवर्तन $= -\pi r^2 u^2$ (ऋणात्मक चिह्न यह लक्षित करता है कि संघात के कारण दीवाल का धक्का पीछे की ओर लगता है)। न्यूटन के दूसरे नियम के अनुसार संवेग-परिवर्तन की दर लगाए हुए बल के समानुपाती होती है। (इकाइयों के निर्धारण से यह प्रकट है कि यह दर, बल के बराबर होती है)

$\therefore$ धक्के की मात्रा $= \pi r^2 u^2$ डाइन

$= 3{\cdot}143 \times (\frac{5}{2})^2 \times (1800)^2$ डाइन

$= 6{\cdot}364 \times 10^7$ डाइन।

दूसरी स्थिति में अंतिम संवेग $= -m \times 200$

$= -\pi \times (\frac{5}{2})^2 \times (200)^2$

$\therefore$ संवेग परिवर्तन $= -\pi \times (\frac{5}{2})^2 \{(200)^2 + (1800)^2\}$

$= -\pi \times \frac{25}{4} \times (40000 + 3240000)$

$\therefore$ धक्के की मात्रा $= +\pi \times \frac{25}{4} \times 3280000$ डाइन

$= +6{\cdot}443 \times 10^7$ डाइन।

6. ·5 पौंड का एक पत्थर 2 फीट लंबी रस्सी के एक सिरे से बांध कर क्षैतिज वृत्त में 6 फीट प्रति सेकिंड की चाल से घुमाया जाता है। रस्सी में तनाव निकालो। यदि रस्सी में 15 पौंड का तनाव हो सकता है, तो पत्थर की उच्चतम चाल क्या होगी?

(लखनऊ P.M.T. 1955)

रस्सी में तनाव $= mv^2/r$ (यहां $r = 2$ फीट)

$= (\cdot 5 \times 6^2)/2 = 9$ पौंडल

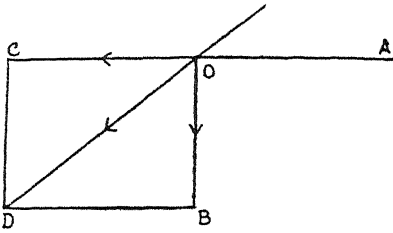
उच्चतम तनाव $= 15 \times 32$ पौंडल। मान लो अभीष्ट चाल v' है

$$\therefore \quad 15 \times 32 = \frac{\cdot 5 \times v'^2}{2} \quad \text{या,} \quad v'^2 = \frac{2 \times 15 \times 32}{\cdot 5}$$

$$= 15 \times 32 \times 4 = 15 \times 64 \times 2 = 64 \times 30$$

$\therefore \quad v' = 8\sqrt{30}$ फीट प्रति सेकिंड।

7. 30 मील प्रति घंटा के वेग से चलने वाली गाड़ी पर एक पत्थर का टुकड़ा 33′ प्रति सेकिंड के वेग से फेंका जाता है, जो गाड़ी से समकोण पर टकराता है। वह वेग निकालो, जिससे टुकड़ा गाड़ी से टकराता हुआ मालूम पड़ेगा।

30 मील प्रति घंटा = 44′ प्रति सेकिंड।

चित्र 35-(i)

मान लीजिए OA और OB क्रमशः गाड़ी और पत्थर के टुकड़े का वेग दिशा और परिमाण में निरूपित करते हैं।

चूंकि हमें पत्थर के टुकड़े का सापेक्ष वेग ज्ञात करना है, इसलिए यह इसके वेग से गाड़ी के वेग को विपरीत दिशा में संयोजित करने से मिलेगा। AO को विन्दु C तक इतना बढ़ाओ कि $OA = OC$ (OC, गाड़ी का वेग, विपरीत दिशा में निरूपित करेगा।) OD द्वारा अभीष्ट सापेक्ष वेग निरूपित होगा।

चित्रानुसार, अभीष्ट कोण COD निम्न व्यंजक द्वारा प्राप्त होगा :

$$\tan COD, CD/CO = \frac{3}{4}\frac{3}{4} = \frac{3}{4}.$$

8. एक 32′ प्रति सेकिंड के वेग से चढ़ते हुए गुब्बारे से एक पत्थर का टुकड़ा गिराया जाता है, जो 17 सेकिंड में भूमि पर आ जाता है। पत्थर के गिरने के समय गुब्बारा, किस ऊंचाई पर था।

मान लो कि अभीष्ट ऊंचाई h है।

गति के सूत्र (2) से, $-h = 32t - \frac{1}{2}gt^2$

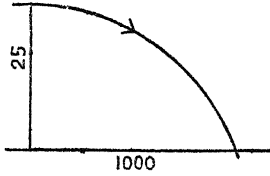
$= 32t - 16t^2 \qquad (\because g = 32'$ प्रति सेकिंड$^2)$

$= 32 \times 17 - 16 \times 17^2$

$\therefore h = 4080'.$

यहां चली हुई दूरी का चिह्न ऋणात्मक इसलिए माना गया है कि वह वेग के विपरीत दिशा में है; वेग को धनात्मक माना गया है। यदि वेग को ऋणात्मक मानें, तो दोनों ओर प्रत्येक पद का चिह्न बदल जायगा, पर समीकरण वही रहेगा।)

9. एक गोली क्षैतिज दिशा में 25 फीट की ऊंचाई से फेंकी जाती है, जो इस स्थान

से 1000 फीट की क्षैतिज दूरी पर भूमि पर गिरती हैं। गोली का आदि वेग ज्ञात करो।

चित्र 35–(ii)

मान लीजिये u आदि वेग है, और t तत्संगत समय है।

$1000=ut$, और $25=\frac{1}{2}gt^2=16t^2$

$\therefore\ t^2=\frac{25}{16}$ या, $t=\frac{5}{4}$

अस्तु, $u=\dfrac{1000}{t}=\dfrac{1000}{5/4}=800$ प्रति सेकंड

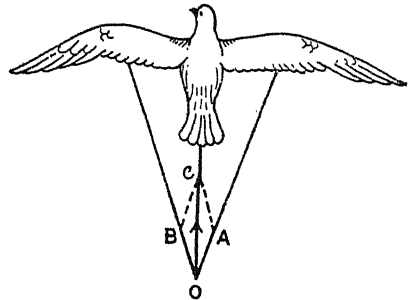
प्रश्नावली

1. न्यूटन के पहले नियम से किस प्रकार जड़ता का सिद्धान्त निकाला गया है। (**पटना** 1921)

   द्वितीय नियम मूलतः प्रथम नियम के ही अंतर्गत प्रतिपादित होता है। इस कथन की पुष्टि कीजिए।
2. न्यूटन के तीनों नियमों का वर्णन कीजिए, और प्रत्येक की उदाहरणों द्वारा पुष्टि कीजिए। (**यू०पी० बोर्ड**, 1942, '50)
3. चलती हुई बस के साथ कुछ दूर दौड़ कर ही कोई व्यक्ति सुरक्षित रूप से उतर सकता है। क्यों? (**यू०पी०, बोर्ड** '50)

   बल से तुम क्या समझते हो। (**पटना**, '47)
4. न्यूटन के गति के द्वितीय नियम का वर्णन कीजिए। यह बताइये कि किस प्रकार वेग के चतुर्भुज नियम से बलों के चतुर्भुज नियम को निकाल सकते हो? पौंडल और पौंड वेट में क्या सम्बन्ध है? (**पटना**, '36)
5. केन्द्राभिसारी और केन्द्रापसारी बलों से क्या अभिप्राय है? वे किस ओर क्रियात्मक होते हैं? केन्द्राभिसारी बल का मान निकालो, और उसके प्रयोग के तीन उदाहरण दो।

   एक मोटर साइकिल सवार 120 मील प्रति घंटा की दर से एक वृत्ताकार दौड़ के रास्ते में घूम रहा है। उसे अपने आपको संभाले रखने के लिए उदग्र स्थिति से कितना झुकना होगा (क) यदि रास्ता 880 गज लम्बा हो? (ख) यदि रास्ता 1 मील लम्बा हो?

   [**उत्तर** $\tan^{-1}\frac{242}{105}$, $\tan^{-1}\frac{121}{105}$]

6. चित्र द्वारा समझाइये कि चिड़िया क्यों उड़ती है। [संकेत के लिए चित्र दिया जाता है] (**पटना**, '31)
7. न्यूटन के तीसरे नियम के अनुसार, घोड़ा जिस बल से गाड़ी को खींचता है, गाड़ी भी उसी बल से उसे खींचती है। फिर क्यों घोड़ा ही गाड़ी को लेकर आगे बढ़ जाता है?

8. 16 पौंड की संहति पर एक समान बल 3 सेकिंड तक लगाया जाता है, और फिर रोक लिया जाता है। 3 सेकिंड के पश्चात् वस्तु 81 फीट की दूरी तै करती है। बल का मान पौंडवेट और पौंडल में व्यक्त करो। **(पटना, '47)**
(**उत्तर** 144 पौंडल या 4·5 पौंड वेट)

9. एक मनुष्य, जिसका पृथ्वी पर भार 12 स्टोन है, एक लिफ्ट में खड़ा है। किसी तोलने वाली मशीन या कमानीदार तुला द्वारा उसका व्यक्त भार मालूम करो जबकि लिफ्ट (क) 10 फीट प्रति सेकिंड के वेग से ऊपर चढ़ रही हो (ख) 4 फीट प्रति सेकिंड^2 के समरूप त्वरण से नीचे उत्तर रही हो। (ग) 4 फीट प्रति सेकिंड^2 के समरूप त्वरण से ऊपर जा रही हो।
(यू०पी०बोर्ड, '45) (**उत्तर** 12 स्टोन, 10·5 स्टोन, 13·5 स्टोन)

10. 160 टन भार की एक रेलगाड़ी, 45 मील प्रति घंटा की चाल से चल रही है। यदि पटरियों का घर्षण अवरोध 2·5 टन हो, तो इंजिन का खींचना बन्द करने पर वह कितनी दूर जाकर रुक जायगी ?
यदि रेलगाड़ी 1089 फीट के भीतर रोकना है, तो ब्रेकों द्वारा कितना अतिरिक्त घर्षण बल लगाना होगा ? (**उत्तर**, 4356 फीट; 7·5 टन वेट)

11. 2 पौंड संहति की एक लोहे की गेंद, जो एक चिकने तल पर 4 फीट प्रति सेकिंड के वेग से चल रही है, उसी दिशा में 8 फीट प्रति सेकिंड के वेग से जानेवाली लोहे की गेंद से टकराती है, जिसके कारण उसका वेग गिरकर 1 फुट प्रति सेकिंड हो जाता है। यदि दूसरी गेंद 8 फीट प्रति सेकंड के वेग से चल दे, तो उसकी संहति क्या होगी ?
(**उत्तर**, ·75 पौंड)

12. 200 मीटर प्रति सेकिंड वेग से जानेवाली 25 ग्राम की गोली एक लकड़ी के मोटे गुटके पर अभिलम्बवतः गिरकर, 5 सें० मी० भीतर चली जाती है। यदि उसका वेग 400 मीटर प्रति सेकिंड होता, तो वह कितनी दूर प्रविष्ट कर जाती।
(**उत्तर**, 20 सें० मी०; 2×10^9 डाइन)

13. न्यूटन के नियमों को किस प्रकार सत्यापित करोगे ?
एक भारी पिंड एक चिकनी घिर्री पर से जानेवाले डोरे से एक दूसरे भारी पिंड से जुड़ा रहता है, जिसकी संहति 12 हंडरवेट है, और जो मेज पर विश्रामावस्था में टिका है। यदि दूसरा पिंड 5 सेकंड में 3 फीट चले तो लटकने वाले पिंड की संहति क्या होगी ? (**उत्तर**, 10·08 पौंड)

14. दूसरे नियम द्वारा बलों का मान किस प्रकार निर्धारित किया जा सकता है। क्या तीसरा नियम, दूसरे नियम से निकाला जा सकता है ?
केन्द्राभिसारी बलों की उपयोगिता पर प्रकाश डालिए। **(पटना '32)**

15. बलों की विभिन्न इकाइयों पर प्रकाश डालिए।
एक मोटरवाला 45 मील प्रति घंटा की रफ्तार से मोड़ पर घूमने पर अपने से 100 फुट आगे एक बच्चे को देखता है। वह फौरन इंजिन बन्द कर ब्रेक लगाता है, ताकि बच्चे से (जो स्थिर है) 1 फुट दूरी पर मोटर रुक जाय। गाड़ी को रोकने में कितना समय लगता है और रोकनेवाले बल का मान क्या है ? (मोटर और सवार का भार 2000 पौंड है)।

16. सापेक्ष वेग क्या है ? उसे किस प्रकार निर्धारित करोगे ? उदाहरण देकर समझाइए।

    एक मनुष्य तीन मील प्रति घंटा की रफ्तार से सड़क पर चलता है कि पानी 22 फीट/सेकंड के वेग से सीधे उसके ऊपर (उदग्र) गिरता है। वर्षा से अपने को बचाने के लिए वह छाते को किस कोण पर धारण करेगा ? (**पटना**, '46)

    (**उत्तर**, ऊर्ध्वाधर से $\tan^{-1} 11/5$ कोण पर)

17. एक आदमी पानी के सापेक्ष, नदी के बहाव के लम्बरूप 2 मील प्रति घंटे के वेग से नाव खेता है। दूसरा आदमी, उसी विन्दु से चल कर 3 मील प्रति घंटे की रफ्तार से नदी के किनारे धार के विपरीत चलता है। 6 मिनट के बाद वे एक दूसरे से कितनी दूर होंगे ? (**उत्तर**, ·5385 मील)

18. भूमि से 1 फीट की ऊंचाई से एक गेंद क्षैतिज दिशा में फेंका जाता है. जो भूमि पर 1000 फीट की क्षैतिक दूरी पर गिरता है। गेंद का आदि वेग ज्ञात करो।

    (**उत्तर**, $133\frac{1}{3}$ फीट प्रति सेकिंड)

19. वह न्यूनतम प्रक्षेप वेग ज्ञात करो, जिससे किसी गेंद को फेंकने पर वह 128 फीट ऊंची और 12493 फीट दूर एक मीनार की चोटी पर पहुंच सके।

    (**उत्तर**, 6493 फीट प्रति सेकिंड)

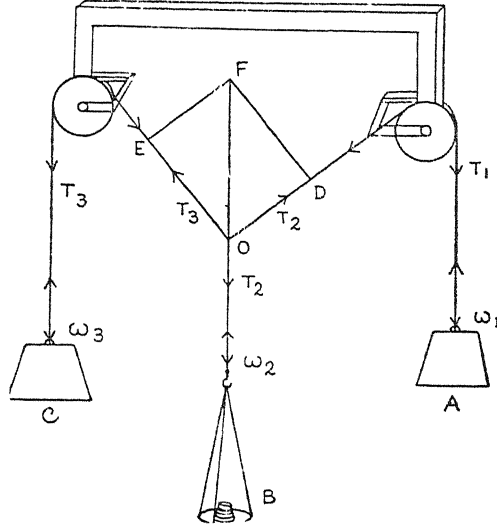
अध्याय 4

स्थिति विज्ञान (Statics)

पिछले अध्याय में हमने समान्तर चतुर्भुज नियम का उल्लेख किया था। यहां हम उसके सत्यापन की विधि और कुछ तत्संबद्ध तथ्यों का विवरण देंगे। इस अध्याय के प्रमेय बलों के लिए उद्धृत् किए गए हैं, पर वे सब दैशिज राशियों के लिए पूर्णत: सत्य हैं।

समान्तर नियम का प्रयोगशाला में सत्यापन (Verification of the Law of Parallelogram of Forces):—एक लकड़ी के तख्ते को दीवार में जड़ देते हैं। उसके ऊपर के दोनों कोनों पर घर्षण रहित घिर्रियां लगी होती हैं। तीन डोरों को एक विन्दु पर बांध कर उसके दूसरे सिरों से तीन बांट रखने के पलड़े लटका देते हैं। दो पलड़े घिर्रियों के ऊपर से गुजरने वाले डोरों से लटकाए जाते हैं, और एक पलड़ा बीच में लटका रहता है।

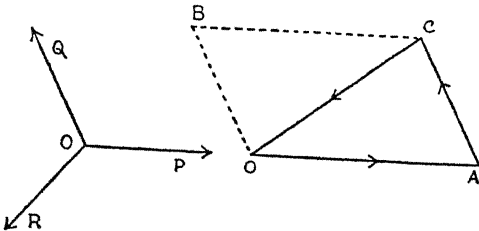
तख्ते पर एक बड़े मोटे कागज को चिपका देते हैं, अथवा पिन द्वारा जड़ देते हैं। एक समतल दर्पण की सहायता से, संतुलन की स्थिति में डोरों के समान्तर, कागज पर रेखाएं खींच देते हैं। यदि घिर्री चिकनी है तो प्रत्येक घिर्री के दोनों ओर के तनाव

बराबर होंगे। डोरियों के ऊर्ध्वाधर भागों में ये तनाव घिर्रियों को नीचे की ओर और बाटों सहित पलड़ों को ऊपर की ओर बराबर बल से खींचेंगे। इतने ही बलों से प्रत्येक घिर्री पलड़ों के संधान विन्दु O की दिशा में और O घिर्री की दिशा में (न्यूटन के तृतीय नियम के अनुसार) खिंचेगी। यदि पलड़ों सहित लटके हुए भार क्रमशः w_1, w_2 और w_3 हों, तो पलड़ों A, B, C के संतुलन की दृष्टि से $T_1 = w_1$, $T_2 = w_2$ और $T_3 = w_3$ इसलिये O पर डोरों की दिशा में क्रमवत् w_1, w_2 और w_3 बल क्रियात्मक हैं। O के संतुलन की स्थिति में किन्हीं दो का परिणामी बल, तीसरे के समान और विपक्षी होगा।

चित्र 36

w_2 बल O से नीचे की ओर ऊर्ध्वाधर स्थिति में क्रियात्मक है। इसलिये, w_1 और w_3 का परिणामी, ऊर्ध्वाधर और ऊपर की ओर (अर्थात् BO की सीध में) होना चाहिये।

T_1 और T_3 की क्रिया रेखाओं पर तीनों बलों के संधान विन्दु से, w_1 और w_3 के समानुपाती लंबाइयां OD और OE बना ली जाती हैं। फिर D से OE के समान्तर और E से OD के समान्तर रेखाएं खींच कर समान्तर चतुर्भुज $ODEF$ का निर्माण किया जाता है। ठीक से प्रयोग करने पर OF, BO की सीध में मिलेगा और उसकी (कर्ण OF की) लंबाई w_2 के समानुपाती मिलेगी। व्यक्त रूप में,

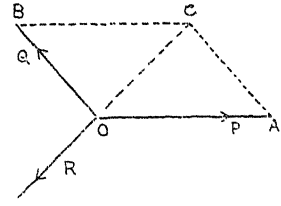
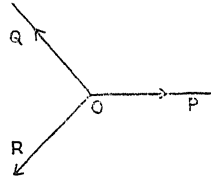
$$\frac{OD}{w_1} = \frac{OE}{w_3} = \frac{OF}{w_2}$$

त्रिभुज के नियम :—यदि किसी विन्दु पर क्रियात्मक तीन बल, परिमाण और दिशा में त्रिभुज की क्रमवत् भुजाओं द्वारा व्यक्त किए जा सकें, तो वे संतुलन में रहेंगे।

चित्र 37

प्रमाण :—मान लीजिए तीन बल P, Q, R एक त्रिभुज OAC की OA, AC और CO भुजाओं द्वारा क्रमवत् व्यक्त

किए जा सकते हैं। समान्तर चतुर्भुज $OACB$ को पूरा कीजिए। OA और AC का परिणामी वही है, जो OA और OB का है। (सब बलों की क्रिया-रेखा O से गुजरती है। इसलिये उनका परिणामी भी O से गुजरेगा) OA और OB का परिणामी, कर्ण OC द्वारा व्यक्त होगा)। इसलिए, OA, AC और CO का परिणामी वही है, जो OC एवं CO का है, अर्थात् शून्य है। अस्तु, तीनों बल संतुलित होंगे।

त्रिभुज नियम का विलोम (Converse of Law of Triangle of Forces):—यदि किसी विन्दु पर क्रियात्मक तीन बल, संतुलन की स्थिति में हों, तो वे परिमाण और दिशा में किसी त्रिभुज की भुजाओं द्वारा क्रमवत् निरूपित किए जा सकते हैं।

प्रमाण :—P और Q को एक समान्तर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाओं OA एवं OB द्वारा निरूपित करो। P और Q का परिणामी, मान और दिशा में OC द्वारा व्यक्त होगा। तीनों एक विन्दुगामी बल संतुलन की स्थिति में हैं। अस्तु, तीसरा बल R, CO द्वारा व्यक्त होगा।

चित्र 38

अस्तु P, Q, R क्रमवत् OA, AC और CO द्वारा निरूपित किए जा सकते हैं। ये बल, त्रिभुज की भुजाओं द्वारा क्रमशः व्यक्त हो गए।

यहाँ त्रिभुज नियम की सत्यता के आधार पर उसके विलोम को प्रमाणित किया गया है। यदि विलोम को सत्य मान लें, तो त्रिभुज नियम की सत्यता भी प्रमाणित की जा सकती है।

त्रिभुज नियम का सत्यापन :—यहां हम इस नियम के विलोम को सत्यापित करेंगे, जिससे त्रिभुज नियम को सिद्ध किया जा सकता है।

इस प्रयोग में उसी विधि से कार्य किया जाता है, जो समान्तर चतुर्भुज नियम के सत्यापन में बताई गई है। चतुर्भुज नियम के सत्यापन में OF एक ऊर्ध्वाधर रेखा में मिलता है। त्रिभुज ODF में, OD, DF और FO क्रमवत् एक त्रिभुज की भुजाएं हैं, जो क्रमशः T_1 T_3 और T_2 को व्यक्त करती हैं। ये बल संतुलन की स्थिति में हैं। इसलिए त्रिभुज नियम सत्यापित हो गया।

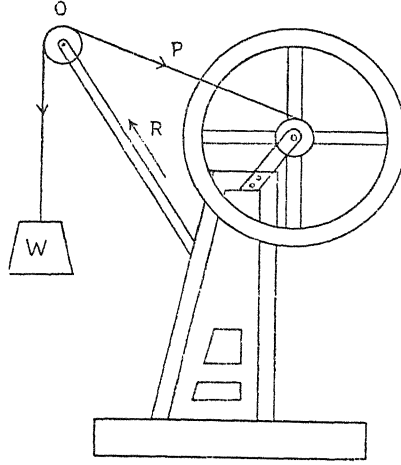
साधारण क्रेन (Crane)—यह त्रिभुज नियम पर आधारित एक मशीन है। इसमें O विन्दु पर तीन बल कार्य करते हैं। भार W जिसे उठाना होता है, नीचे को खींचता है। भुजा (jib) का दबाव R और बांधने की रस्सी (Tie-rope) का खिंचाव P, निर्दिष्ट दिशाओं में कार्य करते हैं। यदि हम AB भुजा से W, BC भुजा से P

और CA भुजा से R को प्रदर्शित करें, तो एक बल-त्रिभुज का निर्माण होता है।

बलों का एक विन्दुगामी होना आवश्यक है, वरना वे संतुलित न रह सकेंगे।

चित्र 39—साधारण क्रेन

लामी का प्रमेय (Lami's Theorem)—यदि एक विन्दु पर क्रियात्मक तीन बल संतुलन में हों, तो प्रत्येक बल, अन्य दो बलों के बीच के कोण की ज्या (sine) के समानुपाती होगा।

यह परिणाम चित्र 38 से स्पष्ट है (मान लो कि Q और R के बीच का कोण α है, R और P के बीच का कोण β है, तथा P और Q के बीच का कोण γ है।

यह परिणाम पिछले चित्र से स्पष्ट है। $\triangle OAC$ में,

$$\frac{P}{\sin \angle ACO} = \frac{Q}{\sin \angle COA} = \frac{R}{\sin \angle CAO}$$

अर्थात् $$\frac{P}{\sin \angle COB} = \frac{Q}{\sin \angle COA} = \frac{R}{\sin \angle CAO}$$

या $$\frac{P}{\sin (180-\alpha)} = \frac{Q}{\sin (180-\beta)} = \frac{R}{\sin (180-\gamma)}$$

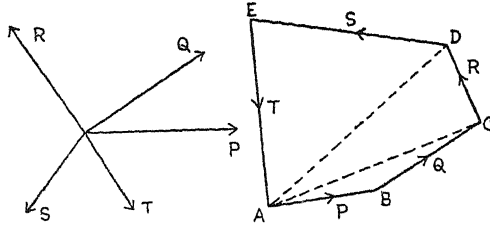
$$\therefore \frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}$$

चित्र से स्पष्ट है कि लामी के प्रमेय का विलोम भी सत्य है। अर्थात् यदि किसी विन्दु पर कार्य करने वाले तीन बल इस प्रकार के हों कि प्रत्येक, अन्य दो बलों के बीच के कोण की ज्या (sine) के समानुपाती हो, तो वे संतुलन में होंगे।

इस कथन से स्पष्ट है कि एक बल-त्रिभुज का निर्माण संभव है। अस्तु, त्रिभुज नियम की सत्यता के आधार पर उपरोक्त कथन की सत्यता आधारित है।

बलों का बहुभुज नियम :—यदि किसी विन्दु पर क्रियात्मक कई एकतलीय (co-planer) बल, परिमाण और दिशा में किसी बहुभुज की दिशाओं द्वारा क्रमवत् निरूपित हो सके, तो वे संतुलन में होंगे।

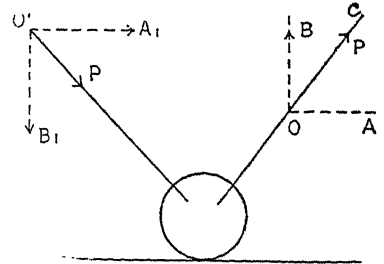
प्रमाण:—मान लीजिए कि एक विन्दु पर क्रियात्मक बल P, Q, R, S एवं T

किसी बहुभुज $ABCDE$ की भुजाओं द्वारा व्यक्त किए जा सकते हैं। AC और AD सरल रेखाएं, विच्छिन्न रेखाओं द्वारा दर्शित करिए। AB, BC और CA द्वारा व्यक्त एक विन्दुगामी बल संतुलन में होंगे। अर्थात् AB और BC का परिणामी AC द्वारा व्यक्त होगा। अब AC और CD का परिणामी, उसी तर्कणा के अनुसार AD होगा। AD और DE का परिणामी AE द्वारा व्यक्त होगा। AE तथा EA का परिणामी शून्य होगा।. अतः बल संतुलित होंगे।

चित्र 40

इसका विलोम सत्य नहीं है।

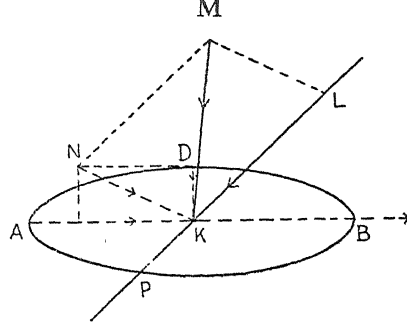
समान्तर चतुर्भुज और त्रिभुज नियमों पर आधारित कुछ दैनिक जीवन की समस्याएँ :—

(1) **उद्यान रोलर** (garden roller) को खींचना, ढकेलने की अपेक्षा अधिक सरल है।

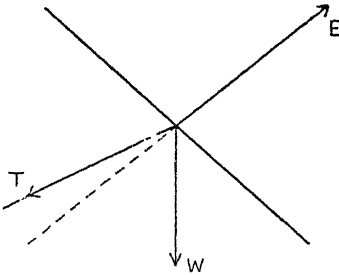
खींचने की स्थिति में, बल OC को, OA और OB दिशाओं में क्षैतिज तथा उदग्र अवयवों में विभक्त किया जा सकता है। OA अवयव, रोलर को आगे की ओर प्रेरित करता है, तथा OB रोलर के भार के विपरीत दिशा में कार्य करता है। इसलिये पृथ्वी पर दबाव कम पड़ता है और अभिलंब प्रतिक्रिया भी कम होती है। अस्तु, रोधक घर्षण-बल का प्रभाव भी कम प्रतीत होता है।

चित्र 41

धक्का देने की स्थिति में, बल $O'C_1$ को $O'A_1$ (क्षैतिज) तथा $O'B_1$ (ऊर्ध्वाधर—नीचे की ओर) अवयवों में विभक्त किया जा सकता है। क्षैतिज बल, आगे की ओर प्रेरित करता है, पर उदग्र बल का प्रभाव, रोलर के भार को बढ़ाता है, अर्थात् रोलर के धँसने की प्रवृत्ति को पोषित करता है। इसलिए खींचना, ढकेलना की अपेक्षा अधिक सुविधाप्रद है।

(2) **वायु के प्रतिकूल नाव का खेना** :—मान लीजिए PL, पाल की रेखा है,

और वायु का बल, परिमाण तथा दिशा में MK द्वारा व्यक्त होता है। इस बल को पाल के तल के समान्तर एवं लंबात्मक अवयवों में विभक्त किया जा सकता है। समान्तर अवयव का कोई प्रभाव नहीं होता। लंबात्मक अवयव को पुनः दो अवयवों में उपविभक्त किया जा सकता है। एक लंबाई की दिशा में और दूसरा उसके लंबवत्। इस दूसरे अवयव के कारण नाव थिरकती हुई चलती है। पहला अवयव नाव को प्रेरित करता है। अवांछनीय आंदोलन को क्षीणप्राय करने के लिए बहुधा A पर पतवार (rudder) का उपयोग किया जाता है।

चित्र 42

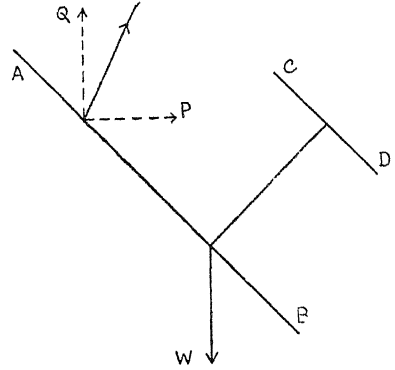
(3) **बाइसिकिल के ब्रेक पर पैरों का दबाव** :—यदि पैरों को क्षैतिज रख कर नीचे की ओर दबाव डाला जाय, तो इस दबाव के बल को क्रैंक के समान्तर एवं लम्बात्मक दो अवयवों में विभक्त किया जा सकता है। समान्तर अवयव व्यर्थ हो जाता है, पर लंबात्मक अवयव, साइकिल के चलने में सहायक होता है। स्पष्ट है कि जब दबाव, क्रैंक के लम्बात्मक होगा, तब पैडल मारना अधिक सुविधाप्रद होता है, क्योंकि इस स्थिति में दबाव का कोई भाग व्यर्थ नहीं जाता।

(4) **पतंग की उड़ान** :—वायु के धक्के को, एक निश्चित दिशा में क्रियात्मक बल के द्वारा व्यक्त किया जा सकता है। इस बल के दो अवयव किए जा सकते हैं; एक पतंग के तल के समान्तर और दूसरा, उसके लम्बात्मक, तल के अभिलम्ब की दिशा में। पहले अवयव के कारण एक अस्थिरता उत्पन्न होती है, जिसको मन्दित करने के लिए एक पुछल्ले का प्रयोग किया जाता है।

चित्र 43

पतंग पर तीन बलों को कार्यशील माना जा सकता है। W, पतंग का भार—उदग्र दिशा में नीचे की ओर; T, डोरी का तनाव और E, अभिलम्ब की दिशा में वायु का धक्का (thrust) संतुलन की स्थिति में किन्हीं दो बलों का परिणामी, तीसरे के बराबर और विपक्षी होगा। यदि वायु का धक्का, तनाव और भार के परिणामी से अधिक होगा, तो पतंग उस समय तक उठती रहेगी, जब तक कि T और W का परिणामी, अभिलंब की दिशा में क्रियात्मक वायु के धक्के को संतुलित न कर ले। पतंग

के चढ़ने से, T तथा W के बीच का कोण कम हो जाता है। इससे इनका परिणामी और बढ़ जाता है। यदि वायु का दबाव कम हो जाय तो पतंग गिर पड़ेगी।

(5) **वायुयान का उड़ना** :—यदि उड़ती हुई पतंग की डोरी काट दी जाय, तो संतुलन नष्ट हो जाता है। जिस प्रकार डोरी पतंग को खींचती है, उसी प्रकार हवाई जहाज का इंजन जहाज को खींच सकता है और संतुलन की स्थिति फिर आ सकती है। जब जहाज तेजी से दौड़ता है, तो हवा उसके तख्ते से टकरा कर उस पर दबाव डालती है।

मान लीजिए AB वायुयान का प्रधान पर है, और R वायु का दबाव है। इस दबाव को P और Q क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर अवयवों में विभक्त किया जा सकता है। चलने से पूर्व वायुयान, जमीन पर दौड़ता है। जब उसकी चाल 50 मील प्रति घंटा हो जाती है तो R का मान इतना अधिक हो जाता है कि उसका ऊर्ध्वाधर अवयव Q जहाज के भार से अधिक हो जाता है। तब जहाज उठ जाता है। जहाज के खिंचाव से क्षैतिज अवयव P नष्ट हो जाता है; और W के संयुक्त प्रभाव से जहाज का तल उदग्र होना चाहता है। इसे रोकने के लिए जहाज की पूंछ के पास एक अथवा अधिक तख्ते (tail planes) लगा दिए जाते हैं। इनका झुकाव, चालक इच्छानुसार बदल सकता है। पूंछ के पास जहाज को मोड़ने के लिये जो तख्ते होते हैं उन्हें पतवार (rudder) कहते हैं। इन सबके नियंत्रण से विभिन्न प्रकार की गतियां उत्पन्न की जा सकती हैं।

चित्र 44

घूर्ण (Moment)

किसी विन्दु के परितः (about) **बल का घूर्ण** :—घूर्ण वह राशि है, जो किसी विन्दु पर बल की घुमानेवाली प्रवृत्ति का परिचायक है। इस प्रवृत्ति की माप बल की मात्रा को घूर्ण-विन्दु से उस पर डाले गए लम्ब से गुणा करने पर मिलती है। सामान्यतः दक्षिणावर्त (anticlockwise) घुमाव की प्रवृत्ति को धनात्मक एवं वामावर्त्त (clockwise) घुमाव की प्रवृत्ति को ऋणात्मक कहा जाता है। यदि बल की मात्रा P तथा उस पर विन्दु से डाले गए लंब की लंबाई p हो, तो घूर्ण G का मान, Pp होगा। यदि कई बल क्रियात्मक हों, तो परिणामी घूर्ण, $P_1p_1+P_2p_2+\ldots$

$\Sigma_r P_r p_r$ के बराबर होगा। इस योग में, दक्षिणावर्त्त (anticlockwise) दिशा में घुमाने की चेष्टा करनेवाले बलों का घूर्ण धनात्मक, तथा विपरीतात्मक घुमाव के सृष्टा बल, ऋणात्मक होंगे।

संतुलन की स्थिति में (यदि केवल परिभ्रामक गति पर ही विचार किया जाय) यदि किसी दृढ़ पिंड पर कई बल लगे हों, जो पिंड को घुमाने में सचेष्ट हों, तो उन सबका बीजगणितीय योग शून्य होगा अर्थात् वामावर्त घूर्णों का योग, दक्षिणावर्त घूर्णों के योग के बराबर होगा। यही घूर्ण का सिद्धान्त है।

घूर्ण-सिद्धांत का प्रयोगशाला में सत्यापन :—हम एक मीटर लम्बी छड़ लेते हैं, जिसका पहले गुरुत्व-केन्द्र निर्धारित करते है। स्केल को किसी स्थान से लटकाते हैं। स्केल में एक फंदा (loop) बांध कर उसको इस प्रकार खिसकाते हैं कि स्वतंत्र रूप से निलंबित होने पर स्केल क्षैतिज स्थिति में टिक जाये। यदि स्केल घिसा नहीं है, तो सामान्यतः गुरुत्व-केन्द्र, स्केल के ठीक बीचोबीच में होगा। अन्यथा वह मध्य-विन्दु से थोड़ा खिसका हुआ होगा। अब स्केल के दोनों ओर भिन्न-भिन्न परिमाण के भार कई भार आयोजित करते हैं। इनकी आलंब-विन्दु से दूरियां बदल कर स्केल को पुनः क्षैतिज बना लिया जाता है। भारों की मात्रा और आलंब-बिन्दु से उनकी दूरियां ज्ञात कर $\Sigma P_r p_r$ का मान निकाला जा सकता है। यह शून्य के लगभग होना चाहिए। यदि स्केल क्षैतिज न होगा, तो आलंब-बिन्दु से बलों की लंबात्मक दूरियां ज्ञात करने में कठिनाई होगी।

इस प्रयोग के थोड़े हेर-फेर से हम मीटर पैमाने का भार ज्ञात कर सकते हैं। पैमाने को गुरुत्व केन्द्र से थोड़ा हटा कर साधते हैं। आलंब-विन्दु और गुरुत्व केन्द्र एक उदग्र रेखा में न होने के कारण स्केल एक ओर को झुक जायगा। दूसरी ओर भार लटका कर तथा (एक से अधिक भार भी प्रयुक्त किए जा सकते हैं) उसकी दूरी नियंत्रित करके स्केल फिर क्षैतिज कर दिया जाता है। यदि W, स्केल का अज्ञात भार हो, तथा d, आलंब-विन्दु से गुरुत्व-केन्द्र की दूरी हो, तथा W' एवं d' क्रमशः दूसरी ओर का ज्ञात भार, तथा आलंब से उसकी दूरी हों, तो $W.d = W'.d'$ अस्तु, $W = W'\left(\frac{d'}{d}\right)$

अच्छी तुला की विशेषताएँ :—अच्छी तुला (i) सुदृढ़ (Rigid), (ii) सत्य (True), (iii) सुग्राहक (Sensitive) एवं (iv) स्थायी (Stable) होना चाहिए।

(i) **सुदृढ़ता** :—तुला की डंडी और पलड़े, मजबूत पदार्थ के होने चाहिए।

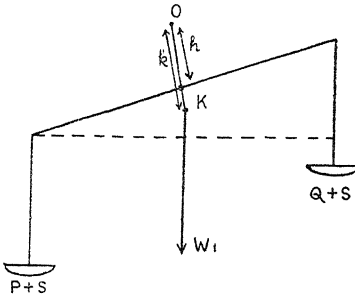
(ii) **सत्यता** :—तुला, सत्य तब कही जाती है, जबकि डंडी दोनों पलड़ों में बराबर भार रखने पर अथवा भार न रखने पर क्षैतिज रहे। इसके लिए भुजाओं का भार और लंबाई बराबर होनी चाहिए, पलड़ों का भार बराबर होना चाहिए, तथा आलंब-विन्दु, डंडी का मध्य-विन्दु और डंडी का गुरुत्व-केन्द्र एक ही उदग्र-रेखा में पड़ना चाहिए। यदि ये तीनों विन्दु एक सरल रेखा में न होंगे, तो पलड़े न होने पर आलंब विन्दु के परितः घूर्ण

शून्य न होगा। (यदि W', डंडी का भार है, और x, डंडी के गुरुत्व केन्द्र की आलंब से क्षैतिज दूरी है, तो क्षैतिज संतुलन की स्थिति में, घूर्ण, $W'x$ होगा। यह तभी शून्य होगा, जब $x=0$)

यदि S और S' क्रमशः पलड़ों के भार हों, और a तथा b क्रमशः उनकी आलंब-विन्दु से क्षैतिज दूरियां हों, तो क्षैतिज संतुलन की स्थिति में $S, a = S', b$ जब दोनों ओर बराबर भार P रखे जायें, तो संतुलन की दृष्टि से, $(P+S)a=(P+S').b$

पहले समीकरण की सहायता से, $Pa=Pb$; $\therefore a=b$ और $S=S'$. इस विश्लेषण से सत्यता की अभीष्टताएं स्पष्ट हैं।

चित्र 45

(iii) **सुग्राहकता**:—तुला सुग्राहक उस समय कहलाती है, जब दोनों पलड़ों में रखे हुए भारों में थोड़ा-सा अन्तर होने पर डंडी में विशेष झुकाव उत्पन्न हो जाए।

मान लीजिए भुजाएं बराबर लंबाई की हैं, और आलंब-बिन्दु O से डंडी के मध्य-विन्दु की दूरी h तथा गुरुत्व-केन्द्र K से O की दूरी, k है। P और Q क्रमशः दोनों ओर रखे बांट हैं; W' डंडी का भार है तथा पलड़ों का भार S है (यह दोनों ओर बराबर हैं) डंडी की क्षणिक नति (क्षितिज से) θ है और भुजाओं की लम्बाई a है।

O विन्दु पर संपूर्ण-घूर्ण $G=(Q+S)(a\cos\theta+h\sin\theta)-(P+S)(a\cos\theta-h\sin\theta)+W'k\sin\theta$

$=\{(Q+S)-(P+S)\}\times a\cos\theta+\sin\theta[h\{(P+S)+(Q+S)\}+W'k]$

$=(Q-P)\times a\cos\theta+\sin\theta[h(P+Q+2S)+W'k]$

मान लो कि संतुलन की स्थिति में $\theta=\alpha$

$\therefore (P-Q)\times a\cos\alpha=\sin\alpha[h(P+Q+2S)+W'k]$

$$\therefore \tan\alpha=\frac{(P-Q)a}{(P+Q+2S)h+W'k}$$

हम जानते हैं कि सुग्राहकता $\propto \alpha$, यदि $P-Q$ स्थिर हो और सुग्राहकता $\propto \frac{\alpha}{P-Q}$ यदि θ स्थिर लिया जाए।

$\therefore$ सुग्राहकता $\propto \frac{\alpha}{P-Q}$ अर्थात् सुग्राहकता $\propto \frac{\tan\alpha}{P-Q}$ (यदि α छोटा हो, तो $\tan\alpha=\alpha$)

$\therefore$ सुग्राहकता $\propto \dfrac{\cot \alpha}{P-Q}$ अर्थात् $\propto \dfrac{a}{(P+Q+2S)h+W'k}$

इसलिए सुग्राहकता बढ़ाने के लिए (i) भुजाएं लम्बी होनी चाहिए, (ii) डंडी हल्की होनी चाहिए, (iii) पलड़ों का भार कम होना चाहिए, (iv) h तथा k का मान कम होना चाहिए। सूत्र से स्पष्ट है कि सुग्राहकता दोनों ओर के संपूर्ण भारों के योग $P+Q+2S$ के अधिक होने पर कम होती है। हम चाहते हैं कि वह केवल भारों के अंतर पर निर्भर करे, न कि उनके योग पर भी आधारित हो। यह तभी हो सकता है जब $h=0$. h एवं k दोनों को शून्यीकृत करना ठीक नहीं है, क्योंकि तब $\tan \alpha = \infty$ अर्थात् $\alpha = 90°$। इस दशा में डंडी उदग्र होने की चेष्टा करेगी। भारों के लेशमात्र अंतर से डंडी एकदम उदग्रता की ओर प्रवृत्त होगी। यांत्रिक कठिनाइयों के कारण उदग्रता पूर्ण रूपेण संभव नहीं। यदि h शून्यीकृत हो, तो सुग्राहकता, दोनों ओर के भारों के योग पर निर्भर न होगी।

(4) **स्थायित्व** :—तुला, स्थायी तब होगी, जब दोनों ओर बराबर भार रखने पर वह अपनी विश्रामावस्था को शीघ्रता से ग्रहण कर लेगी। इसके लिए दोनों पलड़ों पर समान भार के रखने पर किसी गतिशील स्थिति में संपूर्ण घूर्ण का संख्यात्मक मान अत्यधिक होना चाहिए, जिससे तुला शीघ्रता से घूम कर साम्यावस्था में आ जाये। जब $P=Q$, तो

यौगिक घूर्ण $=\sin\theta\{(P+Q+2S)h+W'k\}=[2(P+S)h+W'k]\times\sin\theta$

यह तभी अधिक होगा, जब (i) W' अधिक हो, (ii) h एवं k के मान अधिक हों (iii) S का मान अधिक हो। इससे स्पष्ट है कि स्थायित्व के लिए अधिकांश अभीष्टताएं और सुग्राहकता की अभीष्टताएं, परस्पर विरोधी हैं। अतः आवश्यकता के अनुसार हमको इनमें सामंजस्य स्थापित करना होता है। दोनों गुण पूर्ण रूपेण नहीं मिल सकते।

तोलने की दोलन विधि (Method of Oscillation):—तोलते समय सुग्राहक तुला की डंडी काफी देर में रुकती है। निर्देशक का विराम-विन्दु (Resting Point) ठीक से ज्ञात करना आवश्यक है।

मान लीजिए कि निर्देशक के पैमाने के चिह्नों की संख्या बायीं ओर से दाईं ओर को बढ़ती है। डंडी को धीरे से ऊपर नीचे इस प्रकार करो कि निर्देशक पैमाने के अधिकांश भाग पर चलने लगे, (पर पैमाने के बाहर न जाय)। जब चाल नियमित हो जाय, तो निर्देशक के बायें और दाहिने छोरों के अंकों को क्रमवत् पढ़ते जाते हैं। इस प्रकार के कुल लगातार अवलोकनों की संख्या विषम होना चाहिए—बाईं ओर के अवलोकनों की संख्या सम और दाहिनी ओर के अवलोकन उससे एक कम होना चाहिए। इन सबका मध्यमान, '**मध्यमान विराम-विन्दु**' कहलाता है। पांच लगातार अवलोकनों द्वारा काफी शुद्ध परिणाम मिल जाता है। (दो अवलोकन दाईं ओर और तीन बाईं ओर

लेना चाहिए।) अवलोकनों की संख्या विषम लेने का कारण यह है कि घर्षण और वायु के प्रतिरोध के कारण निर्देशक द्वारा बनाया हुआ चाप क्रमशः छोटा होता जाता है, और दोनों ओर समान संख्या के अवलोकन लेने से व्यक्त विराम-विन्दु बाईं ओर ही अधिक होगा।

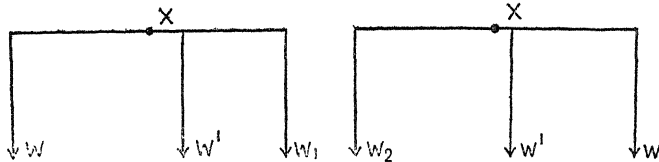
मान लीजिए पलड़ों को खाली रखने पर विराम-विन्दु x है। फिर तोली जाने वाली वस्तु को बाएं पलड़े पर और बाटों को दाएं पलड़े पर रखने से, विराम-विन्दु y मिलता है। मान लो कि 1 मिलीग्राम का बांट और रखने पर विराम-विन्दु z है। यदि पहले रखे बाटों का मान w ग्राम हो, तो वस्तु का वास्तविक भार, $w+w'$ होगा;

यहां $w'=\frac{\cdot 001}{y-z}(y-x)$, (यदि $y>x$, तो w' धनात्मक अन्यथा ऋणात्मक होगा)

$\therefore$ वस्तु का यथार्थ भार, $w_0=w+\frac{\cdot 001}{y-z}(y-x)$.

तुला की सुग्राहकता भार पर निर्भर होती है। सामान्यतः सुग्राहकता की माप, 1 मिलीग्राम के अतिरिक्त भार के कारण विराम विन्दु में परिवर्तन से की जाती है।

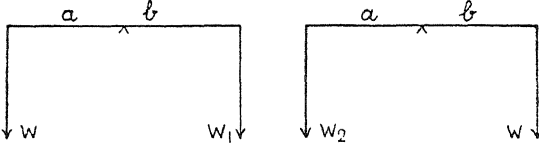
तोलने की सर्वोत्कृष्ट विधि (बोर्डा की विधि):—जिस वस्तु को तोलना हो, उसे एक पलड़े में रख कर दूसरे में बालू, सीसे के छर्रे आदि रखते हैं। क्षैतिज स्थिति लाने के पश्चात् वस्तु के स्थान पर बाटों को रख कर तुला फिर क्षैतिज कर ली जाती है। इस प्रकार चढ़ाए हुए बांटों की मात्रा से वस्तु की वास्तविक संहति प्रकट होती है। इस विधि में बालू आदि कोई वस्तु और बांट समान परिस्थितियों में समतुलित करते हैं। इसीलिए वस्तु की तोल ठीक निकलती है।

तुला के सामान्य दोष—(i) **डंडी विषम रूप से प्रभारित** (Beam unjustly loaded):–

चित्र 46

यदि वास्तविक भार W हो तो प्रचलित संकेतों के अनुसार,

$Wa=W'x+W_1a$ और $W_2a=W'x+Wa$

$\therefore (W-W_2)a=(W_1-W)a$ अथवा $W=\frac{W_1+W_2}{2}$

(ii) **भुजाओं की असमानता**:—आलंब विन्दु के परितः (about) घूर्ण लेने पर,

चित्र 47

$$Wa = W_1 b \text{ और } W_2 a = Wb$$
$$\therefore W^2 ab = W_1 W_2 ab \text{ या, } W = \sqrt{W_1 W_2}$$
$$\text{और } WW_2 a^2 = WW_1 b^2 \text{ अर्थात्, } \frac{W_1}{W_2} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

इस प्रकार सही भार W एवं भुजाओं की निष्पत्ति दोनों ज्ञात किए जा सकते हैं।

इस प्रकार की दोहरी तोल में, ग्राहक को $(W_1 + W_2)$ भार की वस्तु मिलती है, पर उसे दाम $2W$ के देने पड़ते हैं।

इसलिए ग्राहक को लाभ, $W_1 + W_2 - 2W$ भार की वस्तु का मिलता है।

ग्राहक को लाभ

$$W_1 + W_2 - 2W = W\frac{a}{b} + W\frac{b}{a} - 2W = W\frac{(a^2 + b^2 - 2ab)}{ab}$$
$$= W\frac{(a-b)^2}{ab}$$

यह राशि सदैव धनात्मक होती है (a और b कोई भी अधिक बड़ी राशि हो, लाभ धनात्मक ही होगा)

(iii) **डंडी विषम रूप से प्रसारित और भुजाओं की असमानता :—**

आलंब विन्दु के परितः घूर्ण लेने पर

$$Wa = W'x + W_1 b$$
$$W_2 a = W'x + Wb$$

$$\therefore W_1 = \frac{Wa - W'x}{b} \text{ और } W_2 = \frac{W'x + Wb}{a}$$

$$\therefore \text{ग्राहक को लाभ} = W_1 + W_2 - 2W = \frac{Wa - W'x}{b} + \frac{W'x + Wb}{a}$$

$$= \frac{Wa^2 - W'ax + W'bx + Wb^2 - 2Wab}{ab} = \frac{W(a-b)^2}{ab} + \frac{W'(b-a)x}{ab}$$

यदि डंडी का गुरुत्व-केन्द्र, आलंब-विन्दु से दाहिनी ओर है और दाहिनी ओर की भुजा अधिक बड़ी है (अर्थात् $b > a$) तो दाहिनी ओर का व्यंजक सदैव धनात्मक होगा, अर्थात् ग्राहक को सदैव लाभ होगा। जब भी डंडी का गुरुत्व केन्द्र बड़ी भुजा में

पड़ेगा, तभी बनिये को हानि होगी। यदि ऐसा नहीं है, तो लाभ और हानि दोनों की ही संभावना है।

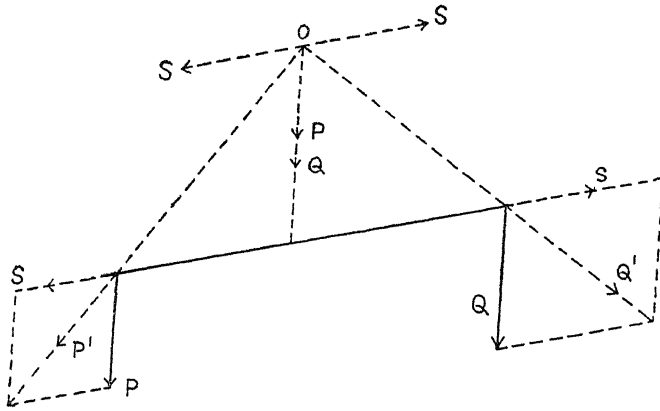
$$\frac{W(a-b)^2}{ab}+W'\frac{(b-a)X}{ab}>0$$

यदि $W(a-b)-W'x>0$ (यहां $a>b$)

या $W'x<W(a-b)$ अर्थात् $x<\frac{W(a-b)}{W'}$

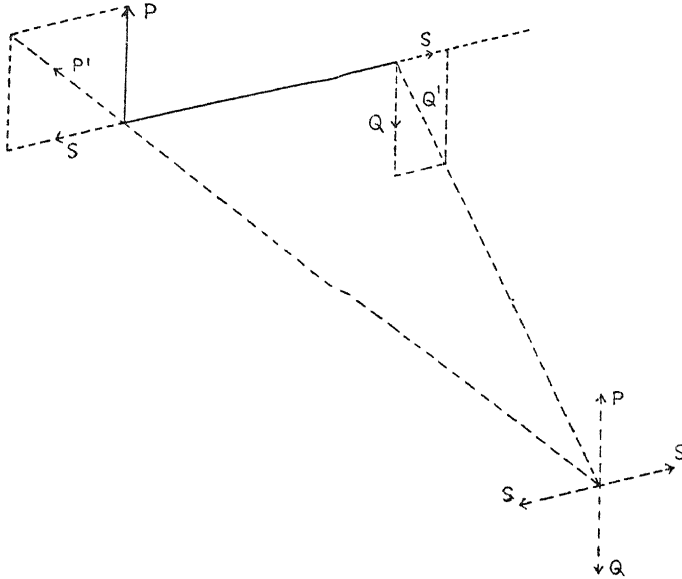
यदि $b>a$, तो तदनुरूपी प्रतिबंध $x<\frac{W(b-a)}{W'}$ है।

इन स्थितियों में गुरुत्वकेन्द्र की आलंब-विन्दु से दूरी क्रमशः $W(a-b)/W'$ और $W(b-a)/W'$ से कम होने पर बनिए को हानि होगी, अन्यथा लाभ होगा।

समान्तर बलः—मान लीजिए किसी पिंड पर दो समान्तर बल कार्य करते हैं

चित्र 48 (a)

जिनकी दूरी (लंबात्मक) d है। बड़े और छोटे बलों को क्रमशः P एवं Q से प्रकट करो। यदि बल सजातीय है, तो परिणामी का मान $P+Q$ एवं विजातीय होने पर $P-Q$ होगा। प्रत्येक स्थिति में परिणामी की दशा वही होगी, जो P की है।

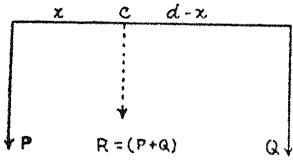
इसे दिखाने के लिये हम P को किसी अन्य दिशा में क्रियात्मक बल S (जिसका मान स्वेच्छा से निर्धारित किया जाता है) से संयुक्त करते हैं और Q को उसकी क्रिया रेखा में विपरीतात्मक समान बल S से संयुक्त करते हैं। इन संयुक्त बलों को बढ़ाकर एक विन्दु पर मिलाते हैं। संधान विन्दु O पर संयुक्त बलों को पुनः क्रमशः P और तत्संगत S तथा Q और तत्संगत S की दिशाओं में विश्लिष्ट कर दो। अब P और Q एक सरल रेखा में पड़ेंगे (सजातीय बलों के लिए P और Q एक ही दिशा में होंगे, और विजातीय बलों के लिए विपरीतात्मक होंगे)। दोनों विपरीतात्मक

बल S एक दूसरे को काट देंगे। इससे स्पष्ट है कि दोनों स्थितियों में परिणामी बल

चित्र 48 (b)

क्रमशः $P+Q$ और $P-Q$ होंगे। अब हम उनकी क्रिया रेखा निर्धारित करेंगे। मान लीजिए C, समानान्तर बलों को मिलानेवाली रेखा पर वह विन्दु है, जो परिणामी की क्रिया रेखा पर है। इसके परितः संपूर्ण घूर्ण शून्य होगा।

चित्र 49

मान लो कि बलों के बीच की दूरी d है।

(i) **सजातीय बल** (Like forces) :—मान लीजिए C से P की क्रिया रेखा की दूरी x है। (यहां C समान्तर बलों के लंबवत् रेखा का आंतरिक विंदु है)

C के परितः घूर्ण का मान

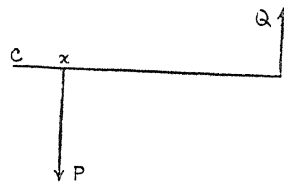
$$= Px - Q(d-x) = 0$$

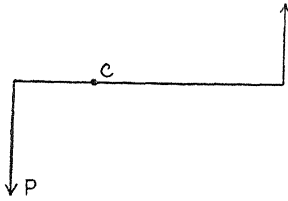
$$\therefore \ (P+Q)x = Qd \text{ या } x = \frac{Q}{P+Q}d$$

(ii) **विजातीय असमान बल** (Unlike non-equal forces):—C के परितः घूर्ण

$$= Q(d+x) - Px = 0$$

$$\therefore \ (P-Q)x = Qd \text{ या } x = \frac{Q}{P-Q}d$$

(यहां C, P और Q के लंबवत् रेखा पर वाह्य विन्दु है)।

चित्र 50

(iii) **बलयुग्म** (Couple):—दो समान, समान्तर एवं विजातीय (unlike) बल, जिनके बीच में निश्चित दूरी है, मिलकर एक बलयुग्म की सृष्टि करते हैं।

चित्र 51 (a)

यह दिखाया जा सकता है कि बलयुग्म के बलों का संयुक्त घूर्ण, उसके तल (Plane) के किसी विंदु के परितः एक स्थिरांक होता है।

(a) **किसी आन्तरिक विन्दु C के परितः** —निर्दिष्ट संकेतों के अनुसार संयुक्त घूर्ण,

$Px + P\ (d-x) = Pd$ होगा।

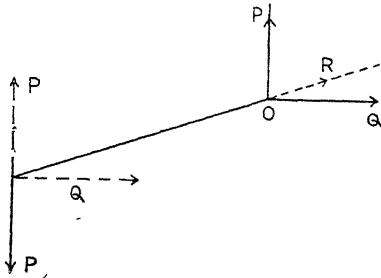
(b) **किसी वाह्य विन्दु C के परितः**—इस स्थिति में संयुक्त घूर्ण, $-Px + P(d+x) = Pd$ होगा।

चित्र 51 (b)

अस्तु, यदि बलयुग्म के तल के किसी विन्दु के परितः घूर्ण निकाला जाय, तो बल-युग्म का घूर्ण, विन्दु की स्थिति पर निर्भर नहीं करता, वह बलयुग्म की एक अचल राशि है, जिसका मान=बलयुग्म का एक बल×भुजा की लम्बाई।

बलयुग्म के आरोपण से केवल परि-भ्रामक प्रवृत्ति उत्पन्न होती है। उससे रैखिक गति पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

यदि किसी तल में कई बलयुग्म क्रियात्मक हों, और उनके घूर्ण क्रमशः G_1, G_2, G_3 ...... हों, तो उनका परिणामी एक बलयुग्म होगा, जिसका घूर्ण इन सब घूर्णों के बीजगणितीय योग के बराबर होगा। यदि G संयुक्त बलयुग्म हो, तो $G = G_1 + G_2 + \ldots \ldots + G_n$

यदि दो अथवा अधिक बलयुग्मों का परिणामी शून्य हो, तो तल इस बल प्रणाली से अप्रभावित रहेगा, क्योंकि $G = G_1 + G_2 + \ldots \ldots + G_n = 0$

चित्र 52

किसी बल और बल युग्म का परिणामी:—मान लीजिये किसी तल में एक बलयुग्म (जिसका प्रत्येक बल P है), और एक अकेला बल Q कार्यकर रहे हैं। यदि Q बलयुग्म के बलों के समान्तर है, तो परिणामी बल भी Q के बराबर होगा, और घूर्ण के बलों के समान्तर होगा। उसकी क्रियारेखा, निर्दिष्ट विधि से निकाली जा सकती है।

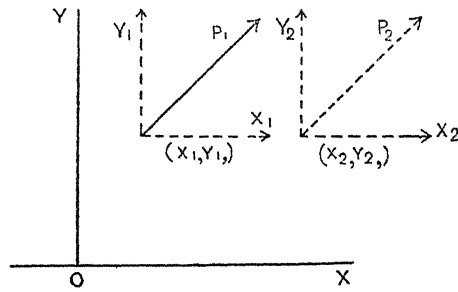
यदि Q, बलयुग्म के बलों के समान्तर नहीं है, तो उसे बढ़ा कर किसी एक बल P से O विन्दु पर मिलने दो। चतुर्भुज नियम से इन दोनों का परिणामी R निकाल लो, और उसे पीछे बढ़ा कर बलयुग्म के दूसरे बल O' विन्दु पर मिला दो। अब R को O की बजाय O' पर क्रियात्मक माना जा सकता है। इसे पुनः P (बल युग्म का पहला बल) और Q के समान्तर दिशाओं में विभक्त कर दो। O' पर विपरीतात्मक P बल एक ही रेखा में होने से संतुलित हो जायेंगे, और Q बच जायेगा। इस प्रकार Q और बलयुग्म का परिणामी भी Q के बराबर और समान्तर एक बल होगा। इसलिए कोई बल और बलयुग्म कभी संतुलित नहीं रह सकते।

समतलीय बलों का संतुलन (Equilibrium of a system of coplaner forces):—(a) **यदि बल समान्तर हों**—मान लो $P_1, P_2, P_3...$ आदि बलों की किसी समतलीय विन्दु से दूरियां, क्रमशः X_1, X_2, X_3 आदि हों, तो परिणामी $P_1+P_2+....+P_n$ होगा, और यदि उसकी दूरी $\bar{x}$ हो, तो उसका घूर्ण $(P_1+P_2+......+P_n)\bar{x}$ होगा। विभिन्न बलों के घूर्णों का बीजगणितीय योग $P_1x_1+P_2x_2+......+P_nx_n$ होगा।

$$\therefore (P_1+P_2+......+P_n)x=P_1x_1+P_2x_2+......+P_nx_n \text{ या}$$

$$x=\frac{P_1x_1+P_2x_2+......+P_nx_n}{P_1+P_2+......+P_n}$$

(यदि कुछ बल विजातीय हों, तो किसी एक बल की दिशा को धनात्मक मान कर उसके विपरीत दिशा को ऋणात्मक माना जाता है। तब P_1, P_2 आदि का मान उपयुक्त धनात्मक अथवा ऋणात्मक चिह्नों से प्रकट करते हैं)। यदि $P_1+......+P_n=0$ तो $x=0$ (यह बलयुग्म का द्योतक हो सकता है)

(b) **यदि बल किसी भी प्रकार से व्यवस्थित हों**—मान लो किन्हीं दो लंबात्मक अक्षों की दिशा में $P_1, P_2...$ आदि के अवयव X_1, X_2 और Y_1, Y_2 ... आदि हैं; और बलों के क्रिया विन्दुओं (points of application) के निर्देशांक (co-odinates) $(x_1, y_2), (x_2, y_2)$ आदि हों तो नियामक अक्षों (coordinate axes) के समान्तर बलों के संयुक्त अवयव X, Y एवं संयुक्त घूर्ण G निम्न सूत्रों द्वारा व्यक्त होंगे।

चित्र 53

$$X=X_1+X_2+\ldots+X_n=\sum_1^n X_r$$

$$Y=Y_1+Y_2+\ldots+Y_n=\sum_1^n Y_r$$

$\therefore$ और $G=(Y_1x_1+Y_2x_2+\ldots+Y_nx_n)$
$-(X_1y_1+X_2y_2+\ldots+X_ny_n)$
$=\sum_1^n (Y_1x_1-X_1y_1)$

परिणामी बल, R का मान $\sqrt{X^2+Y^2}=\sqrt{(\Sigma X_r)^2+(\Sigma Y_r)^2}$ होगा। मान लीजिये R की क्रियारेखा, X–अक्ष से θ कोण बनाती है।

$$\tan\theta=\frac{Y}{X}=\frac{\Sigma Y_r}{\Sigma X_r}$$

परिणामी की क्रिया रेखा इस तथ्य से निर्धारित की जा सकती है कि उस पर किसी विन्दु के परितः संयुक्त घूर्ण, शून्य होगा।

यदि परिणामी पर कोई विन्दु (x, y) हो, तो उसके परितः घूर्ण $G-xY+Yx=0$

परिणामी बल R तभी शून्य होगा, जब X और Y दोनों पृथक्-पृथक् शून्य हों। यदि बल प्रणाली के कारण कोई परिभ्रामक (rotatory) प्रवृत्ति न हो, तो $G=0$. इसलिये पूर्ण (रैखिक अथवा कोणीय विस्थापन से भुक्त) संतुलन के लिए ये बातें आवश्यक हैं :—

$$X=X_1+X_2+\ldots+X_n=\sum_1^n X_r=0$$

$$Y=Y_1+Y_2+\ldots+Y_n=\sum_1^n Y_r=0$$

$$G=\sum_1^n (Y_rx_r-X_ry_r)$$
$$=(Y_1x_1-X_1y_1)$$
$$+(Y_2x_2-X_2y_2)+$$
$$+\ldots+(Y_nX_n-X_nY_n)$$
$$=0$$

यदि एक तल में अनेक बल कार्य कर रहे हों, तो उनको संयुक्त करने से कई संभावनाएं मिल सकती हैं।

(i) $R=0$ (अर्थात् $X=0$ और $Y=0$) पर $G\neq 0$

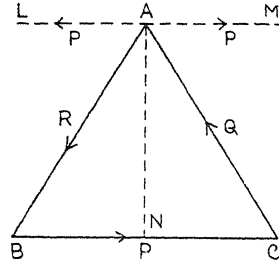
इस स्थिति में सबका संयुक्त प्रभाव, एक बलयुग्म द्वारा प्रकट होगा, जिसका घूर्ण G है। X और Y दोनों में से केवल किसी एक के शून्य होने से R शून्य नहीं होगा।

यदि $X=0$, तो $R=Y$ और यदि $Y=0$, तो $R=X$

(ii) $G=0$; पर $R \neq 0$ इस स्थिति में सबका परिणामी, निश्चित् क्रिया-रेखा में एक बल होगा।

(iii) $R \neq 0, G \neq 0$ इस स्थिति में संयुक्त प्रभाव, एक बल और बलयुग्म के द्वारा प्रकट होगा। फिर इनको संयुक्त करने से एक बल मिलता है, जो R के समान्तर होता है।

अस्तु, प्रत्येक स्थिति में बलों के सामूहिक प्रभाव से, अंत में या तो एक अकेला बल या एक बलयुग्म मिलता है।

किसी त्रिभुज की भुजाओं में कार्य करते हुए बलों का संयोजन :—मान लो, कि त्रिभुज की भुजाओं पर क्रमवत् P, Q, R बल लगे हैं, जो भुजाओं की लंबाइयों के समानुपाती हैं। BC के समान्तर, A से गुजरने वाली रेखा LAM पर AL और AM की दिशाओं में दो विपरीतात्मक बल P लगे हुए मान लो। इनके कारण बल प्रणाली में कोई अन्तर नहीं आता।

चित्र 54

अब, त्रिभुज नियम के अनुसार Q, R और AM की दिशा में क्रियात्मक P बल, संतुलित हो जायेंगे। शेष दो बल बचेंगे; BC पर लगा हुआ बल P और AL की दिशा में समान बल P (जिनकी क्रिया रेखाएं क्रमशः BC और AL द्वारा व्यक्त होती हैं) इन दोनों से मिल कर एक बलयुग्म बनता है, जिसका घूर्ण, $P \times AN$ द्वारा व्यक्त होगा (N, A से BC पर डाले गये लंब का चरण है)

$P \times AN = BC . AN =$ त्रिभुज ABC के क्षेत्रफल का दुगना।

अस्तु, यदि तीन बल, मान, परिमाण और क्रियारेखा में क्रमवत् किसी त्रिभुज की भुजाओं द्वारा व्यक्त हो सकें, तो वे एक बलयुग्म की सृष्टि करते हैं, जिसे त्रिभुज के क्षेत्रफल के दुगने से प्रकट किया जा सकता है। यदि वे एक ही विन्दु पर क्रियात्मक होते, तो बल संतुलित हो जाते।

घर्षण (Friction)

जब दो वस्तुएं एक दूसरे को स्पर्श करती हैं, तो उनमें से किसी एक को दूसरे के तल पर चलाने की चेष्टा से एक विरोधी बल का सृजन होता है, जिसकी प्रवृत्ति इस गति को रोकने की होती है। यह बल, तलों के खुरदरे होने के कारण होता है, और दोनों तलों की प्रकृति पर निर्भर होता है। सूखे तलों पर इसका मान अधिक होता है। घर्षण एक स्वयं नियामक बल है। जितना बल गति को रोकने के लिए अभीष्ट है, उससे अधिक घर्षण क्रियात्मक नहीं हो सकता।

घर्षण प्रत्येक स्थिति में अवांछनीय नहीं होता। घर्षण के कारण हम पृथ्वी पर चल सकते हैं। बर्फ की चिकनाहट के कारण उस पर घर्षण बहुत कम होता है और बर्फ पर चलना कठिन होता है। घर्षण के अभाव में इंजन गाड़ी को नहीं खींच सकता, न कीलें और पेंच ही लकड़ी को पकड़ सकते हैं। घर्षण ही के कारण रस्सी के तंतु एक दूसरे को दृढ़ता से थाम लेते हैं।

चरम-घर्षण (Limiting friction):—जब कोई वस्तु, दूसरी के ऊपर ठीक सरकने को होती है, तो उस साम्य को चरम साम्य कहते हैं, तथा उस दशा में जो घर्षण कार्य करता है, उसे चरम-घर्षण कहते हैं।

जब किसी वस्तु को सरकाने की चेष्टा की जाती है, तो प्रायः वह तभी गतिशील होती है, जब आरोपित बल, एक निश्चित सीमा को पार कर जाता है। जैसे-जैसे सरकाने की चेष्टा बढ़ती है, तैसे-तैसे घर्षण-बल भी बढ़ता जाता है। गति प्रारंभ होने की स्थिति में यह **स्थैतिज घर्षण** सर्वाधिक मान प्राप्त करता है। फिर जब पिंड गतिशील हो जाता है, तो घर्षण का मान कुछ घट कर एक निश्चित् परिमाण का हो जाता है।

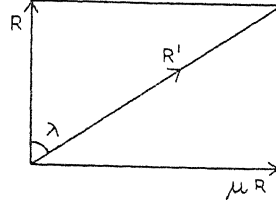
स्थैतिज घर्षण के नियम:—(1) जब दो पिंड, एक दूसरे को स्पर्श करते हैं, उनमें से किसी एक के स्पर्श-विन्दु पर घर्षण की दिशा, उस दिशा के विपरीत होती है, जिसमें वह स्पर्श-विन्दु चलना प्रारंभ करेगा।

(2) साम्यावस्था में घर्षण की मात्रा, पिंड को रोकने भर के लिए पर्याप्त होती है। यदि किसी लकड़ी के टुकड़े को हम किसी बड़े तख्ते पर सरकाएं, तो हम जानते हैं कि टुकड़ा तख्ते को नीचे की ओर दबाता है और तख्ता इसके समान तथा विपरीत प्रतिक्रिया का बल टुकड़े पर ऊपर की ओर लगाता है। यह अभिलंब प्रतिक्रिया R टुकड़े के भार के बराबर होगी। चरम-घर्षण की अभिलंब प्रतिक्रिया से निष्पत्ति, एक निश्चित् राशि होती है, जिसे घर्षण गुणक μ कहते हैं। यदि चरम-घर्षण का मान F हो, तो $\frac{F}{R}=\mu$ अर्थात् $F=\mu R$। पूर्णतः चिकने पिंडयुग्म के लिए $\mu=0$, तथा पूर्णतः खुरदरे तलों के लिए $\mu=1$. व्यवहार में μ इतना कम अथवा अधिक नहीं हो सकता। वह सदैव इन सीमाओं के अन्दर ही रहता है। घर्षण के अन्य नियम ये हैं, जो चरम घर्षण के परिमाण को प्रकट करते हैं :—

(3) चरम घर्षण के परिमाण और अभिलंब प्रतिक्रिया में एक निश्चित् निष्पत्ति होती है, जो संस्पर्श तलों की प्रकृति पर निर्भर करती है।

(4) यदि अभिलंब प्रतिक्रिया न बदले, तो चरम घर्षण की मात्रा, तलों की आकृति अथवा विस्तार पर निर्भर नहीं होती।

(5) जब एक पिंड दूसरे पिंड पर सरकने लगता है, तो घर्षण की दिशा, गति की दिशा के प्रतिकूल होती है। उसका परिमाण वेग पर निर्भर नहीं करता, पर घर्षण और अभिलंब

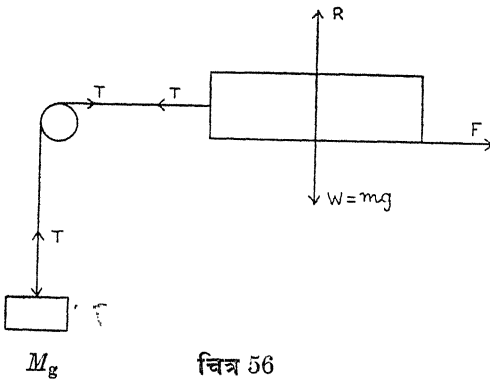
प्रतिक्रिया की निष्पत्ति उसकी अपेक्षा कम होती है, जब पिंड विश्रामावस्था में गतिशीलता के सन्निकट होता है। चरम घर्षण एवं अभिलंब प्रतिक्रिया का लब्ध फल, लब्ध प्रतिक्रिया कहलाता है। वह अभिलंब से जो कोण बनाता है, उसे घर्षण कोण कहते हैं।

चित्र 55

लब्ध फल $R' = \sqrt{R^2 + \mu^2 R^2} = R\sqrt{1+\mu^2}$

यदि घर्षण कोण λ है, तो $\tan \lambda = \frac{\mu R}{R} = \mu$ अस्तु, घर्षण गुणक, घर्षण-कोण की स्पज्या के बराबर होता है।

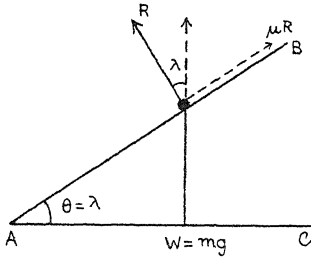
इसलिए यदि दो पिंड एक दूसरे को संस्पर्श कर रहे हों, और, संस्पर्श-विन्दु को शीर्ष (Vertex) तथा उभयनिष्ठ अभिलंब को अक्ष मान कर एक शंकु बनाएं, जिसका अर्ध-शीर्ष (Semi-Vertical) कोण $\tan^{-1}\mu$ हो, तो परिणामी प्रतिक्रिया की दिशा इस शंकु के भीतर, अथवा इसके तल पर पड़ सकती है, पर बाहर नहीं पड़ सकती, इस शंकु को घर्षण-शंकु (Cone of friction) कहते हैं।

घर्षणगुणक (Coefficient of Friction) **का निर्धारण** :—सामान्यत: घर्षण गुणक, निम्न दो विधियों से निकाला जाता है :

(i) **क्षैतिज तल की विधि** :—लकड़ी की मेड़ के एक किनारे पर एक चिकनी घिर्री लगा दो। लकड़ी के एक आयताकार चिकने टुकड़े को मेज पर रख दो और उसे एक डोरी से बांध दो। डोरी को एक घिर्री पर से उतार कर दूसरी ओर एक पलड़े से संबद्ध कर दो, जिस पर बाट उतारे, या चढ़ाये जा सकें। पलड़े में बाट उस समय तक चढ़ाते जाओ, जब तक कि वह चलने न लगें। गतिशीलता के प्रारंभ होते समय चरम घर्षण $F_{max} = \mu R = \mu mg$ (यदि m, सरकने वाले टुकड़े का भार है।) चित्रानुसार $F_{max} = T = Mg$ (M, पलड़े और उस पर रखे हुए बाटों की संहति है) ये समीकरण, सरकने वाले टुकड़े और पलड़े के संतुलन को प्रकट करते हैं।

चित्र 56

$\therefore$ $Mg = \mu mg$, अर्थात् $\mu = \frac{M}{m}$. यदि सरकने वाले टुकड़े पर निश्चित मात्रा

के बांट एक एक करके रखे जायें, तो संतुलन के लिए रखे गये पलड़े के बांटों को भी उसी के अनुसार बदलना होगा। यहां, m सरकने वाले पिंड की संपूर्ण संहति (mass) है, तथा M पलड़े सहित बांटों की संहति है।

(ii) **आनत तल** (Inclined Plane):—इस उपकरण में एक क्षैतिज तख्ते AC के साथ एक तख्ता AB जड़ा रहता है, जो A के परित: स्वतंत्रता से घूम सकता है। AB तल पर एक ठोस रख कर तल को उठाया जाता है। जैसे ही ठोस सरकने लगे, तल को उसी स्थति में कस दो। तल को और ठोस के संस्पर्श-तल को फ्रांसीसी खड़िया से चिकना कर लो।

चित्र 57

साम्यावस्था में, R और μR का परिणामी, ठोस के भार के बराबर और विपरीतात्मक (ऊर्ध्वाधर) होगा। अस्तु, अभिलंब प्रतिक्रिया, ऊर्ध्वाधर रेखा से λ को बनाएगी (λ, घर्षण-कोण है।) चित्र से स्पष्ट है कि इस अवस्था में AB का क्षितिज से झुकाव $\theta=\lambda$.

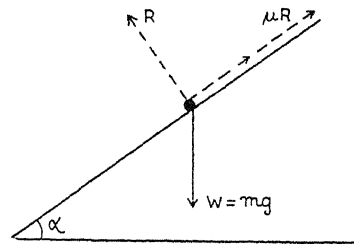
विसर्पी एवं लुंठन घर्षण (Rolling and Sliding Friction):—संस्पर्श तलों में से, जब एक तल दूसरे पर फिसलता है, तो इस दशा में कार्य करनेवाले घर्षण को विसर्पी (rolling) घर्षण कहते हैं। यदि कोई पिंड दूसरे पर लुढ़कता है, तो लुंठन (rolling) घर्षण कार्य करता है। विसर्पी घर्षण, मूलत: लुण्ठन घर्षण से अधिक होता है। यह साधारण ज्ञान का विषय है कि गाड़ी में पहिया लगा देने से खींचना सरल हो जाता है। बड़ी-बड़ी मशीनों में घर्षण कम करने के लिए बाल-बेयरिंग (Ball-bearing) और रोलर बियरिंग (Roller-bearing) का उपयोग किया जाता है।

लुंठन घर्षण के उत्पन्न होने का कारण है कि पहिया, जिस तल पर चलता है, उस तल में अपने भार के कारण गड्ढा कर देता है। तल कितना ही कठोर हो, पहिए के भार के कारण उसमें थोड़ा-सा गड्ढा अवश्य हो जाता है। आगे चलने से पहले पहिए को उस गड्ढे में से निकालना पड़ता है।

यदि कोई पिंड किसी झुके हुए तल पर ठहरा हुआ है, तो चरम साम्य की दिशा में उसे ऊपर ले जाने में अभीष्ट बल की मात्रा ज्ञात की जा सकती है।

चित्र 58

(a) पिंड नीचे को खिसकने वाला है। मान लीजिए, अभीष्ट बल की मात्रा P है।

(चित्र 58) तल के समान्तर बल-विश्लेषण से $\mu R - W \sin \alpha + P = 0$

तल के लंबवत् बल-विश्लेषण से, $R=W\cos\alpha$

$\therefore\ \mu W\cos\alpha - W\sin\alpha + P = 0$

$$P = W[\sin\alpha - \mu\cos\alpha] = W\left[\sin\alpha - \frac{\sin\lambda}{\cos\lambda}\cos\alpha\right]$$

$$= \frac{W}{\cos\lambda}[\sin\alpha\cos\lambda - \sin\lambda\cos\alpha] = \frac{W\sin(\alpha-\lambda)}{\cos\lambda}$$

(b) पिंड ऊपर चढ़ने वाला है।

इस स्थिति में घर्षण, नीचे की ओर कार्य करेगा।

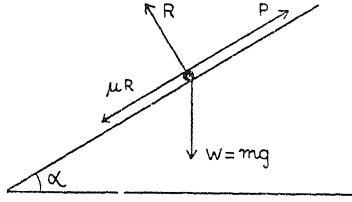
तल के समान्तर और लंबवत् बल-विश्लेषण से,

$P - \mu R - W\sin\alpha = 0,\quad R = W\cot\alpha$

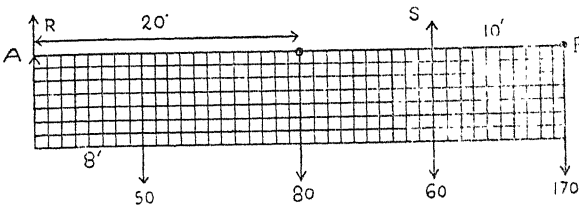
$\therefore\ P = W\sin\alpha + \mu W\cos\alpha$

$$= W\left[\sin\alpha + \frac{\sin\lambda}{\cos\lambda}\cos\alpha\right]$$

$$= \frac{W}{\cos\lambda}[\sin\alpha\cos\lambda + \sin\lambda\cos\alpha]$$

$$= \frac{W\sin(\alpha+\lambda)}{\cos\lambda}$$

चित्र 59

हल किए हुए प्रश्न

1. एक छड़ AB, 40 फीट लंबी है। यह दो खूंटियों पर जो एक ही क्षैतिज तल में स्थित हैं, टिकी है। एक खूंटी A सिरे के नीचे है, और दूसरी B सिरे से 10 फीट की दूरी पर। छड़ से 50, 80, 60 और 170 पौंड के बांट क्रम से A विन्दु से 8, 20, 30 और 40 फीट की दूरी पर लटकाए गए हैं। तो बताओ प्रत्येक खूंटी पर कितना प्रतिक्रिया का बल कार्य कर रहा है ?

चित्र 60

मान लो खूंटी की प्रतिक्रियाएं R और S हैं।

$\therefore\ R+S = (50+80+60+170) = 360$

A के परित: घूर्ण लेने से,

$$50 \times 8 + 80 \times 20 + 60 \times 30 + 170 \times 40 - S \times 30 = 0$$

$$30S = 400 + 1600 + 1800 + 6800$$
$$= 10200 + 400 = 10600$$
$$= 1060/3 = 353 \cdot 33 \text{ पौंड}$$

और, $R = (360 - 353 \cdot 33)$ पौंड $= 6 \cdot 67$ पौंड।

2. एक 240 पौंड का भार दो तागों OA और OB से O विन्दु पर लटक रहा है। OA, 30 सें० मी० लंबा है, और OB, 40 सें० मी०। तागों के सिरे A और B, क्षैतिज रेखा पर दो विन्दुओं पर बंधे हैं। इनकी पारस्परिक दूरी 50 सें० मी० है। तागों का तनाव निकालो।

चित्र 61

त्रिभुज OAB, समकोणिक त्रिभुज है

$\therefore OA^2 + OB^2 = AB^2$

यदि AB पर O से डाले गये लंब का चरण D पर हो, और $OAB = \theta$,

तो $\angle BOD = \theta$

(यहां $\tan \theta = \frac{OB}{OA} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$)

लामी के प्रमेय से

$$\frac{T_1}{\sin \theta} = \frac{T_2}{\sin(90 - \theta)} = \frac{240}{\sin 90}$$

अर्थात् $\frac{T_1}{\sin \theta} = \frac{T_2}{\cos \theta} = 240$

$$\therefore T_1 = 240 \sin \theta = 240 \times \tfrac{4}{5} = 192 \text{ पौंड}$$
$$T_2 = 240 \cos \theta = 240 \times \tfrac{3}{5} = 144 \text{ पौंड}$$

3. तीन बलों का 4, 5, और 6 ग्राम के संयुक्त परिणामी बल को निकालो, जब कि वे 120° का कोण एक दूसरे से बनाते हैं। (इनका विश्लेषण दो समकोणीय दिशाओं में करो।)

5
30°
60°
4
6

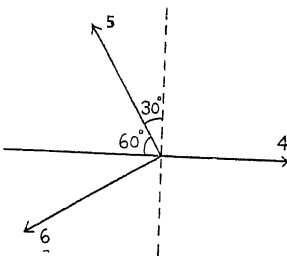
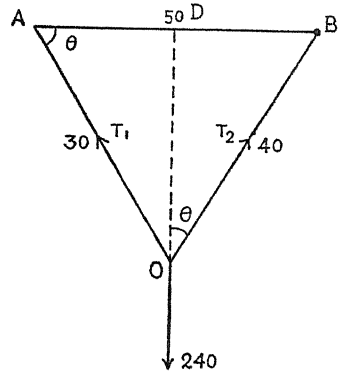
चित्र 62

पहले बल की दिशा में (विश्लेषण से)

परिणामी अवयव $= 4 - 5 \cos 60 - 6 \cos 60$
$= 4 - \frac{5}{2} - \frac{6}{2} = 4 - \frac{11}{2} = -\frac{3}{2}$

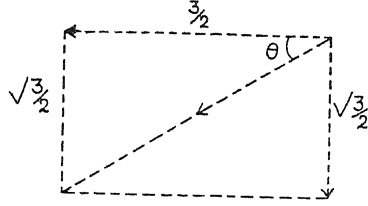
इसके लंबवत् संपूर्ण अवयव

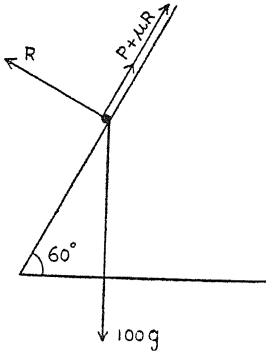
$= 5 \sin 60 - 6 \sin 60 = -\sin 60$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

परिणामी का मान $=\sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{12}}{2}=\sqrt{3}$

यदि परिणामी की क्षितिज से नति θ हो तो, $\tan\theta$

(नीचे की ओर) $=\frac{\sqrt{3}/2}{2/2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\theta=30^\circ$

चित्र 63

4. एक खुरदरे धरातल की नति 30° है। इस पर 100 ग्राम का पिंड सीमांत संतुलन की स्थिति में टिका हुआ है। यदि नति बढ़ाकर 60° कर दी जाय, तो कितना न्यूनतम बल, पिंड को नीचे खिसकने से रोकने में समर्थ होगा।

चित्र 64

पहली स्थिति में $\mu=\tan 30=\frac{1}{\sqrt{3}}$

दूसरी स्थिति में घर्षण का बल ऊपर की ही ओर कार्य करेगा। यदि अभीष्ट बल P हो, तो

$P+\mu R-100g\sin 60=0$

$R=100g\cos 60$ (ये समीकरण, धरातल के समान्तर एवं लंबवत् संतुलन की दृष्टि से प्राप्त होते हैं)

$\therefore P=100g\sin 60-\mu R=100g\sin 60-\frac{100g}{\sqrt{3}}\cos 60$

$=100g\left(\sin 60-\frac{1}{\sqrt{3}}\cos 60\right)$

$=100g\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{1}{2}\right)=\frac{50}{\sqrt{3}}(3-1)\times 981$

$=100\sqrt{3}\times 327=56636{\cdot}4$ डाइन

5. घिर्रियों की किसी व्यवस्था में, यह पता चलता है कि जब शक्ति 1 फुट उतरती है, तो भार एक फुट चढता है। एक हंड्रेडवेट का भार उठाने के लिए कितना बल अभीष्ट होगा।

भार द्वारा किया हुआ कार्य = शक्ति द्वारा किया हुआ कार्य

$\therefore W\times d'=P\times d$ या $\frac{W}{P}=\frac{d}{d'}=\frac{1\times 12}{1}=12\,(\because 1'=12'')$

$\therefore P=\frac{W}{12}=\frac{112}{12}$ पौंड वेट $=\frac{28}{3}$ पौंड वेट $=9\frac{1}{3}$ पौंड वेट।

प्रश्नावली

1. बलों के समान्तर चतुर्भजीय प्रमेय के सिद्धान्त को समझाओ। प्रयोगशाला में उसे किस प्रकार निर्धारित करोगे ? (**कलकत्ता**, '34)

2. एक विन्दु पर लगे हुए कई बलों का परिणामी (resultant) कैसे ज्ञात करोगे ? (**पटना**, '17)

   यदि तीन बराबर बल किसी विन्दु पर संतुलित हों तो उनके बीच के कोण निकालो। (**उत्तर** 120°)

3. चित्र की सहायता से पतंग की उड़ान समझाओ। (**पटना**, '27, '31)

   इसके संतुलन की तुलना वायुयान के संतुलन से करो।

4. बल त्रिभुज नामक सिद्धान्त का प्रतिज्ञापन करो और उसको सिद्ध करो। उसका प्रयोगात्मक सत्यापन कैसे करोगे। 5, 6, 7 सें० मी० भुजाओं वाले त्रिभुज की भुजाओं पर क्रमशः 10, 12, और 14 पौंड के बल कार्य करते हैं। उनका परिणामी निकालो। (**पटना**, '32, '34)

   (**उत्तर** $24\sqrt{6}$ घूर्ण का बलयुग्म)

5. बल त्रिभुज के सिद्धान्त के विलोम (converse) को प्रतिज्ञापित करो। बहुभुज नियम को त्रिभुज नियम के आधार पर निकालो। क्या प्रत्येक स्थिति में विलोम (converse) भी सत्य होगा ?

6. उत्तोलक (Lever) क्या है ? भिन्न-भिन्न प्रकार के लीवरों के उदाहरण दो। एक 16′ लंबी शहतीर AB के दोनों सिरे दो मनुष्यों के कंधों पर टिके हैं। शहतीर के A विन्दु से 4 फीट की दूरी पर 140 पौंड का बोझ लटकाया गया है। यदि शहतीर का भार 40 पौंड हो, तो प्रत्येक मनुष्य के कंधे पर कितना बल पड़ेगा ? (उत्तर 125 और 55 पौंड) (**पटना**, '21)

7. अच्छी तुला की क्या अभीष्टताएं हैं ? एक असमान भुजावाली तराजू तौलने को दी जाती है। एक ही वस्तु का व्यक्त भार दोनों पलड़ों पर रखने से क्रमशः 158·0 और 158·25 ग्राम निकलता है। तराजू की भुजाओं की निष्पत्ति निकालो। वस्तु का शुद्ध भार क्या है ?

   (**यू० पी० बोर्ड**,'26, '46; **ढाका**,'34; **पटना**,'28,'44)

   [**उत्तर** ·999, 158·25 ग्राम]

8. घर्षण से क्या अभिप्राय है ? घर्षण गुणांक और 'घर्षण कोण' की परिभाषा लिखो।

   जिस समय कोई पिंड किसी आनत तल (inclined plane) से लुढ़कने वाला ही हो, उस समय तल की नति (inclination), घर्षण-गुणांक के बराबर होती है। सिद्ध करो। (**पटना**, '27)

   एक मोटरकार 45 मील प्रतिघंटा की गति से समतल पर जा रही है। यदि घर्षण गुणांक ·6 हो, तो सड़क के मोड़ की न्यूनतम वक्रता निकालो, जिससे कार फिसल (skid) न सके। (**उत्तर**, 89·4 फीट)

9. चरम-घर्षण और 'घर्षण-कोण' से तुम क्या समझते हो ? घर्षण के व्यावहारिक उपयोगों पर प्रकाश डालो। (**ढाका**, '28)

एक वस्तु एक खुरदरे धरातल पर रखी है। धरातल का झुकाव क्षितिज से 30° है। यदि वस्तु सीमांत संतुलन में है, तो झुकाव 45° करने से क्या त्वरण उत्पन्न होगा ? (उत्तर, $\frac{g}{\sqrt{2}}(1-\frac{1}{\sqrt{3}})$)

10. एक समांगी (uniform) छड़ AB, जिसकी संहति (mass) $2\frac{1}{2}$ पौंड है, और जिसकी लंबाई 10 इंच है, A और B पर बंधी हुई दो ऊर्ध्वाधिर रस्सियों द्वारा क्षैतिज स्थिति में लटकाई जाती है।
A से 2, 6, तथा 7 इंच की दूरी पर तीन $1\frac{1}{2}$ पौंड के भार लटकाए जाते हैं। रस्सियों के तनाव निकालो।
(उत्तर, 4·2 पौंड; 2·8 पौंड) (काशी, '52)

11. सकारण समझाओ :—
(क) बेलन को ढकेलने की अपेक्षा खींचना सरल है। (यू० पी०, '41, '54)
(ख) जब हवा कम होती है, तो पतंग उड़ाने से पहले उसे लेकर दौड़ना पड़ता है।
(ग) वायुयान उड़ने से पहले तेजी से दौड़ता है।
(घ) टुंड्रा में बे पहियों की गाड़ियों का प्रयोग किया जाता है,पर यहां पहिये लगाते हैं।
(च) लकड़ी के भारी टुकड़े को खींचने की बजाय लोग लुढ़का कर ले जाते हैं।

12. एक 5 फुट लंबा, 20 पौंड का तख्ता एक फुट भुजा के घन पर समरूप रख दिया। तख्ते के एक सिरे पर कितना बल लगावें कि वह उठने लगे ? एक ओर यदि 5 पौंड का भार रख दें तब दूसरी ओर कितना बल लगाना होगा ?
(उत्तर 5 पौंड; 12·5 पौंड) (लंदन, '98)

13. तुमको कमानीदार तुला दी जाती है, जो केवल 20 पौंड तक तोल सकती है। 30 पौंड के लगभग भार की साइकिल को बिना खोले कैसे तोलोगे ?

14. एक साइकिल के क्रैंक की लम्बाई (धुरी से पैडल के केन्द्र तक) 8 इंच है। यदि साइकिल पर चढ़ा हुआ व्यक्ति ठीक नीचे की ओर 20 पौंड भार का बल पैंडल पर लगाता है, तो पैडल का घूर्ण निम्न दिशाओं में निकालो।
(क) जब क्रैंक ठीक ऊपर है।
(ख) क्रैंक ऊर्ध्वाधिर से 30° का कोण बनाता है।
(ग) क्रैंक ऊर्ध्व धरातल से 90° का कोण बनाता है।
(उत्तर, 0, $6\frac{2}{3}$, $13\frac{1}{3}$ पौंड × फीट)

15. लारी की छत पर सवार व्यक्ति यदि a दूरी आगे बढ़ता है, तो लारी की पिछली धुरी से हटकर भार $W \times a/b$ अगली धुरी पर आ जाता है। कथन को सिद्ध कीजिए। (लन्दन)

मोटर लारी के पिछले दोनों पहिए 6 फीट की दूरी पर हैं। इस पर समान रूप से ईंटें लदी हैं, और इस दशा में इसका गुरुत्व केन्द्र पृथ्वी से 8 फीट की ऊंचाई पर स्थित है। यह जिस सड़क पर जा रही है, उसका ढाल बांये से दाहिनी ओर है। ढाल का अधिकतम झुकाव क्या हो कि मोटर लारी दाहिने से बांई ओर न उलटे ?

(उत्तर, $\tan^{-1}\frac{3}{8}$)

अध्याय 5

गुरुत्वाकर्षण : सरल आवर्त गति
(Gravitation : Simple Harmonic Motion)

ऐतिहासिक :—चौथी शताब्दी ई० पू० में अरस्तू ने यह मत प्रतिपादित किया कि भारी पिंड, हल्के पिंडों की अपेक्षा पृथ्वी पर जल्दी गिरते हैं। 1589 ई० में गैलीलियो ने पीसा की मीनार से दो विभिन्न संहतियों के भारी पदार्थ गिराए, जो एक ही समय पर पृथ्वी से टकराते हुए देखे गये। इस प्रकार 2000 वर्ष के विश्वास का खंडन हुआ। किन्तु यह अब भी स्पष्ट न हो सका कि कागज के टुकड़े, पर आदि क्यों पृथ्वी पर देर में गिरते हैं। इसका कारण यह है कि उन पर अपेक्षाकृत वायु के प्रतिरोध का अधिक प्रभाव पड़ता है। इसको दिखाने के लिए न्यूटन ने 'गिनी और पर' का प्रयोग किया। एक मीटर के लगभग लंबी एक शीशे की चौड़ी नली को एक ओर स्टाप-काक से आयुक्त किया गया और दूसरी ओर एक टोपी (cap) से। नली में कागज और एक मुद्रा प्रविष्ट कराने पर मुद्रा, शीघ्रता से दूसरे सिरे पर गिरकर पहुंच गई। स्टाप-काक को पंप से संबद्ध करके नली को वायुरिक्त किया गया और तब नली को शीघ्रता से उलटने पर देखा गया कि मुद्रा और कागज एक साथ दूसरे सिरे पर जाकर टकराते हैं। गैलीलियो ने पतनशील पिंडों का अध्ययन करके ये नियम प्रतिपादित किए : (1) शून्य में प्रत्येक पिंड, विश्रामावस्था से विचलित होकर समान वेग से गिरेगा, (2) पतनशील पदार्थ द्वारा तै की हुई दूरी, समय, के वर्ग के समानुपाती होती है, और (3) विश्रामावस्था से गिरने वाले पिंडों का वेग, पतनकाल के समानुपाती होता है।

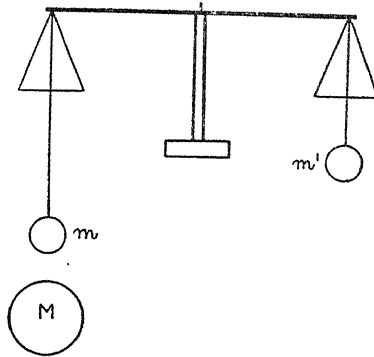
गैलीलियो ने एक लकड़ी का आनत तल (Inclined Plane) लिया और ऊपर से 1^2, 2^2, 3^2, ... के समानुपाती दूरियों पर चिह्न अंकित किए। उसने सिद्ध किया कि यदि कोई गेंद ऊपर से लुढ़काई जाए, तो 1, 2, 3...सेकंडों के पश्चात् वह इन चिह्नों को स्पर्श करती है। समय की नाप के लिए उसने एक बड़ा जलपूर्ण बर्तन लिया जिसकी पेंदी में छेद था। गेंद लुढ़काते समय छेद से हाथ हटाकर जल बहने दिया। किसी चिह्न पर गेंद के पहुंचते ही हाथ फिर लगा कर जलस्राव बन्द कर दिया। इस बीच संचित जल की मात्रा तदनुरूपी समय के समानुपाती होगी। ऐसी व्यवस्था की गई कि एक चिकने प्लेटफार्म को क्षैतिज स्थिति में किसी भी चिह्न से टिकाया जा सके। ऊपर से लुढ़कने के पश्चात् प्लेटफार्म पर चली हुई कुछ दूरी और तत्संगत समय के ज्ञान से वेग की गणना की जा सकती है। ये वेग क्रमशः 1, 2, 3, 4...अर्थात् समय के समानुपाती हैं।

गुरुत्वाकर्षण का नियम (Law of gravitation) :—संसार में प्रत्येक पिंड (body) अन्य किसी भी पिंड को आकृष्ट करता है। यह पारस्परिक आकर्षण,

किन्हीं दो पिंडों पर बराबर एवं विपरीतात्मक दिशा में (न्यूटन के तृतीय नियम के अनुसार) क्रियात्मक होते हैं। दोनों पिंडों में से, किसी की भी संहति (mass) घटाने-बढ़ाने से, उसी अनुपात में आकर्षण की भी वृद्धि होती है अर्थात् आकर्षण, दोनों पिंडों की संहतियों के गुणनफल के समानुपाती होता है। इसी प्रकार यदि संहतियां वही रहें, तो यह बल पिंडों की दूरियों के वर्ग के उत्क्रमानुपाती (inversely proportional) होता है। (अस्तु, दूरी दुगना करने पर चौथाई, तिगुना करने पर नवां भाग हो जाता है, एवं आधा करने पर चौगुना तथा तिहाई करने पर नौ गुना होती है।)

$\therefore\ F \propto \frac{mm'}{d^2}$ अर्थात् $F = G. \frac{mm'}{d^2}$, (यहां G एक स्थिरांक है, जो पदार्थों के विशिष्ट गुणों पर निर्भर नहीं करता, वरन् परम स्थिरांक है, जिसे गुरुत्वाकर्षण का वैश्व स्थिरांक कहते हैं।) यदि $m = m' = 1$ संहति की इकाई, एवं $d = 1$ लंबाई की इकाई, तो $F = G$ अर्थात् इकाई संहति के दो पिंड, एक दूसरे से इकाई दूरी पर रखे जाने से, एक दूसरे को जिस बल से आकृष्ट करेंगे, वह परिमाण में G के बराबर होगा। *C. G. S.* इकाइयों में इसका मान $6{\cdot}65 \times 10^{-8}$ है।

पिंडों पर केवल पृथ्वी के आकर्षण को भूगुरुत्वाकर्षण (gravitation) कहते हैं। अस्तु, भूगुरुत्वाकर्षण, गुरुत्वाकर्षण का ही एक रूप है।

प्रयोगशाला में G के मान का निर्धारण इसके लिए दो समान पिंड m एक सूक्ष्म तुला के पलड़ों से इस प्रकार लटकाए गए कि वे एक दूसरे को संतुलित करें। इनमें से एक पिंड एक लंबे पतले तार से लटकाया जाता है। इसके नीचे एक भारी सीसे का गोला आयोजित किया जाता है। बड़े गोले के आकर्षण से निचला पिंड m, और नीचे चला जाता है, जिससे संतुलन नष्ट हो जाता है। फिर संतुलन को लाने के लिए दूसरी ओर पलड़े पर m' भार रखना पड़ता है।

चित्र 65

$\therefore\ F = m'g = G.M.m/d^2$। इससे G का मान निकाला जा सकता है। इस विधि को कैवेंडिश ने प्रयुक्त किया था।

गुरुत्व-केन्द्र :—प्रत्येक पिंड, असंख्य कणों से मिल कर बनता है। ये कण, पृथ्वी के केन्द्र की ओर आकृष्ट होते हैं। पृथ्वी के सापेक्ष, पिंड का आकार छोटा होने के कारण, ये विभिन्न बल, समान्तर (ऊर्ध्वाधर) माने जा सकते हैं। इन समान्तर बलों का

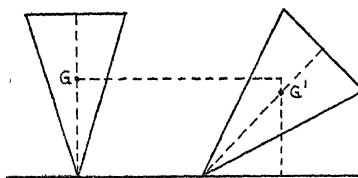
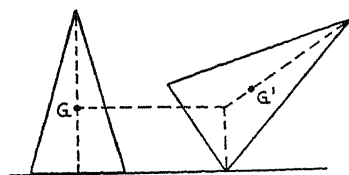
परिणामी, पिंड के एक निश्चित विन्दु से, ऊर्ध्वाधर दिशा में, पृथ्वी के केन्द्र की ओर क्रियात्मक होता है। इसी विन्दु को पिंड का गुरुत्व-केन्द्र कहते हैं।

फलक (Lamina) **के गुरुत्व-केन्द्र का निर्धारण** :—फलक (धातु की पतली चादर) के किसी कोने से सूत्र बांध कर उसे स्थाम (stand) से लटका दो। स्थाम के उसी विन्दु से एक साहुल-सूत्र लटका दो, जो धातु के टुकड़े के तल को स्पर्श करता रहे। साहुल सूत्र की सहायता से निलंबित (suspended) कोने से गुजरनेवाली एक ऊर्ध्वाधर रेखा खींचो। यही क्रिया, किसी दूसरे कोने से दुहराओ। इस प्रकार दो उदग्र रेखाओं का निर्धारण हो जाता है। गुरुत्व-केन्द्र दोनों ही रेखाओं पर पड़ता है; इसलिए वह उनका छेदन-विन्दु है। किसी अन्य कोने से लटका कर देखा जा सकता है कि उदग्र-रेखा सदैव निलंबन-विन्दु और गुरुत्व-केन्द्र को मिलानेवाली रेखा ही है।

स्थायी, अस्थायी एवं उदासीन साम्यावस्था (Stable, Unstable & Neutral Equilibrium) :—यदि किसी पिंड को संतुलन-स्थिति से थोड़ा विस्थापित कर दिया जाए, तो हो सकता है कि इस स्थिति में क्रियात्मक बलों की प्रवृत्ति, पिंड को पूर्व-स्थिति में ले जाने की हो। यह भी हो सकता है कि यह प्रवृत्ति, विस्थापन को और भी बढ़ा दे। संभव है कि विस्थापन को घटाने अथवा बढ़ाने की प्रवृत्ति बिल्कुल न हो। इन तीन दशाओं में संतुलन क्रमशः स्थायी, अस्थायी एवं उदासीन कहा जाता है।

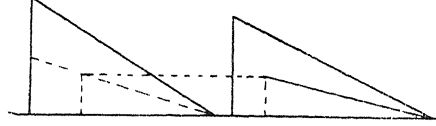
स्थायी संतुलन की स्थिति में, पिंड का गुरुत्व केन्द्र, निम्नतम स्थिति में होता है। विस्थापन के कारण यह उठ जाता है। गुरुत्व-केन्द्र के निम्नतम स्थिति में टिकाव की प्रेरणा स्वाभाविक है। इसलिए पूर्व स्थिति को प्राप्त करने की चेष्टा, क्रियाशील होती है। किसी पटल (face) पर टिका हुआ घन, अथवा आधार पर टिकी हुई शीशे की कीप, इसके उदाहरण हैं।

अस्थायी संतुलन की स्थिति में गुरुत्व-केन्द्र, उच्चतम स्थिति में होता है। विस्थापन से वह नीचे हो जाता है। उसी स्वाभाविक प्रवृत्ति के कारण विस्थापन और बढ़ जाता है, जिससे गुरुत्व-केन्द्र और नीचे आ सके। शीर्ष पर टिका हुआ शंकु, किनारे पर ठहरा हुआ अंडा आदि इसके उदाहरण हैं।

उदासीन संतुलन में गुरुत्व-केन्द्र ऐसी स्थिति में होता है कि विस्थापन से उसके

चित्र 66 (*i*) चित्र 66 (*ii*)

स्तर पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इसलिए विस्थापन के समर्थन अथवा विरोध में किसी

प्रकार की चेष्टा कार्य नहीं करती। क्षैतिज तल पर टिकी हुई गेंद, तिर्यक (oblique) तल, पृथ्वी को संस्पर्श करता हुआ शंकु, इसके उदाहरण हैं।

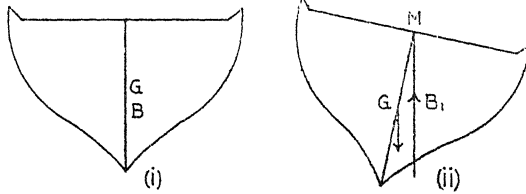
चित्र 66 (*i*), (*ii*), (*iii*) में शंकु की तीन दशाएं दिखाई गई हैं, जिनसे तीनों प्रकार के संतुलन स्पष्ट हो जाते हैं।

चित्र 66 (*iii*)

ऐसे बहुत से खिलौनों की रचना की गई है, जो भिन्न-भिन्न प्रकार के संतुलन प्रकट करते हैं।

दैनिक जीवन में सन्तुलन का विशेष महत्व है। यह निम्न उदाहरणों से स्पष्ट है—

1. दो पतले लम्बे छड़ों के सिरों पर दो भारी गोले लटका कर और उन्मुक्त सिरों को पकड़कर नट, रस्सियों पर सरलता से नाचता है। गोलों के कारण उसका गुरुत्व केन्द्र आधार से नीचे आ जाता है।

2. किसी कार्क को एक पिन पर ठहराना असम्भव है। यदि दोनों किनारों पर एक-एक कलम टेढ़ा करके खोंस दिये जाएं, तो कार्क पिन पर टिक जाता है।

3. यदि किसी गाड़ी में किसी ऊंचाई तक कोई भारी वस्तु भरी हो, तो वह नहीं उलटती, पर अधिक ऊँचाई तक कोई हल्की वस्तु भरी होने पर वह साधारण से झटके से उलट जाती है। इस दूसरी स्थिति में गुरुत्व-केन्द्र से गुजरने वाली उदग्र रेखा उसके आधार के बाहर निकल जाती है।

चित्र 66 (A)

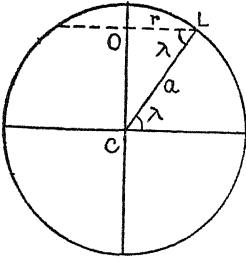
4. जब कुली पीठ पर बोझ रखता है, तो वह आगे को झुक जाता है, जिससे स्थायी साम्य बना रहे।

5. मोटर तथा ट्राम गाड़ियों का निचला भाग इंजन आदि के कारण भारी हो जाता है। गुरुत्व-केन्द्र काफी नीचे पड़ने से, वे आसानी से उलट नहीं सकतीं।

6. भारी पेंदे के विशेष प्रकार के खिलौने, प्रत्येक स्थिति में खड़े हो जाते हैं।

पिंडों की संहति (mass) **और भार** (weight):—भौतिक तुला से हम '*g*' के परिवर्त्तन का आभास नहीं कर सकते, क्योंकि यह परिवर्त्तन दोनों पलड़ों पर समान रूप से कार्य करेगा। इसलिए भौतिक तुला द्वारा हम केवल संहतियों का निर्धारण कर सकते हैं। भार नापने के लिए हम कमानीदार तुला का प्रयोग करते हैं। यह कमानी की बनी हुई होती है। इसका ऊपरी सिरा एक धातु के छल्ले से जुड़ा रहता

है और नीचे के सिरे में एक हुक लगा होता है। कमानी से संबद्ध एक निर्देशक होता, है जो धातु के पैमाने पर ऊपर नीचे खिसकता है। पैमाना, पौंड या ग्राम में अंकित होता है । तोलने वाली वस्तु को हुक में लगाकर निर्देशक का पाठ ले लेते हैं। यह पाठ पौंडों अथवा ग्रामों में होने के कारण बिल्कुल शुद्ध नहीं हो सकता, क्योंकि प्रत्येक स्थान पर पौंड और ग्राम का भार बराबर नहीं होता। ये प्रमाप सामान्यत: यंत्र निर्माता के स्थान के होते हैं। अधिक शुद्धता के लिए पैमाना पाउंडल या डाइन में अंकित होना चाहिए ।

'g' के मान में परिवर्त्तन :—(1) **अक्षांश** (Latitude) **के अनुसार**—'g' का मान ध्रुवों पर सबसे अधिक और विषुवत् रेखा पर न्यूनतम होता है। इसके दो कारण हैं।

चित्र 67

(i) ध्रुवों पर पृथ्वी का चिपटा होना :—ध्रुवों से जाने वाला व्यास, विषुवत् रेखा से जाने वाले व्यास के सापेक्ष 27 मील कम है। इस कारण ध्रुवों पर आकर्षण अधिक होता है ।

(ii) पृथ्वी का अपने अक्ष पर घूमना :—पृथ्वी, पश्चिम से पूर्व की ओर परिक्रमा करती है। यदि पृथ्वी के तल पर कोई कण, r अर्धव्यास के वृत्त में परिभ्रमण कर रहा हो तो वृत्त के केन्द्र की ओर उसका त्वरण $\omega^2 r$ होगा (ω, कोणीय वेग है ।) इस त्वरण का LC दिशा में (C, पृथ्वी का केन्द्र है) अवयव $\omega^2 r \cos\lambda$ है। यदि R, पृथ्वी की प्रतिक्रिया हो, तो पृथ्वी के केन्द्र की ओर परिणामी बल $W-R$ होगा। न्यूटन के द्वितीय नियम के अनुसार, $W-R=mf$

$$=m\omega^2 r\ \cos\lambda = m\omega^2\ (a\cos\lambda)\ \cos\lambda = m\omega^2 . a\cos^2\lambda$$

$$\therefore\ R = W - m\omega^2 a\cos^2\lambda = mg - m\omega^2 a\cos^2\lambda$$

$$= m(g-\omega^2 a\cos^2\lambda)$$

हमें किसी पिंड के भार का अनुमान, उस पर पड़नेवाली, प्रतिक्रिया R से होता है। यदि प्रतीयमान भार W' एवं तदनुरूप त्वरण g' हो, तो,

$$W' = mg' = R = m(g-\omega^2 a\cos^2\lambda)$$

$$\therefore\ g' = g-\omega^2 a\cos^2\lambda$$

ध्रुवों पर $\lambda = \pm 90°$, $\therefore\ g' = g$

विषुवत् रेखा पर $\lambda = 0$, $\therefore\ g' = g-\omega^2 a$. स्पष्टत:; ये मान क्रमश: महत्तम और न्यूनतम हैं। यह तो स्पष्ट ही है कि ध्रुवों के निकटवर्ती कणों पर पृथ्वी के घुमाव का कोई प्रभाव नहीं पड़ता ।

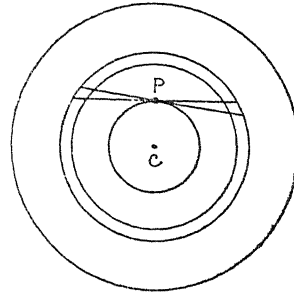
(2) **ऊंचाई (altitude) के अनुसार**—(i) पहाड़ पर :—सेमिति (symmetry) के अनुसार, पृथ्वी की समस्त संहति को केन्द्र पर व्यवस्थित माना जा सकता है। यदि पृथ्वी की संहति E तथा मध्यमान अर्धव्यास a मान लें, तो

$$mg = G.\frac{mE}{a^2}; \quad \therefore g = \frac{GE}{a^2}.$$ इसी प्रकार, संशोधित मान

$$g' = \frac{G.E}{(a+h)^2}$$ (यदि h, पहाड़ की ऊंचाई है।)

$$\therefore \frac{g'}{g} = \frac{a^2}{(a+h)^2} = \frac{a^2}{a^2(1+h/a)^2} = \left(1+\frac{h}{a}\right)^{-2} = \left(1-\frac{2h}{a}+\dots\right)$$

$\therefore g'=g\ (1-2h/a)$, h/a का मान, व्यवहार में बहुत कम होने के कारण, हम इसके वर्ग अथवा उच्चतर घातों को त्याज्य मान सकते हैं।

$\therefore g'=g(1-2h/a)$ अर्थात् ऊंचाई पर 'g' के मान में कमी होती है।

(ii) खान के भीतर :—किसी भीतरी विन्दु P पर पृथ्वी का प्रभाव निकालने के लिए, पृथ्वी के केन्द्र C से CP त्रिज्या का एक गोल (sphere) बनाइये। हम सिद्ध कर सकते हैं कि इस गोल के बाहर के किसी भाग का P पर कोई आकर्षण नहीं होता। गोल और पृथ्वी की परिमिति (perimeter) के बीच के स्थल को पतले सकेन्द्रिक कवचों (concentric shells) में विभक्त कर दो। P को उभयनिष्ठ शीर्ष मान कर एक द्विशंकु (double cone) बनाइये, जिसका अर्ध शीर्ष (semi-vertical) कोण कम हो, और आधार कवचों (shells) पर पड़े। इन आधारों की संहतियां क्रमशः m_1, m_2 क्षेत्रफल a_1, a_2 और P से दूरियां l_1, l_2 द्वारा व्यक्त कीजिए। P बिन्दु (जहां संहति 'm' है) पर m_1 और m_2 के आकर्षण विपरीतात्मक हैं। इन आकर्षणों को क्रमवत् F_1 और F_2 से व्यक्त करो।

चित्र 68

$$F_1 = G.\frac{mm_1}{l_1^2}, \quad F_2 = G.\frac{mm_2}{l_2^2}$$

$$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{G.mm_1/l_1^2}{G.mm_2/l_2^2} = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2$$

यदि कवच की मोटाई t हो और ρ पृथ्वी का मध्यमान घनत्व हो, तो,

$$m_1 = a_1.t\rho, \quad m_2=a_2.t\rho.$$

अस्तु, $$m_1/m_2=a_1/a_2$$

$$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 = \frac{a_1/l_1^2}{a_2/l_2^2}$$

ज्यामिति के अनुसार, $a_1/l_1^2 = a_2/l_2^2$ $\therefore F_1/F_2 = 1$ अर्थात् $F_1 = F_2$ इसलिए इन आधारों का सामूहिक प्रभाव P पर शून्य होगा। समस्त कवच (shell) इस प्रकार के मौलिक अवयव युग्मों (pairs) में विभक्त हो सकता है, जिनका प्रभाव शून्य है। इसलिए कवच (shell) का P पर कोई प्रभाव नहीं होगा। हम देखते हैं कि इस प्रकार P से गुजरने वाले गोल और पृथ्वी की परिमिति के बीच के सारे स्थल को क्रमबद्ध मौलिक कवचों (consecutive elementary shells) में विभक्त किया जा सकता है। इन सबका प्रभाव P पर नगण्य है। इसलिए P पर गोल के बाहरी स्थल का कोई आकर्षण नहीं होता। यदि शेष भाग की संहति M हो, तो $M = \frac{4}{3}\pi(a-d)^3.\rho$ P पर आकर्षण की मात्रा

$$= \frac{GMm}{(a-d)^2} = G.\tfrac{4}{3}\pi \frac{(a-d)^3}{(a-d)^2} m = G.m.\tfrac{4}{3}\pi(a-d)\rho$$

$= \gamma m(a-d)$ (यहाँ $\gamma = \frac{3}{4}\pi\rho G$, और d, खान की गहराई है)

$\therefore$ संशोधित त्वरण, $g' = \gamma(a-d)$

पृथ्वी के तल पर $d=0$; $\therefore g = \gamma a$

अस्तु, $g'/g = (a-d)/a = 1 - d/a$. या $g' = g(1-d/a)$

इससे स्पष्ट है कि पृथ्वी के भीतर 'g' का मान, ऊंचाई की अपेक्षा धीरे-धीरे घटता है। यदि गुरुत्वाजन्य त्वरणों के मान h ऊंचाई अथवा d गहराई पर बराबर हों, तो,

$$g' = g(1-2h/a) = g(1-d/a) \quad \therefore d = 2h.$$

जैसे, यदि $h = 1000'$, तो $d = 2000'$ अस्तु, पृथ्वी के भीतर जाने से त्वरण में कमी उतनी ही दूर ऊपर जाने की अपेक्षा आधी के लगभग होती है।

पृथ्वी की संहति एवं मध्यमान घनत्व की गणना :—

$$g = \frac{GE}{a^2}; \quad \therefore E = \frac{a^2 g}{G} = \frac{(4000 \times 1760 \times 3 \times 12 \times 2{\cdot}54)^2 \times 981}{6{\cdot}65 \times 10^{-8}}$$

$$= 6{\cdot}1 \times 10^{27} \text{ ग्राम (लगभग)}$$

∵ पृथ्वी का मध्यमान अर्धव्यास a, 4000 मील है। इसे सेंटीमीटरों मे परिणत करना चाहिए।)

पृथ्वी का आयतन, $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ (पृथ्वी को गोलीय मान कर)

$\therefore$ मध्यमान घनत्व, $\rho = \frac{E}{V} = \frac{a^2 g/G}{\frac{4}{3}\pi a^3} = \frac{3}{4\pi a}.\left(\frac{g}{G}\right)$

$$= \frac{3}{4 \times 3{\cdot}142 \times (4000 \times 1760 \times 3 \times 12 \times 2{\cdot}54)} \times \frac{981}{6{\cdot}65 \times 10^{-8}}$$

= 5.46 ग्राम प्रति घन सें० मी०।

पृथ्वी तल के भीतर कुछ गहराई के नीचे अत्यंत प्रचंड ताप मिलता है। यह ताप केन्द्र की ओर बढ़ता जाता है। इतने अधिक ताप पर लोहा (और शायद सभी पदार्थ) द्रवीभूत हो जाते हैं। तल के निकट थोड़े से भाग के ठोस होने के ही कारण मध्यमान घनत्व का मान इतना कम निकलता है। पृथ्वी के गर्भ में खनिज पदार्थों के घनत्व, पृथ्वी के घनत्व से अधिक होते हैं।

सरल आवर्त गति (Simple Harmonic Motion) —यह वह गति है, जिसमें त्वरण सदैव एक निश्चित् विन्दु (मध्यमान स्थिति) की ओर होता है, और उसके स्थानान्तर (displacement) के समानुपाती होता है।

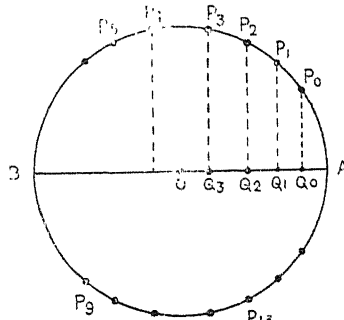
लक्षण :—(1) गति आवर्तमय (periodic) होती है, अर्थात् मध्यमान स्थिति से दोनों ओर बराबर दूरियां चलने में बराबर समय लगता है।

(2) गतिशील पिंड का त्वरण, स्थानांतर के समानुपाती होता है, और वह कंपन रेखा (line of vibration) में एक निश्चित् विन्दु की ओर अभिमुख (directed) होता है।

(3) गति सामान्यतः सरल रेखा में होती है। यह अनिवार्य नहीं है।

उदाहरण :—पानी में पत्थर फेंको। जल-कण अपनी मध्यमान स्थिति से, ऊपर नीचे स० आ० गा० (S. H. M.) संपादित करते हैं। सितार के तार को झंकृत करो। तार के प्रत्येक कण की गति सरल आवर्तमय है।

यदि किसी गोल मुद्रा के टुकड़े की परिधि पर खड़िया से कोई चिह्न अंकित करें, और मुद्रा को समतल पर लुढ़का दें, तो अंकित विन्दु एक विशेष वक्र बनाता है, जिसे साइक्लाइड (cycloid) कहते हैं। इसी आकृति की किसी खुली नली में धीरे से किसी पिंड को छोड़ देने से वह दोलन करने लगता है; पिंड के दोलन पूर्णतः सरल आवर्तमय होंगे। (यद्यपि गति को किसी भी दृष्टि से सरल रेखात्मक नहीं माना जा सकता)

सरल आवर्त गति का ज्यामितीय निरूपण (Geometrical Representation) :—यदि कोई कण समान कोणीय वेग से किसी वृत्ताकार परिपथ में चल रहा हो, तो किसी भी निश्चित व्यास पर उसके प्रक्षेप (projection) की गति सरल आवर्तमय होगी।

प्रमाण :—मान लीजिए, निश्चित व्यास AB है। यदि कण P_0 विन्दु से चलना प्रारंभ करे, और P_1 P_2 आदि विन्दुओं से होता हुआ पूरा चक्कर लगा कर फिर P_0 पर आ जाये, तो उसी काल में उसका AB पर

चित्र 69

प्रक्षेप, Q_0 से प्रारंभ होकर फिर उसी विन्दु पर लौट आयेगा। पहले वह Q_0 से B की

ओर, फिर B से A की ओर, अंत में A से Q_0 की ओर चलेगा। अर्थात् जितने समय में वृत्तीय परिपथ का एक चक्कर पूरा होगा, उतने ही समय में प्रक्षिप्त विन्दु का एक आवृत्ति-काल (period) पूरा होगा। यदि इसे T से व्यक्त करें, तो इस काल में P_0 का कोणीय स्थानांतर (angular displacement), ωT होगा। एक चक्कर पूरा होने के कारण, यह 2π रेडियन के बराबर होगा।

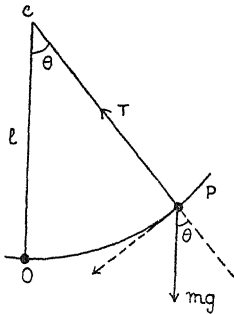
$\therefore$ $\omega T = 2\pi$, या $T = 2\pi/\omega$ (ω प्रचलित संकेतानुसार, कोणीय वेग है)। P का केन्द्र की ओर त्वरण $\omega^2 a$ है। यदि OP, AB से θ कोण बनाता है, तो AB की दिशा में और उसके लंबवत् उसके अवयव क्रमशः $\omega^2 a \cos\theta$ और $\omega^2 a \sin\theta$ होंगे। Q का त्वरण केन्द्र की ओर $\omega^2 a \cos\theta$ है। यही इसका संपूर्ण त्वरण है, क्योंकि Q की गति AB के लंबवत् कुछ नहीं है। Q का त्वरण सदैव मध्यमान विन्दु 0 की ओर दिष्ट (directed) है।

Q का केन्द्र से स्थानांतर, $OQ = a \cos\theta$

$$\therefore \frac{\text{मध्यमान विन्द } O \text{ की ओर } Q \text{ का त्वरण}}{0 \text{ विन्दु से } Q \text{ का स्थानांतर}} = \frac{\omega^2 a \cos\theta}{a \cos\theta} = \omega^2$$

इसलिए, (परिभाषा के अनुसार) Q की गति सरल आवर्तमय (Simple Harmonic) होगी।

इस प्रकार प्रत्येक सरल आवर्तगति को एकरूप (uniform) गति के सरल रेखा पर प्रक्षेप द्वारा निरूपित किया जा सकता है। पर इससे यह निष्कर्ष नहीं निकाला जा सकता कि प्रत्येक सरल आवर्तमय गति, अवश्यम्भावी रूप से सरल रेखात्मक होती है। हां, प्रकृति में अधिकांश सुपरिचित उदाहरणों में वह सरल रेखा में ही पाई जाती है।

साधारण लोलक (Simple Pendulum) :—आदर्श साधारण गोलक (bob), एक भार रहित अवितान्य और लचकदार डोरी द्वारा एक दृढ़ आधार से लटकाया जाता है, और दोलन बिना किसी घर्षण के होता है। व्यवहार में एक पतले डोरे से धातु के गोलक (bob) को बांध कर लोलक की रचना करते हैं। दीवार घड़ियों में, भार रहित डोरी की बजाय लोलकों के साथ एक छड़ होती है। इस प्रकार के लोलक **यौगिक** (compound) **लोलक** कहे जाते हैं।

चित्र 70

साधारण लोलक की गति सरल आवर्तमय (Simple Harmonic) होती है।

मान लीजिए लोलक की एक क्षणिक (instantaneous) स्थिति P है, जहां पर कोणीय विचलन θ है। लोलक पर इस समय दो बल क्रियात्मक होते हैं :—

(1) लोलक का भार, ऊर्ध्वाधर दिशा में नीचे की ओर।

(2) डोरी का तनाव, T—लोलक के भार को दो अवयवों, $mg \cos \theta$ और $mg \sin \theta$ में विभक्त किया जा सकता है, जो क्रमशः डोरी की दिशा CP और उसके लंबवत् कार्य करते हैं। पहला अवयव डोरी के तनाव को संतुलित करता है, और दूसरा मध्यमान स्थिति O की दिशा में क्रियात्मक होता है। यदि डोरे की लम्बाई को l मान लिया जाय, तो मध्यमान स्थिति से स्थानान्तर $l\theta$ होगा। $mg \sin \theta$ अवयव के कारण O की ओर त्वरण $g \sin \theta$ होगी।

$$\therefore \frac{P \text{ का मध्यमान विन्दु } O \text{ की दिशा में त्वरण}}{P \text{ का मध्यमान विन्दु } O \text{ से स्थानांतर}} = \frac{g \sin \theta}{l\theta}$$

यदि θ का मान बहुत कम हो, (5° के भीतर) तो यह अनुपात g/l होगा। यह एक स्थिरांक है। इसलिए, लोलक की गति सरल आवर्तमय होगी।

लोलक संबंधी सूत्र :—

$$\text{लोलक के लिए, } \frac{\text{त्वरण}}{\text{मध्यमान विन्दु से स्थानांतर}} = \frac{g}{l}$$

(यदि θ छोटा हो)

ज्यामितीय निरूपण के अनुसार, किसी भी सरल आवर्तमय गति के लिए,

$$\frac{\text{त्वरण}}{\text{स्थानान्तर}} = \omega^2 \text{ और } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

$$\therefore \omega^2 = \frac{g}{l} \text{ या, } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2\pi}{T}.$$

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

सूत्र में l के स्थान पर प्रभावकारी लंबाई, l_{eff} को प्रयुक्त करना चाहिए। यह निलंबन विन्दु (point of suspension) से, लोलक के गुरुत्व-केन्द्र तक की दूरी होती है। यदि गोलक गोलीय हो, तो,

$l_{eff} = l + r$ (यहां r, गोलक की त्रिज्या है)

सूत्र के निरीक्षण से निम्न परिणाम प्रत्यक्ष रूप से निकलते हैं:—(1) दोलन गति दोलन-विस्तार (amplitude) अर्थात् मध्यमान स्थिति से महत्तम स्थानांतर पर निर्भर नहीं होती, बशर्ते कि कोणीय स्थानांतर 5° से अधिक न हो। भिन्न-भिन्न दोलन विस्तारों के लिए, दोलन-काल वही रहने के कारण, इस प्रकार की गति को तुल्य-कालिक (isochronous) कहते हैं।

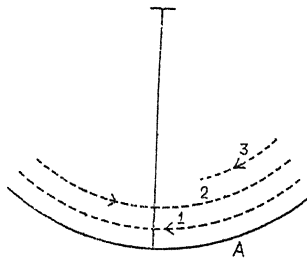
(2) यदि प्रभावकारी लंबाई वही रहे, तो लोलक के पदार्थ पर दोलनकाल नहीं निर्भर करता। विभिन्न प्रकार की धातुएं (पीतल, अल्यूमिनियम आदि) के लोलक लेकर इस कथन की पुष्टि की जा सकती है।

(3) लंबाई का नियम .—$T^2 \propto l$ विभिन्न प्रभावकारी लंबाइयों से संबद्ध दोलन कालों का मान निर्धारण करने पर T^2 एवं l का लेखाचित्र खींचने पर एक मूल-विन्दुगामी सरल रेखा प्राप्त होती है।

(4) $T^2 \propto 1/g$. यदि दो स्थानों पर g के मान क्रमशः g_1, g_2 हों और T के मान T_1, T_2 हों, तो $T_1^2/T_2^2 = g_2/g_1$

बड़ी घड़ियों में सेकंड लोलक की व्यवस्था रहती है। सेकंड लोलक वह है, जिसकी एक प्रेंख (swing) में 1 सेकंड समय लगता है, अर्थात् पूरा दोलनकाल 2 सेकंड का होता है। $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ में T को 2 सेकंड रखने पर l, सेकंड लोलक की लंबाई निकलती है। इसलिए सेकंड लोलक की लंबाई g/π^2 होगी।

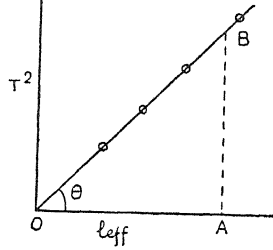
दोलन-काल निकालने के लिए हम गतिशील लोलक की किसी विशेष स्थिति से माप लेना प्रारंभ करते हैं। जितने समय के पश्चात् लोलक फिर उसी विन्दु पर आकर प्रारंभिक दिशा में चलने लगे, वही समय, दोलन काल है।

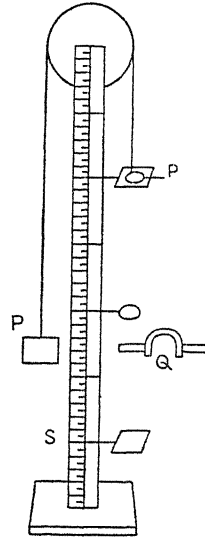
सहवर्ती चित्र में मान लीजिए कि जिस समय लोलक A ऊपर है, उस समय विराम-घड़ी (stop-watch) चला दी गई। पहले मार्ग 1 में चल कर छोर पर पहुंच कर मार्ग 2 की दिशा में लौटकर, लोलक पुनः A पर आ जाता है। ऊपर अभी एक दोलन नहीं पूरा हुआ, क्योंकि अब वेग की दिशा उलट गई है। फिर दूसरे छोर पर जाकर, मार्ग 3 को दिशा में लौट जाता है, और तब वह पुनः A पर आ जाता है। अब गति, मूल दिशा में होने के कारण, एक दोलन-काल पूरा हो गया। हम कहते हैं कि अब वही प्रावस्था (phase) पुनः प्राप्त हो गई।

चित्र 71

स्पष्ट है कि मध्यमान स्थिति से किसी छोर तक पहुंचने का समय, दोलनकाल का चतुर्थांश है। इसी प्रकार एक प्रेंख (swing) अर्थात् दो छोरों के बीच की दूरी चलने में दोलन काल का आधा समय लगता है। दोलनकाल ज्ञात करने के लिए, हम लगभग 20–25 दोलनों के लिए अभीष्ट समय निकाल लेते हैं। फिर इसे दोलनों की संख्या से भाग देने पर मध्यमान दोलन-काल ज्ञात कर लेते हैं।

प्रयोगशाला में विभिन्न लंबाइयों के संगत दोलन-काल निकाल कर, लेखाचित्र से

l/T^2 का मध्यमान मान निर्धारित करते हैं। चित्र में यह मान, cot θ अर्थात् OA/OB से व्यक्त है। अब, $g=4\pi^2\ (l/T^2)$ में इस मान को रख कर g का मान भी ज्ञात हो सकता है।

प्रयोग में मुख्यत: बड़ी लंबाइयों को व्यवहार में लाते हैं। ऐसा करने से कोणीय स्थानांतर कम रख कर भी रैखिक स्थानांतर बढ़ जाता है, और शुद्धता का स्तर बढ़ जाता है।

चित्र 72

एटवुड का यंत्र (Atwood's Machine) :—इस यंत्र के द्वारा एटवुड ने 'g' का मान निर्धारित किया। इसके द्वारा गति के नियमों को भी सत्यापित किया जा सकता है। एक चिकनी घिर्री पर रेशम के एक बारीक धागे से दो बराबर पीतल के भार P लटक कर संतुलित होते हैं। घिर्री एक अंकित उदग्र स्थाम के ऊपरी सिरे पर जुड़ी होती है। इस स्थाम पर दो प्लेटफार्म व्यवस्थित होते हैं, जिन्हें कहीं भी सुविधानुसार संधृत (clamp) किया जा सकता है। इनके बीच में एक छल्ले (ring) का भी आयोजन किया जाता है। इसका व्यास इतना होता है कि इसमें से भार P निकल जा सकता है, पर जब उस पर विशेष आकृति का आरोही (rider) Q लाद दिया जाता है, तो आरोही अटक जाता है। प्रारंभ में इस ओर का भार P, प्लेटफार्म पर विश्राम करता है। पर जब प्लेटफार्म को तिरछा करके P पर Q को चढ़ा देते हैं, तो वह समान त्वरण से नीचे उतरने लगता है। छल्ले तक पहुंचने पर आरोही फंस जाता है। अब दोनों ओर के भार पुन: समान होने के कारण वेग स्थिर रहता है। इसी स्थिर वेग से भार P नीचे वाले प्लेटफार्म से टकराता है।

चित्र 73

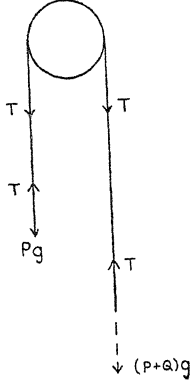
गणितीय विश्लेषण :—यदि उभयनिष्ठ त्वरण f हो, (तो गति के द्वितीय और तृतीय नियमों के आधार पर)

$$P.\, f=T-Pg$$
$$(P+Q)\, f=(P+Q)g-T$$
$$\therefore\ (2P+Q)f=Q\cdot g$$

अर्थात्, $f=\dfrac{Q}{2P+Q}\, g$

मान लीजिये कि छल्ले की पहले और दूसरे प्लेटफार्मों से क्रमश: दूरियां h_1 और h_2 हैं।

$$\therefore\ h_1 = 0\cdot t_1 + \tfrac{1}{2} f t_1^2 = \tfrac{1}{2}\cdot \left(\frac{Q}{2P+Q}\right) g + t_1^2$$

(h_1 दूरी के लिए अभीष्ट समय t_1 है।)

चित्र 74

इस समीकरण में 'g' के अतिरिक्त सब राशियां ज्ञात हैं। इसलिए 'g' की गणना की जा सकती है।

ऊपर, f का मान, न्यूटन के द्वितीय और तृतीय नियमों की सत्यता के आधार पर निकाला गया है। गति के समीकरणों से, $h_1 = \frac{1}{2} f t_1^2$ एवं $v^2 = 2fh_1$

$$\therefore\ f = \frac{2h_1}{t_1^2} = \frac{Q}{2P+Q}\cdot g = \frac{v^2}{2h_1}.$$

$$\text{अस्तु,}\ \frac{2h_1}{t_1^2} = \frac{Q}{2P+Q}\cdot g$$

h_1, Q, P को बदल कर हम प्रत्येक स्थिति में समीकरण की संतुष्टि के आधार पर द्वितीय और तृतीय नियमों को सत्यापित कर सकते हैं।

हम जानते हैं कि $v = h_2/t_2$. h_2 को बदल कर हम देखते हैं कि h_2/t_2 का मान स्थिर रहता है, और यह $\sqrt{2h_1 f}$ के बराबर होता है। इससे न्यूटन के प्रथम नियम की पुष्टि होती है; क्योंकि छल्ले में आरोही अटक जाने पर यंत्र में कोई बल क्रियात्मक नहीं होता, और इस बलाभाव के कारण वेग स्थिर रहता है।

पृथ्वी के भीतर पिंडों की गति :—हम देख चुके हैं कि पृथ्वी के भीतर, पिंडों का त्वरण केन्द्र की ओर होता है, और केन्द्र से स्थानान्तर के समानुपाती होता है। इसलिए हम कह सकते हैं कि आदर्श स्थिति में पिंडों की गति सरल आवर्तमय होगी। यदि पृथ्वी के एक किनारे से केन्द्र से गुजरती हुई एक पतली सुरंग आरपार निकाली जाय, और उसमें कोई पिंड छोड़ दिया जाय, तो वह आने-जाने की (to and fro) गति संपादित करेगा। पर वास्तव में यह संभव न होगा, क्योंकि पृथ्वी के केन्द्र के निकट बहुत उष्मा होने के कारण पिंड कुछ दूर जाकर जलकर नष्ट हो जायेगा।

घड़ी का सुस्त या तेज होना :—मान लो किसी घड़ी का शुद्ध दोलनकाल T है। (सामान्यत: T का मान 2 सेकंड होगा) अब यदि किसी कारण (पेंडुलम की लंबाई में वृद्धि अथवा g के मान में कमी से), दोलन काल बढ़ कर T' हो जाये, तो कोई निरीक्षक T' काल को T समझेगा (क्योंकि दोलन-काल से समय का लक्षण होता है), अर्थात् T' काल में घड़ी $(T'-T)$ सेकंड सुस्त हो जायगी। इसलिए, प्रति सेकंड, घड़ी $(T'-T)/T'$ सेकंड सुस्त हो जाती है। T' और T में विशेष अंतर नहीं होता। इसलिए, हम कह सकते हैं कि एक सेकंड में घड़ी $(T'-T)/T$ सेकंड सुस्त हो

जाती है । इसी प्रकार यदि $T' < T$, तो घड़ी तेज हो जायेगी। एक सेकंड में वह $(T-T')/T'$ $(=(T-T')/T$ लगभग) सेकंड तेज हो जायगी।

गैलीलियो (1564–1642) :—आपकी मौलिक खोजों से भौतिकी में महान् तथ्यों की प्रतिष्ठा हुई, जिससे नवीन वैज्ञानिक परम्पराओं का उदय हुआ। आप पहले पीसा में औषध-विज्ञान (medicine) का अध्ययन करते थे, पर यूक्लिड संबंधी एक भाषण (lecture) से वह अत्यन्त प्रभावित हुए और ठोसों के गुरुत्व-केन्द्र पर मनन के पश्चात् उन्होंने एक ग्रंथ लिखा। एक वर्ष के भीतर वह पीसा विश्व विद्यालय में गणित के अध्यापक नियुक्त हो गए। इस काल में उन्होंने पतनशील पिंडों के नियमों की खोज की। पीसा की मीनार से भिन्न-भिन्न प्रकार के पत्थरों को गिरा कर आपने सिद्ध किया कि एक ही ऊंचाई से गिराए जाने पर सब पिंड एक ही समय में पृथ्वी तक आते हैं। प्राचीन विद्वान अरस्तू के अनुसार भारी पिंड अधिक समय में गिरते हैं। इस प्राचीन मत के प्रयोगात्मक खंडन से जनसमूह में एक खलबलाहट मची और आपको पद छोड़ना पड़ा। तत्पश्चात् आप पाडुआ विश्वविद्यालय में गणित के अध्यापक नियुक्त हुए। वहां आपको ज्योतिष में विशेष अभिरुचि हुई और आकाशीय पिंडों के निरीक्षण के लिए आपने दूरबीन की रचना की। इन पिंडों की गतियों के क्रमवत् अध्ययन से आप इस निष्कर्ष पर पहुंचे कि कॉपर्निकस का यह मत सही है कि पृथ्वी और अन्य ग्रह सूर्य की परिक्रमा करते हैं; सूर्य स्थिर रहता है। उस समय तक ईसाई धर्म के प्रवर्तकों में यह अंध विश्वास प्रचलित था कि पृथ्वी स्थिर है, और सूर्य उसकी परिक्रमा करता है : जब उसने अपने क्रांतिकारी विश्वासों को उद्घोषित किया, तो उसे नास्तिक बताया गया। कट्टरपंथियों ने घोषणा की कि यदि वह प्रायश्चित् न करेगा, तो उसे मृत्युदंड भोगना होगा। बाध्य होकर उसने प्रायश्चित् करना स्वीकार किया।

हल किये हुये प्रश्न

1. एक घड़ी ध्रुवों पर ठीक कार्य करती है। विषुवत् रेखा पर लाने में वह एक दिन में कितना सुस्त या तेज होगी ? ध्रुवों पर और विषुवत् रेखा पर गुरुत्वाकर्षण जन्य त्वरण (acceleration) का अनुपात 301 : 300 है।

$T=\pi 2\sqrt{l/g}$; $T'=2\pi\sqrt{l/g'}$ यहां $g'<g$ $\therefore$ $T'>T$,

$$\therefore \frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{g}{g'}}=\sqrt{\frac{301}{300}}=\left(1+\frac{1}{300}\right)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{300}+\ldots$$

$$\therefore \frac{T'}{T}-1=\frac{T'-T}{T}=\frac{1}{600} \text{ लगभग}$$

$\therefore$ एक सेकिंड में घड़ी की सुस्ती $=\frac{1}{600}$ सेकिंड

एक दिन में घड़ी $\frac{1}{600}\times 24\times 60\times 60$ सेकंड सुस्त होगी, अर्थात् 144 सेकंड सुस्त होगी।

2. एक घड़ी पहाड़ पर ले जाने में 15 सेकंड प्रति दिन सुस्त हो जाती है। पहाड़ की ऊंचाई क्या है। (पृथ्वी का मध्यमान व्यास = 8000 मील।)

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{(a+b)^2}{a^2}} = \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a}.$$

$$\therefore \frac{T'}{T} - 1 = \frac{T'-T}{T} = \frac{b}{a} = \frac{15}{24 \times 60 \times 60} = \frac{1}{5760}$$

$$\therefore b = \frac{a}{5760} = \frac{4000}{5760} \text{ मील} = \frac{25}{36} \text{ मील} = \frac{25}{36} \times 1760 \times 3 \text{ फीट}$$

$$= \frac{11000}{3} \text{ फीट} = 3666 \text{ फीट } 8 \text{ इंच ।}$$

3. 16 स्टोन भार का एक व्यक्ति एक लिफ्ट में खड़ा है। उसका लिफ्ट में रखी हुई किसी मशीन द्वारा क्या प्रकट भार होगा जब वह (i) 8 फीट प्रति सेकंड^2 के समान वेग से ऊपर जा रहा हो, (ii) 8 फीट प्रति सेकंड वेग से उतर रहा हो, (iii) 8 फीट प्रति सेकंड के त्वरण से ऊपर चढ़ रहा हो, (iv) 8 फीट प्रति सेकंड के त्वरण से नीचे आ रहा हो।

व्यक्त भार, लिफ्ट की प्रतिक्रिया द्वारा प्रकट होगा। पहली और दूसरी अवस्था में, $R = mg$

$\therefore$ व्यक्त भार = वास्तविक भार = 16 स्टोन

तीसरी अवस्था में, $R_1 - mg = mf$

$$\therefore R_1 = m(g+f) = mg(1+f/g) = W(1+f/g)$$

अर्थात् व्यक्त भार = वास्तविक भार $\times (1+f/g)$

$$= 16 \times \left(1 + \frac{8}{32}\right) \text{ स्टोन} = 16 \times \frac{40}{32} \text{ स्टोन}$$

$$= 20 \text{ स्टोन वेट ।}$$

चौथी अवस्था में, $mg - R_2 = mf$

$$\therefore R_2 = m(g-f) = mg(1-f/g) = W(1-f/g)$$

अर्थात् व्यक्त भार = वास्तविक भार $\times (1-f/g)$

$$= 16 \times \tfrac{24}{32} \text{ स्टोन} = 12 \text{ स्टोन भार}$$

4. एक घड़ी जिसका दोलक सेकंड धड़कने पर ठीक समय देता है, प्रति दिन 4 मिनट सुस्त चलती है। दोलक की लंबाई बदलने पर वह 2 मिनट प्रति सेकंड तेज हो जाती है। यदि सेकंड दोलक की लंबाई 99·177 सें० मी० हो, उसकी लंबाई कितनी बदली गई थी ?

मान लो T_1 और T_2 क्रमशः सुस्त और तेज होने पर अशुद्ध दोलन काल हैं।

T (शुद्ध दोलन काल) $=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, $T_1=2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$, $T_2=2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$.

(यहां $T=2$ सेकंड, अर्थात् $l=\frac{g}{\pi^2}$)

$T_1>T>T_2$ अर्थात् $l_1>l>l_2$.

यहां हमको (l_1-l_2) निकालना है।

यहां, $\frac{T_1}{T}=\sqrt{\frac{l_1}{l}}$ $\therefore$ एक सेकंड में सुस्ती $=\frac{T_1-T}{T}=\frac{T_1}{T}-1=\sqrt{\frac{l_1}{l}}-1$

$=\frac{4\times 60}{24\times 60\times 60}=\frac{1}{360}$;

$\therefore \frac{l_1}{l}=\left(1+\frac{1}{360}\right)^2=1+2\cdot\frac{1}{360}$ लगभग $=1+\frac{1}{180}$.

$\frac{T_2}{T}=\sqrt{\frac{l_2}{l}}$ = एक सेकंड में तेजी $=\frac{T-T_2}{T}=1-\frac{T_2}{T}=1-\sqrt{\frac{l_2}{l}}$

$=\frac{2\times 60}{24\times 60\times 60}=\frac{1}{720}$.

$\therefore \frac{l_2}{l}=\left(1-\frac{1}{720}\right)^2=1-2\cdot\frac{1}{720}$ लगभग $=1-\frac{1}{360}$

$\therefore \frac{l_1-l_2}{l}=\left(1+\frac{1}{180}\right)-\left(1-\frac{1}{360}\right)=\frac{1}{180}+\frac{1}{360}=\frac{1}{120}$

$\therefore l_1-l_2=\frac{l}{120}=\frac{g/\pi 2}{120}=\frac{981}{120\times 3\cdot 14^2}$ सें० मी० $=\frac{981}{12\times 3\cdot 14}$ मि० मी०

$=8.29$ मि० मी० लगभग।

5. 1 मीटर और 1·1 मीटर लम्बे दो दोलक एक दोलनांक से एक साथ डोलना प्रारंभ करते हैं। तो अधिक लंबे दोलक द्वारा उस समय तक कितने दोलन होंगे, जबकि वे फिर एक साथ डोलेंगे ?

$T_1=2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$, $T_2=2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$. $\therefore \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{l_2}{l_1}}=\sqrt{\frac{11}{10}}$

मान लो दिए हुए समय में 1.1 मीटर वाला दोलक n_2 बार डोलता है, और दूसरा (n_1+n_2) बार।

$\therefore n_2 T_2=(n_1+n_2)\ T_1$ या, $\frac{n_1+n_2}{n_2}=\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{11}{10}}$

$$\therefore\ 1+\frac{n_1}{n_2}=\left(1+\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{20}\ \text{लगभग}$$

$$\therefore\ \frac{n_1}{n_2}=\frac{1}{20}\ \text{या;}\quad n_2=20n_1.$$

n_1 (पूर्ण-दोलनों के लिए) कम से कम 2 होना चाहिए।

$$\therefore\ n_2=40.$$

यदि $(1+1/10)^{\frac{1}{2}}$ में एक पद और लें, तो n_2 का मान 40 और 41 के बीच होगा।

$\because$ n_2 भिन्नात्मक नहीं हो सकता,

$\therefore$ n_2 का वास्तविक मान $=41$

प्रश्नमाला

1. कमानीदार तुला की क्रिया समझाओ।
   'सामान्य तुला में हम दो पिंडों की संहतियों की तुलना करते हैं, पर कमानीदार तुला से हम पिंड का शुद्ध भार ज्ञात कर सकते हैं।' व्याख्या कीजिये। **(कलकत्ता**, 1927)
2. '*g*' के मान के निर्धारण की किसी विधि का वर्णन कीजिए। इसका मान स्थान के अनुसार किस प्रकार बदलता है? **(यू० पी० बोर्ड**, 1939)
3. पतनशील पिंडों के नियम लिखिए, और इनको उपयुक्त उदाहरणों द्वारा निर्दशित कीजिये। 'गिनी और पर' के प्रयोग का वर्णन कीजिए, और समझाइये। **(कलकत्ता**, 1926, '37, '39, '41, '46)
4. सिद्ध कीजिए कि गिरती हुई वस्तु द्वारा गिरी हुई दूरी, पहले सेकंड में तय की हुई दूरी और सेकंडों के वर्ग के गुणनफल के बराबर होती है। **(कलकत्ता**, 1946)
5. सरल आवर्त गति क्या है। सिद्ध कीजिए कि सरल दोलक के दोलन सरल आवर्तमय होते हैं। सामान्य दोलक और यौगिक दोलक (Compound Pendulum) में क्या अन्तर है? **(कलकत्ता**, 1936; **यू० पी० बोर्ड**, 1932, 1947)
6. एक दोलक घड़ी में एक खोखला पीतल का लोलक है। यह 20°C पर समुद्रतल पर ठीक समय प्रकट करती है। इसकी चाल पर क्या प्रभाव पड़ेगा यदि,
   (i) उसे दार्जिलिंग ले जाया जाय।
   (ii) खोखले लोलक को पूर्णत: जल से भर दिया जाय।
   (iii) लोलक को आधा पारे से भर दिया जाय।
   (iv) लोलक को हटाकर उसकी जगह सीसे का लोलक लगाया जाय।
   (v) घड़ी को ऐसे स्थान पर ले जायें, जहां ताप 30°C है।
   (vi) घड़ी को चन्द्रमा पर ले जाया जाय।

7. सरल दोलक के गति संबंधी नियमों को बताओ और उनकी व्याख्या करो। इनका प्रयोगशाला में सत्यापन कैसे किया जाता है ?
(**कलकत्ता**, 1913,'15,'17,'19,'21,'24,'28,'32,'36,'42,'49)

8. एक 50 ग्राम का पिंड, गुरुत्व के प्रभाव से, स्वतंत्र रूप से गिरने दिया जाता है। उस पर कितना बल कार्य कर रहा है। 5 सेकंड बाद उसके संवेग (Momentum) और गतिज ऊर्जा (Kinetic Energy) की गणना करो। (g=980 सें०मी० प्रति सेकंड^2) (**कलकत्ता**, 1937)
(**उत्तर** 49000 डाइन; 245000 संवेग की इकाई; 600.25×10^6 डाइन)

9. एक सदोष सेकंड दोलक 9 सेकंड प्रति दिन सुस्त हो जाता है। उसकी लंबाई में क्या परिवर्तन किया जाय कि वह शुद्ध समय प्रकट करे ? (g=980 सें० मी० प्रति सेकंड प्रति सेकंड) (**पटना**, 1949)
(**उत्तर** 0.0207 सें० मी०)

10. दोलक द्वारा किसी स्थान के 'g' का मान कैसे निकालोगे ? आवश्यक व्यावहारिक निर्देश दो और कारणों को बताओ। (यू०पी०बोर्ड 1947,'48; कलकत्ता 1949) दोलक के आवर्त-काल पर, पृथ्वी के धरातल से ऊंचे स्थानों पर, या नीचे ले जाने का क्या प्रभाव पड़ता है ? (**कलकत्ता**, 1949)

11. एक दोलक जो किसी स्थान पर (जहां g का मान 981 सें० मी० प्रति सेकिंड^2 है) सेकंड बजाता है, उसे ऐसे स्थान पर ले जाते हैं, जहां g का मान 978.3 सें० मी० प्रति सेकंड^2 है। बताओ कि वह एक दिन में कितना सुस्त या तेज होगा। (**पटना**, 1939)
(**उत्तर** वह 1 मिनट 58.89 सेकंड सुस्त होगा।)

12. 10 स्टोन वजन का कोई मनुष्य एक लिफ्ट में बैठा है, जो 8 फीट प्रति सेकंड^2 के त्वरण से उदग्रदिशा में चलता है। सिद्ध करो कि उसके आधार पर चढते समय उतरने की अपेक्षा दबाव अधिक होता है, और दबावों की तुलना करो।
(**उत्तर** $R_1/R_2=\frac{5}{3}$) (**पटना**, 1931)

13. एक दोलक 10,000 बार प्रति दिन दोलन करता है। यदि उसकी लंबाई, मूल लंबाई का $\frac{1}{5}$ गुना बढ़ जाये, तो 25 कंपनांकों का क्या समय होगा।
(**उत्तर** 3 मि० 45 सेकंड)

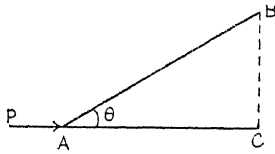
14. न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम की व्याख्या करो। एक पिंड का पृथ्वी तल पर भार 90 पौंड है। मंगल तारे पर जिसका भार पृथ्वी के भार का नवांश और अर्धव्यास आधा है) पिंड का भार क्या होगा। (**यू० पी० बोर्ड** 1939)
(**उत्तर** 40 पौंड)

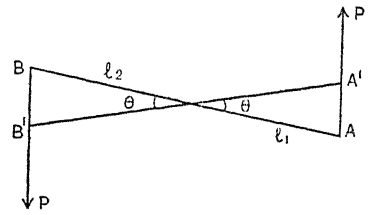
अध्याय 6

कार्य, शक्ति और ऊर्जा (Work, Energy & Power)

यदि किसी पिंड पर बल लगाया जाय और यदि पिंड में गति उत्पन्न हो, तो हम कहते हैं कि कार्य हुआ। यदि पिंड बल की दिशा में चले, तो कार्य बल के द्वारा संपादित होता है, और जब पिंड, बल के विपरीत चलता है, तो कार्य, बल के विरुद्ध होता है।

वैज्ञानिक भाषा में कार्य तभी हुआ माना जाता है, जब वह पिंड जिस पर बल लगाया गया है, गतिमय हो जाए। यदि जमीन पर पड़े हुए पत्थर को अत्यधिक चेष्टा करने पर भी कोई व्यक्ति खिसकाने में असमर्थ हो, तो चाहे वह पसीने में कितना ही तर हो, वैज्ञानिक पदावली में उसने कोई कार्य नहीं किया।

कार्य की माप :—यदि आरोपित बल P के कारण कोई पिंड बल की दिशा में d दूरी विस्थापित हो, तो किया हुआ कार्य $W=P.d.$ होगा। यदि पिंड का विस्थापन-मार्ग, बल की क्रिया-रेखा से θ कोण बनाता है (यह तभी संभव है जब पिंड पर एक से अधिक बल कार्य कर रहे हों, क्योंकि इस स्थिति में पिंड, परिणामी बल की दिशा में गतिशील होगा)। तो उस बल द्वारा किया हुआ कार्य $=P.d \cos\theta=P\times AC$ (AC, चले हुए मार्ग का बल की दिशा में प्रक्षेप है। पिंड के विस्थापन का मान ज्ञात करने के लिए उसके गुरुत्व-केन्द्र का विस्थापन निर्धारित करना चाहिए।

चित्र 75

किसी बलयुग्म द्वारा किया हुआ कार्य :—मान लो कि किसी बलयुग्म की भुजा AB है, जिसकी लंबाई d है। बलयुग्म के आरोपण से यदि AOB स्वल्प कोण θ घूमकर $A'OB'$ स्थिति में आ जाय, और यदि OA तथा OB के मान क्रमशः l_1 और l_2 हों, तो, बलयुग्म द्वारा किया हुआ कार्य=बल P द्वारा AA' विस्थापन के लिए किया हुआ कार्य +(दूसरे) बल P द्वारा BB' विस्थापन के लिए किया हुआ कार्य$=P.\ AA'+P.\ BB'=P.\ l_1\theta+P.\ l_2\theta$

$$=P(l_1+l_2)\theta=P.\ d\theta=G\theta$$

चित्र 76

(यहां θ का मान रेडियनों में व्यक्त किया जाता है; बलयुग्म G_2 विजातीय समान्तर बलों, P से मिल कर बना है) अस्तु,

बलयुग्म द्वारा किया गया कार्य=बलयुग्म का मान $\times$ घूमा हुआ कोण (रेडियनों में)

यह सूत्र स्वल्प कोणीय स्थानांतर के लिए है। यदि कोणीय विस्थापन के साथ P की दिशा भी इस प्रकार बदलती रहे कि वह सदैव AB के लंबवत् रहे, तो यह सूत्र प्रत्येक कोणीय विस्थापन के लिए ठीक होगा।

कार्य (Work) **की इकाई** :—सी० जी० एस० प्रणाली में एक डाइन का बल, किसी पिंड को एक सें० मी० विस्थापित करने में जो कार्य करता है, वह एक **अर्ग** (Erg) का कार्य कहलाता है।

F.P.S. प्रणाली में,एक पौंडल का बल, पिंड को एक फुट विस्थापित करने में जो कार्य करे, वह एक **फुट-पौंडल** है।

यदि पौंडल के स्थान पर एक पौंड भार का बल लें, तो कार्य की मात्रा एक **फुट-पौंड** (भार) कहलाती है।

स्पष्ट है कि 1 फुट-पौंड भार $= g$ फुट-पौंडल
= 32 फुट-पौंडल (लगभग)

एक फुट-पौंडल = 1 पौंडल $\times$ 1 फुट (संख्यात्मक दृष्टि से)

1 पौंडल = $453.6 \times (12 \times 2.54)$ डाइन
= 13825 डाइन।

($\because$ 1 पौंड = 453.6 ग्राम और 1 फुट = 12×2.54 सें० मी०)

$\therefore$ 1 फुट—पौंडल = $13825 \times 12 \times 2.54$ अर्ग
= 4.214×10^5 अर्ग (लगभग)

सामर्थ्य :—कार्य करने की दर को सामर्थ्य कहते हैं।

अर्थात्, सामर्थ्य, $P = W/t$; $\therefore$ कार्य = सामर्थ्य $\times$ संगत समय

सामर्थ्य की इकाई :—सी०जी०एस० (C.G.S.) प्रणाली में, सामर्थ्य की इकाई एक वाट (Watt) है। यह वह दर है, जिससे 1 जूल (अर्थात् 10^7 अर्ग, प्रति सेकंड, कार्य हो सके। यह बहुत छोटी इकाई है। अस्तु व्यवहार में एक किलोवाट का उपयोग करते हैं, जो एक वाट का सहस्र गुना होता है।

एफ० पी० एस० (F. P. S.) प्रणाली में, सामर्थ्य की इकाई एक अश्व-सामर्थ्य (1.H.P.) है। यह 550 फुट पौंड (वेट) प्रति सेकंड कार्य करने की दर है।

1 अ० सा० (1 H. P.) = 550 फुट-पौंड प्रति सेकंड
= 550×32.2 फुट-पौंडल प्रति सेकंड
= $550 \times 32.2 \times 4.21 \times 10^5$ अर्ग प्रति सेकंड

$$= \frac{550 \times 32.2 \times 4.21 \times 10^5}{10^7} \text{ जूल प्रति सेकंड}$$

= 746 वाट (लगभग)

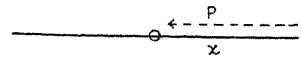
ऊर्जा (Energy) :—किसी पिंड की ऊर्जा, उसके कार्य करने की क्षमता (Capacity) होती है। इसकी वही इकाई है जो कार्य की इकाई है। (कार्य और ऊर्जा दोनों अदैशिक राशियां हैं)।

ऊर्जा के विभिन्न स्वरूप :—

(1) यांत्रिक (Mechanical)
(2) उष्मा (Thermal)
(3) प्रकाश (Light)
(4) ध्वनि (Sonic)
(5) चुम्बकीय (Magnetic)
(6) विद्युत् (Electrical)
(7) रासायनिक (Chemical)

यांत्रिक ऊर्जा दो प्रकार की होती है :—(i) गतिज (Kinetic) और (ii) स्थैतिज (Potential)।

गतिज ऊर्जा :—यह वह ऊर्जा है जो गति के कारण पिंड में होती है, और इसकी माप उस कार्य से होती है, जो पिंड को किसी वाह्य-बल के विरुद्ध गतिशून्य होने तक करना पड़ता है।

मान लीजिए विरोधी बल P है और रुकने से पहले पिंड, x दूरी चलता है। प्रतिक्रिया के कारण, पिंड भी समान, पर विरुद्ध बल लगाता है। यदि ऋणात्मक त्वरण का मान f हो और पिंड की संहति m हो, तो

P
x

चित्र 77

$$P = mf \text{ तथा पिंड द्वारा किया हुआ कार्य } = P.x = mf.\,x$$

गति के दूसरे समीकरण में $v = 0$ और $s = x$ रखने से,

$$0^2 = u^2 - 2f.\,x \text{ मिलता है।}$$

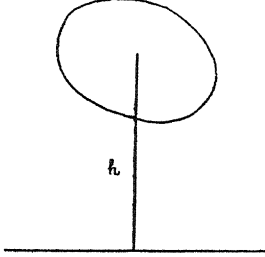
$$\therefore\; fx = u^2/2.$$

$$\text{गतिज ऊर्जा} = \text{अभीष्ट कार्य} = P.x = mf.\,x$$
$$= mu^2/2.$$

स्थैतिज उर्जा :—यह वह ऊर्जा है, जो किसी पिंड में प्रावस्था (configuration) के कारण होती है, और इसकी अनुमाप वह कार्य है, जो वर्तमान प्रावस्था से किसी प्रमापी (standard) प्रावस्था में आने के लिए किसी पिंड को करना पड़ता है।

प्रावस्था में परिवर्त्तन, स्थिति-परिवर्त्तन अथवा आंतरिक अवस्था में परिवर्तन से होता है। किसी टंकी में ऊंचाई पर जल-संचय के कारण स्थैतिज ऊर्जा होती है। प्रमापी स्थिति में (पृथ्वी तल पर) आने के लिए जल को कार्य करना पड़ता है। हम यह भी

कह सकते हैं कि प्रमापी प्रावस्था से वास्तविक प्रावस्था तक लाने के लिए जल पर कार्य करना होगा। इन दोनों विपरीतात्मक कार्यों का मान एक ही होगा।

स्थैतिज ऊर्जा दो प्रकार की हो सकती है (i) स्थान संबंधी (Positional) जिसका निर्देश ऊपर किया गया है। (ii) किसी अन्य प्रकार से आंतरिक अवस्था में अन्तर। घड़ी में चाबी भरने से उसकी कमानी में स्थैतिज ऊर्जा आ जाती है। ऐंठन की स्थिति से सामान्य स्थिति (प्रमापी स्थिति) में आने के लिए कमानी कुछ कार्य करती है।

चित्र 78

यदि m संहति का पिंड पृथ्वी तल से h ऊंचाई पर है, तो उसकी स्थैतिज ऊर्जा $= mgh$ (परिभाषा के अनुसार)

यांत्रिक ऊर्जा के स्वरूप का परिवर्तन :—सरलता के लिए मान लीजिए कि घर्षण बिलकुल नहीं है।

(i) मान लीजिए कोई पिंड उदग्र दिशा में h ऊंचाई से गिर रहा है। जिस समय वह x दूरी उतर जाता है, उस समय स्थैतिज ऊर्जा$=mg(h-x)$

हम जानते हैं कि यदि पिंड पर उसके भार के विरुद्ध समान बल लगाएं, (प्रतिक्रिया नियम के अनुसार) तो x ऊंचाई पर जाकर वह विश्रामावस्था प्राप्त कर लेगा। इसलिए, की वर्तमान गतिज ऊर्जा $=mgx$ (परिभाषा के अनुसार)

$\therefore$ स्थैतिज तथा गतिज ऊर्जाओं का योग$=mg(h-x)+mgx=mgh$

(स्थिर राशि)

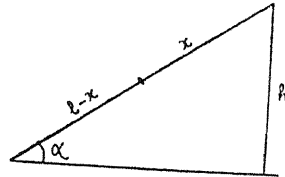
(ii) यदि पिंड किसी झुके हुए तल पर चलाया जाय, जिसकी नति α है, और लम्बाई l है, तो

स्थैतिज ऊर्जा $=mg.\ (l-x) \sin \alpha$

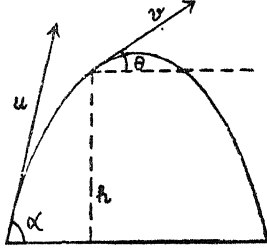
गतिज ऊर्जा $=mg.\ x \sin \alpha$

$\therefore$ संपूर्ण यांत्रिक ऊर्जा $=mg.\ (l-x) \sin \alpha$

$+mg.\ \sin \alpha$

$=mg.\ l \sin \alpha = mgh$

चित्र 79

(h, तल के उच्चतम विन्दु की ऊर्ध्वाधर ऊंचाई है) इसलिए, यांत्रिक ऊर्जा का मान यहां भी स्थिर रहता है।

(iii) **प्रक्षिप्त** (Projectile) :—मान लीजिए प्रक्षिप्त में प्रारंभिक वेग u है, और उसका क्षितिज से झुकाव, α है, और किसी अन्य विन्दु पर वेग v है और उसका क्षितिज से झुकाव θ है तथा पिंड की ऊर्ध्वाधर ऊंचाई h है।

चित्र 80

क्षैतिज दिशा में कोई बल न होने के कारण वेग का क्षैतिज अवयव स्थिर रहेगा।

$\therefore \quad v \cos \theta = u \cos \alpha \ldots \ (1)$

उदग्र दिशा में, गति के तीसरे समीकरण से,

$(v \sin \theta)^2 = (u \sin \alpha)^2 - 2gh,$

अर्थात् $v^2 \sin^2 \theta = u^2 \sin^2 \theta - 2gh \quad (2)$

(1) के वर्ग में (2) को जोड़ने से,

$v^2 \ (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = u^2 \ (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) - 2gh$

अर्थात् $v^2 = u^2 - 2gh \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$

h ऊंचाई पर पिंड की गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m(u^2 - 2gh) = (\frac{1}{2} mu^2 - mgh)$

और स्थैतिज ऊर्जा $= mgh$

$\therefore$ संपूर्ण ऊर्जा $= (\frac{1}{2} mu^2 - mgh) + mgh = \frac{1}{2} mu^2$ (स्थिरांक)

नोट:—समीकरण (3) का प्रयोग किसी भी वक्र में किया जा सकता है, क्योंकि इसके व्युत्पादन में किसी वक्र के विशिष्ट गुण का उपयोग नहीं किया गया है।

इससे स्पष्ट है कि घर्षण के अभाव में किसी पिंड अथवा पिंड समूह की गतिज और स्थितिज ऊर्जाओं का योग स्थिर रहता है। इस प्रकार गतिशील पिंड पर जो बल-प्रणाली कार्य करती है, उसे अविनाशक बल-प्रणाली (Conservative System of Forces) कहते हैं।

जब कोई पिंड ऊपर से पृथ्वी की ओर उतरता है, तो घर्षण के अभाव में, उसकी स्थैतिज ऊर्जा धीरे-धीरे नष्ट होकर गतिज ऊर्जा में परिणत होती जाती है। जब घड़ी में चाबी भर कर कमानी को उन्मुक्त होने दिया जाता है, तो स्थैतिज ऊर्जा के गतिज रूप में परिणति से, घड़ी की सुइयां चलती हैं। इसी प्रकार कमानीदार बंदूक की कमानी पर संपीडन हटने से स्थैतिज ऊर्जा, गोली की गतिज ऊर्जा में परिणत हो जाती है। इन सब उदाहरणों में बल प्रणाली अविनाशक (conservative) कही जाती है।

प्रश्न उठता है, विनाशक बल-प्रणाली (Non-conservative System of Forces) में क्यों स्थैतिज या गतिज ऊर्जाओं का योग स्थिर नहीं रहता ? घर्षण की स्थिति में यह स्पष्ट है कि कुछ ऊर्जा, उष्मा (heat) में परिणत हो जाती है। वास्तव में संपूर्ण ऊर्जा स्थिर रहती है। ऊर्जा एक स्वरूप से दूसरे में परिणति होती रहती है, पर सब प्रकार की ऊर्जाओं का संख्यात्मक योग नहीं बदल सकता। जब तक ऊर्जा केवल यांत्रिक रूप में रहती है, तब तक स्थैतिज और गतिज ऊर्जाओं का योग भी स्थिर रहता है। कभी-

कभी ऊर्जा परिणति के भिन्न भिन्न रूपों का ठीक से पता चलाना भी कठिन होता है, पर यदि इस प्रकार का ज्ञान कर लिया जाए, तो ऊर्जा की अविनाशिता का सिद्धान्त (Principal of Conservation of Energy) ठीक बैठेगा। यदि किसी क्रिया में कुछ संहति (mass) नष्ट होती है तो वह आइन्स्टाइन के सूत्र $E = mc^2$ के अनुसार ऊर्जा में परिणत हो जाती है। संहति और ऊर्जा की तुल्यता के इस स्वरूप का ध्यान रखने से ऊर्जा के स्थायित्व का व्यापक सिद्धान्त भंग होता हुआ नहीं प्रतीत होगा।

अविनाशक बल-प्रणाली के कुछ मूल लक्षण हैं। इस प्रकार की प्रणाली द्वारा किया कार्य, केवल पिंड की प्रारंभिक और अंतिम स्थितियों पर निर्भर करता है—वह किसी बीच की स्थिति अथवा किसी भी क्षण वेग की दिशा और मान पर आधारित नहीं होता।

ऊर्जा के स्थायित्व के अनेक व्यावहारिक उपयोग हैं। मान लीजिए किसी साधारण वाष्प-इंजिन को डायनमो से जोड़ दिया जाता है। कोयला जलने से उष्मीय ऊर्जा मिलती है, जो जल को वाष्प में परिणत करती है। वाष्प फैलती है, और दबाव डाल कर पिस्टन को ठेलती है। अस्तु, उष्मीय ऊर्जा पहले यांत्रिक ऊर्जा में परिणत होती है, और जब इंजिन डायनमो को चलाता है, तो यांत्रिक ऊर्जा, विद्युतीय ऊर्जा में रूपांतरित हो जाती है। इस ऊर्जा के द्वारा ट्रामें आदि चलाई जा सकती हैं, जिससे विद्युतीय ऊर्जा, पुन: प्रकाश की ऊर्जा में परिणत हो जाती है।

वास्तव में सूर्य को समस्त ऊर्जा का स्रोत माना जा सकता है। उदाहरण के लिए, वाष्प-इंजिन की ऊर्जा, कोयले से प्राप्त होती है। कोयला, उस लकड़ी से बनता है, जो हजारों लाखों वर्षों से पृथ्वी के भीषण दबाव के आधीन रही है। लकड़ी की ऊर्जा, वृक्षों और पौधों पर सूर्य की क्रिया से उत्पन्न होती है। जब कोयला जलता है तो सूर्य की रश्मियों से प्राप्त स्थैतिज रासायनिक ऊर्जा हमें पुन: उष्मा और प्रकाश के रूप में मिलती है।

लोलक की गति :— सामान्य स्थिति में गोलक ऊर्ध्वाधर दिशा में लटका रहता है। मध्यमान स्थिति में ऊर्जा पूर्णत: गतिज होती है। जैसे-जैसे गोलक एक छोर की ओर बढ़ता है, गतिज ऊर्जा नष्ट होकर स्थैतिज ऊर्जा में परिणत होती जाती है। छोर पर भू-गुरुत्वाकर्षण के कारण गोलक में केवल स्थैतिज ऊर्जा रह जाती है। इस कारण वह पुन: मध्यमान स्थिति की ओर चल पड़ता है। आते-आते गतिज ऊर्जा बढ़ती जाती है, और स्थैतिज ऊर्जा नष्ट होती जाती है। मध्यमान स्थिति पर पहुंच कर भू-गुरुत्वाकर्षण का बल नष्ट हो जाता है, पर गोलक, गति के जड़त्व के कारण मध्यमान स्थिति पर आकर रुकता नहीं, वरन् आगे चलता रहता है। दूसरी ओर जैसे-जैसे वह मध्यमान स्थिति से हटता जाता है, तैसे-तैसे गतिज ऊर्जा नष्ट होकर स्थितिज में परिणत होती जाती है।

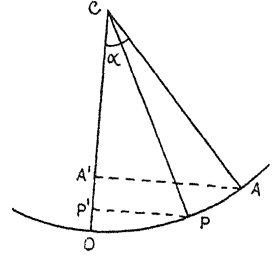
चित्रानुसार, किसी विन्दु P पर स्थितिज ऊर्जा

$= mg.\ OP'$ और गतिज ऊर्जा $= mg.\ A'P'$.

($\because$ भार mg के लम्बात्मक कोई बल कार्य नहीं कर रहा है।)

$\therefore$ स्थितिज और गतिज ऊर्जाओं का योग

$$= mg.\ OP' + mg.A'P'$$
$$= mg.OA' = mg.\ (OC - CA')$$
$$= mg = (l - l \cos \alpha)$$
$$= mgl\ (1 - \cos \alpha),$$

जो एक स्थिरांक है।

चित्र 81

ऊर्जा के रूपान्तर के कुछ उदाहरण :—

(१) **यांत्रिक ऊर्जा के विभिन्न स्वरूपों की अंतर्परिणति** (Inter Conversion)।

(i) एक वस्तु की यांत्रिक ऊर्जा का, दूसरी वस्तु की स्थैतिज ऊर्जा में रूपांतर—पैशिक (Muscular) ऊर्जा की सहायता से किसी भार को कुछ ऊंचाई तक उठाना।

(ii) एक वस्तु की यांत्रिक ऊर्जा का दूसरी वस्तु की गतिज ऊर्जा में रूपांतर—पैशिक चेष्टा (Muscular Effort) द्वारा किसी पत्थर को फेंक कर उसमें गति उत्पन्न करना।

(iii) गतिज ऊर्जा का स्थैतिज ऊर्जा में रूपांतर—गोलक के दोलनों में।

(iv) स्थैतिज ऊर्जा का गतिज ऊर्जा में रूपांतर—कुछ ऊंचाई से गिरनेवाला पिंड।

(v) यांत्रिक (गतिज) ऊर्जा का ध्वनि की ऊर्जा में रूपांतर—जब कोई पिंड गिर कर किसी कठोर तल से टकराता है।

(२) **विभिन्न श्रेणियों की ऊर्जाओं का एक दूसरे में रूपान्तर :—**

(i) यांत्रिक (गतिज) ऊर्जा का उष्मीय ऊर्जा में रूपांतर—चलते हुए इंजन के पहियों को ब्रेक लगा कर रोकना, दो पत्थरों को जोर से रगड़ना।

(ii) यांत्रिक (स्थैतिज) ऊर्जा का विद्युतीय ऊर्जा में रूपांतर—जलवरीवर्तों (Turbines) द्वारा जल की गुरुत्वजन्य (Gravitational) ऊर्जा से विद्युत् की उत्पत्ति।

(iii) यांत्रिक (गतिज) ऊर्जा का विद्युतीय ऊर्जा में रूपांतर—डायनामो।

(iv) उष्मीय ऊर्जा का यांत्रिक (गतिज) ऊर्जा में रूपांतर—वाष्प इंजिन।

(v) उष्मीय ऊर्जा का प्रकाश की ऊर्जा में रूपांतर—श्वेत-तप्त धातु का गोला।

(vi) उष्मीय ऊर्जा का विद्युतीय ऊर्जा में रूपांतर—उष्माचिति (Thermopile) में। दो विभिन्न प्रकार की धातुओं के तारों को मिलाकर यदि एक बन्द परिपथ बना दिया

जाय, और एक जोड़ (junction) को गर्म किया जाय, तो विद्युत् धारा का प्रवाह होने लगता है।

(vii) उष्मीय ऊर्जा का रासायनिक ऊर्जा में रूपांतर—गन्धक को जला कर सल्फर डाइ-आक्साइड की उत्पत्ति।

(viii) उष्मीय ऊर्जा का ध्वनि की ऊर्जा में रूपांतर—आक्सीजन और हाइड्रोजन के मिश्रण को गर्म करने से दोनों के संयोजन से एक विस्फोट होता है, (जिससे रासायनिक क्रिया के कारण जल बनता है।)

(ix) प्रकाशीय ऊर्जा (Light Energy) का रासायनिक ऊर्जा में रूपांतर—फोटोग्राफिक प्लेट पर प्रकाश पड़ने से।

(x) प्रकाशीय ऊर्जा का विद्युतीय ऊर्जा में रूपांतर—फोटो विद्युतीय (Photo-Electric) सेल।

(xi) विद्युतीय ऊर्जा का यांत्रिक ऊर्जा में रूपांतर—विद्युत् मोटर, ट्राम कार आदि।

(xii) विद्युतीय ऊर्जा का उष्मीय ऊर्जा में रूपांतर—विद्युत् उष्मक (Heater)।

(xiii) विद्युतीय ऊर्जा का प्रकाशीय ऊर्जा में रूपांतर—विद्युत् बल्ब।

(xiv) विद्युतीय ऊर्जा का ध्वनि की ऊर्जा में रूपांतर—विद्युत् घंटी, विद्युत्-विसर्जन की क्रियाओं में।

(xv) विद्युतीय ऊर्जा का रासायनिक ऊर्जा में रूपांतर—विद्युत विश्लेषण में।

(xvi) रासायनिक ऊर्जा का उष्मीय ऊर्जा में—कोयला जलाने से।

(xvii) रासायनिक ऊर्जा का प्रकाशीय ऊर्जा में—विद्युत् टार्च में।

(xviii) रासायनिक ऊर्जा का विद्युतीय ऊर्जा में रूपांतर—प्राथमिक सेलों (Primary Cells) में।

(3) **द्रव्य (Matter) का उर्जा में रूपान्तर** :—हाइड्रोजन के परमाणुओं के संयोजन से हीलियम के परमाणु की सृष्टि और संहति-ह्रास (Mass Defect) का उष्मीय ऊर्जा में रूपांतर। इस प्रकार की क्रिया सूर्य में होती रहती है।

हल किये हुये प्रश्न

1. एक बन्दूक की गोली 600 मीटर प्रति सेकंड के वेग से चलती हुई एक लकड़ी के तख्ते में घुस जाती है और दूसरी ओर निकलने पर उसका वेग 150 मीटर प्रति सेकंड रह जाता है। यदि गोली की संहति 30 ग्राम हो और तख्ते की मोटाई, 5 सें० मी० हो, तो बताओ तख्ते के अन्दर गोली पर कितना औसत प्रतिरोध बल लगा।

गतिज ऊर्जा का ह्रास = प्रतिरोध के विरोध में किया गया कार्य

$$=\frac{1}{2}\times 30\{(600,00)^2-(15000)^2\} \text{ डाइन}$$

$$=\frac{1}{2}\times 30\times 10^6(3600-225)$$

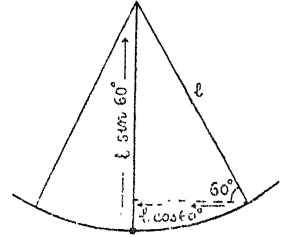
$$=15\times 3375\times 10^6 \text{ अर्ग}$$

मध्यमान प्रतिरोध बल F के बराबर और विपरीत बल 5 सें० मी० तक लगाने पर यह कार्य संपादित होता है।

$\therefore F \times 5 = 15 \times 3375 \times 10^6$ या $F = 10125 \times 10^6$ डाइन

2. किसी सामान्य लोलक (pendulum) के गोलक (bob) को एक ओर इतना खींचा जाता है कि वह क्षितिज से 60° का कोण बनाए और फिर उसे छोड़ देते हैं। वह अपनी विश्रामावस्था पर किस गति से जाता है ? (**पटना**, '40)

पहली स्थिति में शीर्ष से गोलक की गहराई $l \sin 60$ है। दूसरी स्थिति में यह गहराई l हो जाती है।

$\therefore$ पहली स्थिति से दूसरी स्थिति में जाने के लिए गोलक $l(1-\sin 60)$ दूरी नीचे (उदग्र दिशा में) उतर जाता है।

चित्र 82

$v^2 = u^2 + 2gh$ में $u = 0, h = l(1-\sin 60)$

$$\therefore v = \sqrt{2gl(1-\sin 60)} = \sqrt{2 \times gl\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \sqrt{\cdot 268 gl}$$

3. उस इंजिन की अश्व सामर्थ्य ज्ञात करो जो 4 मिनट में किसी 100 टन की गाड़ी, जो समतल पर जा रही है, 30 मील प्रति घंटा का वेग उत्पन्न करती है। घर्षण के कारण उत्पन्न प्रतिरोध प्रति टन = 8 पौंड वेट।

30 मील प्रति घंटा = 44 फीट प्रति सेकंड।

$v = u + ft, \quad \therefore 44 = 0 + f \times 4 \times 60$ या $f = 44/4 \times 60$
$= 11/60$ प्रति सेकंड^2

यदि इंजन द्वारा लगाया गया बल P हो और घर्षण का अवरोध F हो, तो परिणामी, $P' = P - F = mf. = 100 \times 2240 \times \frac{11}{60} = \frac{123200}{3}$

$$\therefore \quad P = F + \frac{123200}{3} = 800 \times 32 + \frac{123200}{3} = \frac{2000,00}{3}$$

($\because$ एक टन का प्रतिरोध बल = 8 पौंड वेट)

$\because$ कुल प्रतिरोध = 8×100 पौंड भार = 800×32 पौंडल)

$\therefore$ एक सेकंड में इंजिन द्वारा संपादित कार्य = $(2000,00/3) \times 44$ फुट पौंडल
$= 2000,00 \times \frac{44}{3} \times 32$ फुट पौंड भार $= x \times 550$

(यदि x अभीष्ट अश्व-सामर्थ्य है)

$\therefore x = \dfrac{2000,00 \times 44}{3 \times 32 \times 550} = 166\frac{2}{3}$ अश्व-सामर्थ्य।

प्रश्नावली

1. निम्न प्रकार के ऊर्जा के रूपांतरों को प्रदर्शित करने वाले कुछ प्रयोगों का विवरण दो। इनका मूल सिद्धान्त क्या है ?
   (क) यांत्रिक ऊर्जा का विद्युत ऊर्जा में रूपांतर;
   (ख) विद्युत् ऊर्जा का यांत्रिक ऊर्जा में रूपांतर;
   (ग) उष्मा की, उद्दीप्त (luminous) ऊर्जा में परिणति।
   (इलाहाबाद, '38; कलकत्ता,' 20)

2. एक पत्थर कुछ ऊंचाई से गिर कर पृथ्वी पर पड़ा रहता है। उसकी ऊर्जा का क्या हुआ ? (यू० पी० बो०, '44)
   एक रेलगाड़ी, समान वेग से किसी पहाड़ी पर चढ़ रही है। गाड़ी की ऊर्जा का स्रोत क्या है ?
   इस दशा में ऊर्जा के रूपांतरों को समझाओ (कलकत्ता, '18)

3. 'कार्य', 'सामर्थ्य' और 'अश्व' सामर्थ्य की परिभाषा दो, और उनकी इकाइयों में संबंध बताओ।
   एक पंप एक 6000 गैलन जल प्रति मिनट एक कुएं से औसत 21 फीट ऊपर उठाना है। यदि 45% सामर्थ्य बेकार चली जाय, तो इंजिन की अश्व-सामर्थ्य निकालो।
   (1 गैलन जल = 10 पौं०) (उत्तर, 69·2)

4. 30 सें० मी० धागे के छोर से बंधे हुए पेंडुलम का 10 ग्राम का गोलक, अर्ध-वृत्ताकार परिधि में डोलता है। अपनी गति के निम्नतम विन्दु पर उसका वेग और गतिज ऊर्जा निकालो।
   (उत्तर, 242·61 सें० मी० प्रति सेकंड; 294300 अर्ग) (पटना, '35)

5. स्थतिज और गतिज ऊर्जा से क्या समझते हो ? इनमें क्या सम्वन्ध है ? धरती की ओर स्वच्छंदतापूर्वक गिरनेवाली वस्तु की गतिज और स्थितिज ऊर्जाओं का योग मार्ग के प्रत्येक विन्दु पर समान होता है। इस कथन की पुष्टि करिए।

6. एक व्यक्ति साइकिल को ऐसी सड़क पर ले जा रहा है, जिसका चढ़ाव 20 में 1 है। यदि उसकी चाल 10 मील प्रति घंटा है, तो बताओ कि वह कितनी अश्व-सामर्थ्य लगा रहा है ? उस व्यक्ति और साइकिल का सम्मिलित भार 160 पौंड है और घर्षण का विरोधात्मक बल 4 पौंड है।
   (उत्तर, ·32)।

7. ऊर्जा के 'संचय' और 'रूपांतर' से क्या तात्पर्य है। बिजली की रोशनी के चक्र और डायनमो को चलाने वाले तेल के इंजिन का उदाहरण देकर समझाओ
   (पटना, '32; कल०,'36)

8. ऊर्जा की परिभाषा दो ओर कार्य तथा सामर्थ्य से इसका संबंध व्यक्त करो। इसको नापने की सी० जी० एस० और एफ० पी० एस० व्यावहारिक प्रणालियों का आवेदन करो, और दोनों में संबंध स्थापित करो।

9. यदि बादल, पृथ्वी से एक मील की ऊंचाई पर हों, और जलवृष्टि पृथ्वी के एक वर्ग मील को $\frac{1}{2}$ इंच गहराई तक भर सके, तो बताओ कि जल को बादलों तक ले जाने में कितना कार्य करना पड़ा ?

अध्याय 7

कल (Machine

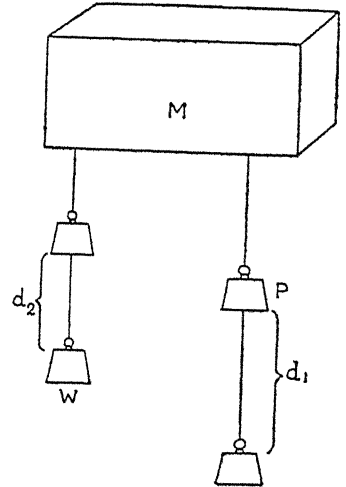
कल, वह उपकरण है, जिसके द्वारा किसी एक विन्दु पर और किसी एक दिशा में कार्य करने वाला बल, किसी दूसरे विन्दु पर और किसी अन्य दिशा में लगाया जा सकता है।

कल पर जिस बल के लगाने से कार्य होता है, उसे शक्ति अथवा चेष्टा (Power or Effort) कहते हैं। कल स्वयं किसी भार को उठाती है, अथवा कुछ दूर तक किसी प्रतिरोध को नष्ट करती है। कल द्वारा लगाए गए बल को 'भार' अथवा प्रतिरोध कहते हैं।

कार्य-दक्षता (η) :—प्रत्येक कल में कुछ न कुछ घर्षण अवश्य रहता है। इसको नष्ट करने में कुछ ऊर्जा (energy) लगती है। अस्तु कल द्वारा किया हुआ उपयोगी कार्य, दी हुई ऊर्जा से सदैव कम होता है। उपयोगी कार्य और दी हुई ऊर्जा के अनुपात को कार्य दक्षता, η कहते हैं।

कार्य का सिद्धांत :—कल द्वारा किया गया कार्य, कल पर किए गए कार्य से अधिक नहीं हो सकता, क्योंकि ऊर्जा नष्ट नहीं हो सकती। यह संभव है कि थोड़ी सी चेष्टा से बहुत बड़ा भार उठा लिया जाए, पर इस स्थिति में शक्ति द्वारा चली हुई दूरी, भार द्वारा चली हुई दूरी से बहुत अधिक होगी। अस्तु, 'जो शक्ति में प्राप्ति की जाती है,वह चाल में हारी जाती है।'

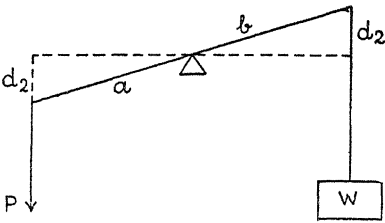
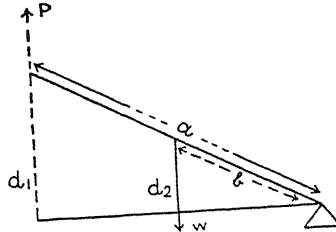
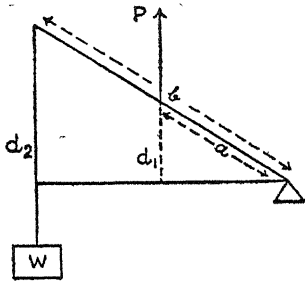
चित्र 83

मान लीजिए M एक बक्स है, जिसमें एक कल है। इस पर एक बल P इस प्रकार कार्य करता है कि जब वह d_1 दूरी चलता है,तो कल एक भार W को d_2 दूरी तक उठा लेती है। कल पर किया गया कार्य $P.d_1$ है,तथा लाभप्रद कार्य (कल द्वारा किया हुआ) $W.d_2$ है। d_1/d_2 को वेग-निष्पत्ति (velocity-ratio) कहते हैं। अस्तु वेग-निष्पत्ति, शक्ति द्वारा चली हुई दूरी और भार द्वारा चली हुई दूरी का अनुपात है। भार एवं चेष्टा के अनुपात को यांत्रिक-लाभ (Mechanical advantage) कहते हैं। यह अनुपात एक से बड़ा होना चाहिए, अन्यथा कल से कोई लाभ न होगा।

$$\therefore \text{ कार्य-दक्षता, } \eta = \frac{W \times d_2}{P \times d_1} = \frac{W}{P} \div \frac{d_1}{d_2} = \frac{\text{यांत्रिक-लाभ}}{\text{वेग निष्पत्ति}}$$

यदि कल पूर्णतः दक्ष है, (अर्थात् उसमें कार्य व्यर्थ नहीं जाता), तो $\eta = 1$; अर्थात् यांत्रिक-लाभ = वेग-निष्पत्ति ।

$$\because \quad \frac{W}{P} = \frac{d_1}{d_2} \text{ या } P \times d_1 = W \times d_2$$

अर्थात् यदि घर्षण न हो और कल के भार की उपेक्षा की जाय, तो शक्ति द्वारा किया हुआ कार्य, सदा भार के विरुद्ध किए हुए कार्य के बराबर होता है ।

उत्तोलक या लीवर (Lever)

चित्र 84

चित्र 85

चित्र 86

लीवर एक सीधी अथवा टेढ़ी छड़ होती है, जो एक निश्चित् विन्दु के परितः (about) घूम सकती है। इस विन्दु को आलंब-विन्दु (fulcrum) कहते हैं।

मान लो कि a और b, क्रमशः शक्ति-भुजा और प्रतिरोध-भुजा की लंबाइयां हैं।

आलंब विन्दु के परितः साम्यावस्था में घूर्ण लेने पर,

$$P.a = W.b \text{ या, } \frac{W}{P} = \frac{a}{b}$$

लीवर तीन प्रकार के होते हैं :—

(i) **प्रथम श्रेणी के लीवर** :—इनमें आलंब-विन्दु, चेष्टा और भार के बीच में पड़ता है। इसमें लाभ तभी हो सकता है, जब शक्ति-भुजा की लंबाई, प्रतिरोध-भुजा की लंबाई से अधिक हो। तुला, ढेंकली, बच्चों के झूलने का तख्ता आदि प्रथम श्रेणी के लीवर हैं। कैंची, इसी श्रेणी का दोहरा (double) लीवर है।

(ii) **द्वितीय श्रेणी के लीवर** :—इस प्रकार के लीवरों में भार W बीच में और आलंब F, लीवर के एक सिरे पर तथा P दूसरे सिरे पर रहता है। इस प्रकार के लीवरों

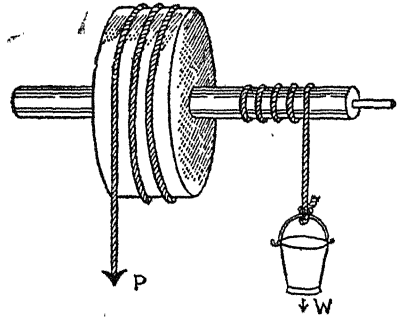
में लाभ होता है, क्योंकि $a > b$. सरौता, नाव की पतवार, कागज म सूराख करने की मशीन आदि इसके उदाहरण हैं।

(iii) **तृतीय श्रेणी के लीवर** :—इनमें शक्ति P बीच में और लीवर के एक सिरे पर आलंब तथा दूसरे पर भार W होता है। इस प्रकार के लीवरों में सदैव यांत्रिक हानि होती है। मनुष्य की कुहनी का जोड़ और हल इसके उदाहरण हैं। चिमटा और चिमटी इस श्रेणी के दोहरे (double) लीवर हैं।

बहुत से लीवरों में शक्ति की दिशा लीवर के लंब रूप नहीं होती। ऐसी दशा में लीवर की भुजा की लम्बाई, आलंब से शक्ति की क्रिया रेखा पर लंब डालने से प्राप्त होती है।

धुरी और पहिया (Wheel and Axle) :—इसमें विभिन्न व्यासों के दो बेलन होते हैं, जो एक उभयनिष्ट धुरी के परितः घूम सकते हैं। छोटे बेलन को **धुरी** और बड़े को **पहिया** कहते हैं। धुरी पर लिपटी हुई एक रस्सी से भार W जोड़ देते हैं। पहिए पर विपरीत दिशा में लिपटी रस्सी के एक सिरे पर 'चेष्टा' लगाई जाती है। यंत्र के चलते समय, जब एक रस्सी का सिरा उतरता है, तो दूसरी का चढ़ता है।

चित्र 87

मान लीजिए पहिए और चर्खी के अर्धव्यास क्रमशः a और b हैं। एक पूरे चक्कर के पश्चात्, भार W, $2\pi b$ दूरी चढ़ता है और चेष्टा P, $2\pi a$ दूरी उतरती है। कार्य के सिद्धान्त से, $W \times 2\pi b = P \times 2\pi a$

$$\therefore \text{ यांत्रिक लाभ } = \frac{W}{P} = \frac{a}{b} = \frac{\text{पहिए का अर्धव्यास}}{\text{धुरी का अर्धव्यास}}$$

यदि दो बेलनों की बजाय हम एक क्षैतिज बेलन लें, जिसके एक सिरे पर हैंडिल जुड़ा हो, तो कल, चर्खी कहलाती है और कुओं से जल खींचने के काम आती है।

धुरी के केन्द्र के परितः घूर्ण लेने से,

$$P \times \text{ हैंडिल की लंबाई} = W \times \text{धुरी की त्रिज्या}$$

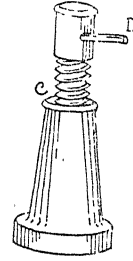
$$\therefore \text{ यांत्रिक लाभ } = \frac{W}{P} = \frac{\text{हैंडिल की लंबाई}}{\text{धुरी की त्रिज्या}}$$

पेंच :—यह दैनिक जीवन में बड़ा उपयोगी होता है। पेंचों में थोड़ी-थोड़ी दूर पर चूड़ियां होती हैं, जिससे पेचकस को घुमाने से पेंच लकड़ी में आगे पीछे बढ़ता है। दो चूड़ियों के बीच की दूरी को अन्तराल, या चूड़ी अन्तर (pitch) कहते हैं। मान लो

हैंडिल की लंबाई L है, और उसके सिरे पर शक्ति P लगाई जाती है। एक चक्कर में, शक्ति द्वारा किया हुआ कार्य $= P \times 2\pi L$. यदि अंतराल h है, तो इतने ही समय में भार पर पेंच द्वारा किया गया कार्य $= W \times h$

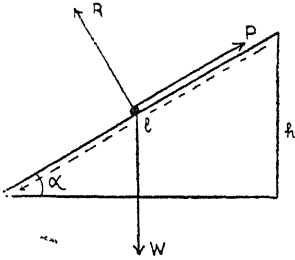
आंतरिक घर्षण के अभाव में, $P \times 2\pi L = W \times h$

$\therefore \dfrac{W}{P} = \dfrac{2\pi L}{h}$ $\therefore$ यांत्रिक लाभ $= \dfrac{\text{भुजा की परिधि}}{\text{पेंच का चूड़ी अन्तर}}$

स्क्रू का उपयोग किसी पिंड पर अधिक बल डालने में (जैसे पत्र-दाब में) अथवा भार उठाने में (जैसे जैक स्क्रू में) होता है। एक खोखले आवरण में ऊपर की ओर एक छिद्र होता है, जिसमें एक वर्गीकृत सूत्रमय पेंच (square threaded screw) जा सकता है। C एक ढीला स्तम्भ (collar) है, जो भार को पेंच के साथ घूमने से रोकने के लिए है। स्क्रू को एक दंड D द्वारा घुमाया जाता है, और चेष्टा उसके लंबवत् लगाई जाती है।

चित्र 88

आनत तल (Inclined Plane) :—यह एक दृढ़ चपटा तल होता है, जो क्षितिज से झुका होता है।

मान लीजिये W भार का कोई पिंड, α कोण पर झुके हुए तल पर ठहरा हुआ है, और तल की अभिलंब प्रतिक्रिया R है। (हम घर्षण को नगण्य मान रहे हैं।) यहां हम चेष्टा को विभिन्न दिशाओं में लगाने के प्रभाव पर विचार करेंगे।

(i) **चेष्टा, तल के समान्तर दिशा में** (चित्र 89):—तल के समान्तर और लंबवत् संतुलन की दृष्टि से,

चित्र 89

$W \sin\alpha = P$ और $R = W\cos\alpha$

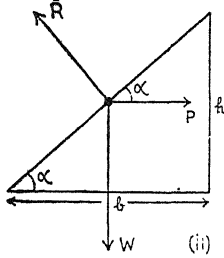
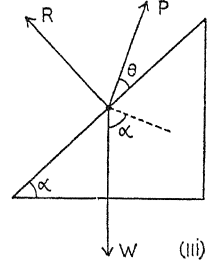
$\therefore$ यांत्रिक लाभ, $\dfrac{W}{P} = \dfrac{1}{\sin\alpha} = \dfrac{l}{h}$

$= \dfrac{\text{तल की लंबाई}}{\text{तल की ऊंचाई}}$

(ii) **चेष्टा, आधार के समान्तर** (चित्र 90):—

यहां, $W\sin\alpha = P\cos\alpha$

$\therefore$ यांत्रिक लाभ, $\dfrac{W}{P} = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} =$ व्युस्पज्या $\alpha = \dfrac{b}{h}$

(यहां b आधार की लंबाई है)

चित्र 90

चित्र 91

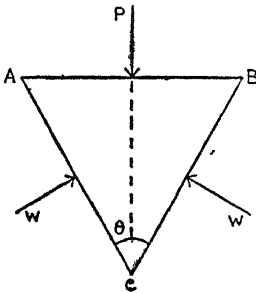
(iii) **चेष्टा, किसी अन्य दिशा में** (चित्र 91):—

यहां $W \sin \alpha = P \cos \theta$ (चेष्टा, तल के θ कोण पर झुकी हुई है।)

$$\therefore \text{ यांत्रिक लाभ, } \frac{W}{P} = \frac{\cos \theta}{\sin \alpha}$$

पच्चर (Wedge) :—यह एक प्रकार का दुहरा आनत तल है। यह फौलाद आदि किसी कठोर वस्तु से बना होता है, और सामान्यतः लकड़ी को चीरने में प्रयुक्त होता है। पच्चर को लकड़ी में प्रविष्ट कराने के लिए अभीष्ट बल P है। किनारों की समान प्रतिक्रियाएं इसकी गति को अवरुद्ध करती हैं।

चित्र 92

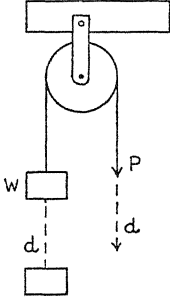
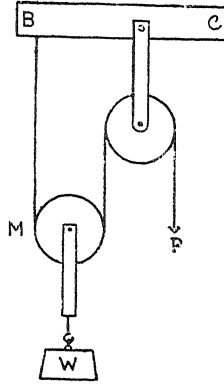
मान लीजिए बल, आधार AB के मध्य विन्दु D पर क्रियात्मक है। DC (C शीर्ष है) के समान्तर संतुलन की दृष्टि से,

$$W \sin \theta/2 + W \sin \theta/2 = P \text{ या, } 2W \sin \theta/2 = P$$

$$\therefore \text{ यांत्रिक लाभ, } \frac{W}{P} = \frac{1}{2 \sin \theta/2}$$

घिर्री (Pulley)—यह लोहे या लकड़ी के एक छोटे पहिए की बनी होती है, जिसकी परिधि के साथसाथ रस्सी डालने के लिए एक गोल खांचा बना होता है। बीच में एक बड़ा छेद होता है, जिसमें घिर्री की धुरी पड़ी रहती है। यह धुरी दोनों सिरों पर छड़ों से जुड़ी रहती है। छड़ों का यह ढांचा, गुटका (block) कहा जाता है। यदि यह स्थिर रहता है तो घिर्री स्थिर कही जाती है।

स्थिर घिर्री :—यह एक साधारण व्यवस्था है। यदि चेष्टा P द्वारा d दूरी चली जाती है, तो भार भी इतनी ही दूरी उठता है। (चित्र 93)

$\therefore P.d. = W.d.$

या यांत्रिक लाभ, $W/P = 1$

चित्र 93

चित्र 94

चलनशील घिर्री :–अकेली चलनशील घिर्री में भार घिर्री के ब्लॉक से जुड़ा रहता है, डोरे का एक सिरा, एक स्थिर आधार BC से बंधा रहता है, और दोनों घिर्रियों से होता हुआ दूसरा सिरा, चेष्टा से संबद्ध रहता है। (चित्र 94)

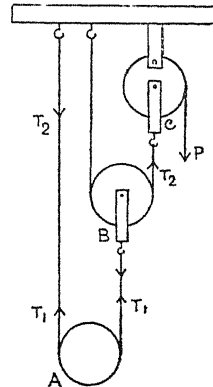
जब भार d दूरी उठता है,, तो घिर्री का केन्द्र भी इतना ही उठता है। डोरे या रस्सी का वह सिरा, जहां चेष्टा लगाई जाती है, $2d$ दूरी उतरता है। घर्षण के अभाव में,

$$P \times 2d = W \times d \text{ या } W \div P = 2$$

यदि घिर्री का भार w, त्याज्य न मानें, तो $P \times 2d = (W+w) \times d.$

$$\therefore \frac{W+w}{P} = 2 \text{ या, } \frac{W}{P} = 2 - \frac{w}{P}.$$

अस्तु यांत्रिक लाभ कुछ कम हो गया।

(i) **घिर्री की प्रथम प्रणाली** :—इस प्रणाली में कई घिर्रियां रहती हैं, जो भिन्न-भिन्न रस्सियों से लटकाई जाती हैं। रस्सी का एक सिरा एक निश्चित आधार से बंधा होता है और दूसरा सिरा एक घिर्री के नीचे से निकल कर अगली घिर्री के ब्लाक से जुड़ा रहता है। सबसे नीचे वाली घिर्री से भार W लटकाते हैं, और स्वतंत्र सिरे पर चेष्टा P लगाई जाती है।

चित्र 95

मान लो कि घिर्रियों के भार नीचे से ऊपर की ओर क्रमशः $W_1, W_2, \ldots\ldots$ हैं और T_1, T_2 उनके नीचे से गुजरनेवाली रस्सियों के तनाव हैं।

$$\therefore \quad 2T_1 = W + W_1 \text{ या, } \quad T_1 = \frac{W}{2} + \frac{W_1}{2}$$

$$2T_2 = T_1 + W_2 \text{ या, } \quad T_2 = \frac{T_1}{2} + \frac{W_2}{2} = \frac{W}{2^2} + \frac{W_1}{2^2} + \frac{W_2}{2}$$

$$2T_3 = T_2 + W_3 \text{ या, } \quad T_3 = \frac{T_2}{2} + \frac{W_3}{2} = \frac{W}{2^3} + \frac{W_1}{2^3} + \frac{W_2}{2^2} + \frac{W_3}{2}$$

$$2T_n = T_{n-1} + W_n \text{ या, } \quad T_n = P = \frac{W}{2^n} + \frac{W_1}{2^n} + \frac{W_2}{2^{n-1}} + \ldots\ldots + \frac{W_n}{2}$$

$$\therefore \quad W + W_1 + 2W_2 + 2^2 W_3 + \ldots + 2^{n-1} W_n = 2^n P$$

$$\text{या, } W = 2^n P - W_1 - 2W_2 - 2^2 W_3 \ldots\ldots - 2^{n-1} W_n$$

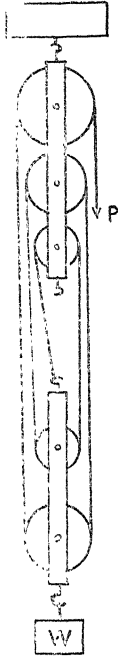
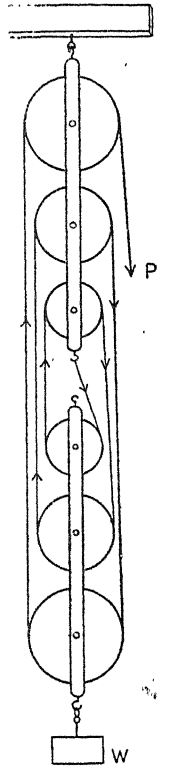
$$\therefore \quad \frac{W}{P} = 2^n - \frac{W_1}{P} - \frac{2W_2}{P} - \frac{2^2 W_3}{P} \ldots\ldots \frac{-2^{n-1} W_n}{P}$$

यदि घिर्रियों के भार त्याज्य हों, तो

$$W/P = 2^n$$

(ii) **द्वितीय प्रणाली की घिर्री** :—इसमें दो तख्ते (block) होते हैं, जिनमें कई घिर्रियां रहती हैं। ऊपर का ब्लॉक स्थिर रहता है और नीचे का चलनशील होता है। सब घिर्रियों से एक ही रस्सी भेजी जाती है।

यदि दोनों ब्लॉकों में घिर्रियों की संख्या बराबर हो, तो रस्सी का एक सिरा, ऊपरी ब्लॉक से जोड़ा जाता है। यदि ऊपरी ब्लॉक में नीचे वाले ब्लॉक से एक घिर्री अधिक हो, तो रस्सी का सिरा नीचे वाले ब्लॉक से जोड़ दिया जाता है। प्रथम स्थिति में नीचे वाले ब्लॉक को संधारित करने वाले रस्सी के खंडों (segments) की संख्या सम होती है, और दूसरी दशा में विषम होती है।

एक ही रस्सी, चिकनी घिर्रियों के ऊपर से गुजरती है। इसलिए प्रत्येक का तनाव, भार P के बराबर है। मान लीजिए कि नीचे वाले ब्लॉक को संधारित करने वाले रस्सी के खंडों की संख्या n है। नीचे वाले ब्लॉक पर संपूर्ण ऊपरी बल, nP लगता है। यदि नीचे वाले ब्लॉक का भार w हो, तो $W + w = nP$

चित्र 96(a)

चित्र 96(b)

$\therefore$ यांत्रिक लाभ $\frac{W}{P} = \frac{n-w}{P}$

(iii) **तृतीय प्रणाली की घिर्री** :—इसका आविष्कार सबसे पहले किया गया था। इसमें जितनी घिर्रियां होती हैं, उतनी ही रस्सियां भी होती हैं। प्रत्येक रस्सी का एक सिरा एक छड़ से जुड़ा रहता है, जिससे भार W लटका रहता है। प्रत्येक रस्सी एक घिर्री के ऊपर से गुजरती है, और उसका दूसरा सिरा, अगली नीचेवाली घिर्री के ब्लॉक से जुड़ा रहता है। सबसे ऊंची घिर्री एक स्थिर कड़ी से निलंबित (suspended) होती है। चेष्टा, उस रस्सी के स्वतंत्र छोर पर लगाई जाती है, जो सबसे नीचे वाली घिर्री पर गुजारी जाती है।

चित्र 97

क्रमवत् घिर्रियों के संतुलन की दृष्टि से,

$$T_1 = P,$$
$$T_2 = 2T_1 + W_1 = 2P + W_1$$
$$T_3 = 2T_2 + W_2 = 2^2P + 2W_1 + W_2$$
$$T_4 = 2T_3 + W_3 = 2^3P + 2^2W_1 + 2W_2 + W_3$$
$$T_n = 2^{n-1}P + 2^{n-2}W^1 + 2^{n-3}W_2 + \dots\dots + W_{n-1}$$

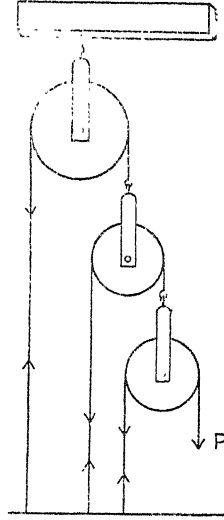
यदि n घिर्रियां हों, (जिनमें से $n-1$ चलनशील होंगी), तो नीचेवाली निलंबक छड़ के संतुलन की दृष्टि से,

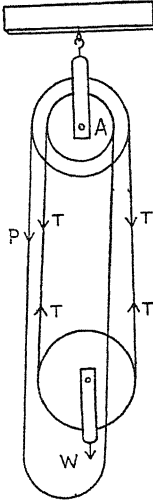
$$W = T_n + T_{n-1} + \dots\dots + T_2 + T_1$$
$$= (2^n - 1)P + (2^{n-1} - 1)W_1 + (2^{n-2}1) + \dots$$
$$\dots + (2^2 - 1)W_{n-2} + (2-1)W_{n-1}.$$

यदि घिर्रियों के भार त्याज्य हों, तो,

$$W = (2^n - 1)P, \text{ अर्थात् } W/P = 2^n - 1.$$

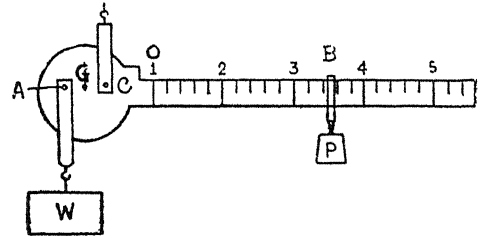
इस प्रणाली में घिर्रियों का भार अधिक होने से कम चेष्टा लगाना पड़ता है। यह प्रणाली भार उठाने के लिए अधिक उपयुक्त नहीं है। इसका प्रयोग स्वल्पकाल तक जोर का झटका लगाने में किया जाता है।

भिन्नात्मक घिर्री (Differential Pulley) :—इस यंत्र में दो ब्लाक होते हैं। ऊपरी ब्लॉक में दो घिर्रियां रहती हैं, जो लगभग एक ही कद की होती हैं, और एक साथ घूमती हैं। नीचे वाले ब्लाक में एक घिर्री रहती है, जिसमें भार W जुड़ा रहता है। एक बिना छोर की जंजीर, बड़ी वाली ऊपरी घिर्री के ऊपर से जाती है और नीचे वाली घिर्री

के नीचे होकर पुनः ऊपर की छोटी घिर्री पर चढ़ाई जाती है। जंजीर का शेष भाग ढीला रहता है, और दूसरे भाग से जुड़ा रहता है। ऊपरी घिर्रियों के तलों पर छोटे-छोटे प्रक्षेपणों (Projections) द्वारा जंजीर फिसलने से रोकी जाती है। यदि T, जंजीर के उन भागों का तनाव हो, जो भार W को साधे रहते हैं, तो $2T=W$ (क्योंकि ये भाग, लगभग उदग्र हैं) यदि बड़ी और छोटी घिर्रियों के अर्धव्यास, क्रमशः R एवं r हों, तो केन्द्र के परितः घूर्ण लेने से, $H.\ R+T.r=TR$.

चित्र 98

$$\text{या, } P.R=T(R-r)=\frac{W}{2}\ (R-r)$$

$$\frac{W}{P}=\frac{2R}{R-r}.$$

$\therefore$ R और r लगभग बराबर हैं, इसलिए यांत्रिक लाभ बहुत अधिक होता है।

साधारण विषमभुज तुला (Common Steelyard): यह प्रथम वर्ग का लीवर है। इसमें एक लम्बा लोहे का दंड होता है, जिसके एक किनारे के निकट आलंब-विन्दु C होता है, जिस पर वह स्वतंत्रता से ऊर्ध्वाधर तल में घूम सकता है। जिस पिंड का भार ज्ञात करना होता है, उसे कांटे H से लटका देते हैं, जो एक क्षुरधार (knife edge) से संधारित होता है। छड़ अंशांकित (graduated) होती है, और उस पर एक निश्चित् भार खिसकाया जाता है। हुक से जब कोई भार नहीं लटकता, तो खिसकवां भार P, शून्य के अंक पर रखा जाने से, दंड क्षैतिज रहता है। भार लटकाने पर दंड क्षैतिज नहीं रहता। P को खिसका कर फिर क्षैतिज स्थिति लाई जा सकती है।

चित्र 99

मान लो कि w, विषमभुज तुला (steelyard) का भार है, जो गुरुत्व केन्द्र G पर क्रियात्मक होता है। प्रारंभ में हुक पर कोई भार नहीं है।

$$\therefore w\times CG=P\times OC$$

हुक से भार लटकाने पर, $W.AC+w.CG=P\times CB$

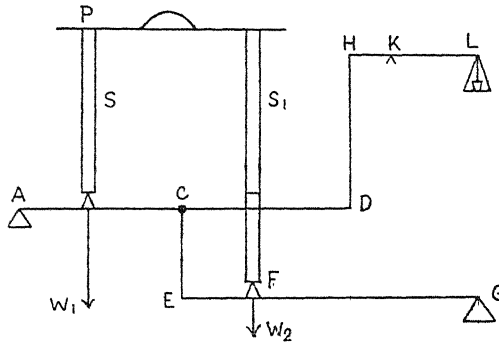
$$=P(CO+OB)=P.CO+P.OB$$

प्रथम समीकरण को दूसरे से घटाने पर,

$$W.AC = P.OB$$

$$\therefore \quad W = P.\frac{OB}{AC} = P.n$$

(n वें अंक पर सटाने से दंड पुन: क्षैतिज हो जाता है)

तौलने का कांटा (Weighing Machine) :—किसी भारी वस्तु को तोलने के लिए हम इसका प्रयोग करते हैं। इसमें तीन लीवर ACD, EFG और HKL रहते हैं। इनके आलंब-विन्दु A, G, K है। प्लेटफार्म P, जिस पर तोलने वाली वस्तु रखी जाती है, ऊर्ध्वाधर स्तंभों (S एवं S_1) पर टिकाया जाता है। ये स्तंभ B एवं F पर दो क्षुरधारों (knife edges) पर आधारित हैं, जो लीवर AD एवं EG से जुड़े हुए हैं।

चित्र 100

प्लेटफार्म पर रखे हुए भार W को B एवं F पर वितरित माना जा सकता है। B का दबाव लीवर AD द्वारा D विन्दु पर प्रेषित होता है। इस प्रेषित बल की मात्रा बहुत कम होती है, क्योंकि AD भुजा लंबी है। इसी प्रकार F का दबाव, E एवं C द्वारा D विन्दु पर प्रेषित होता है। इस प्रकार D विन्दु पर समस्त प्रेषित दबाव तोली जानेवाली वस्तु के भार W के समानुपाती होता है, पर प्लेटफार्म के ऊपर, उसकी स्थिति पर निर्भर नहीं करता। भुजा KL की लंबाई HK की 50 या 100 गुना रखी जाती है। तब L पर थोड़ा सा बांट रखने पर HL को क्षैतिज बनाया जा सकता है, और लीवर की भुजाओं की लंबाई के ज्ञान से भार W की गणना की जा सकती है।

हल किए हुए प्रश्न

1. एक जैक स्क्रू की उपयोगिता 80 प्रतिशत है। यदि इसके हैंडिल की लम्बाई 1 फुट हो और स्क्रू में प्रति इंच चार दांत हों, तो बतलाइये एक टन का भार उठाने के लिए हैंडिल के सिरे पर कितना बल लगाना होगा ?

यदि W कुल भार और P शक्ति का है, तो

$\frac{W}{P} = \frac{2\pi L}{b}$ (<हैंडिल की लम्बाई, और b, चूड़ी अन्तर है), यहां $L = 1'$,

$$b = \frac{1}{4}'' = \frac{1}{48}'$$

प्रश्नानुसार, $\frac{W_{eff}}{W}=\frac{40}{100}$ और $W_{eff}=1$ टन $=2240$ पौंड।

(W_{eff}, उठाया जाने वाला बाहरी भार है)

$\therefore$ $W_{eff}=W.\frac{4}{5}$ या, $W=W_{eff}\times\frac{5}{4}=2240\times\frac{5}{4}$ पौंड।

$$\therefore \frac{2240\times\frac{5}{4}}{P}=\frac{2\pi\times1}{\frac{1}{48}}=96\times\frac{22}{7}$$

$$\therefore P=2240\times\frac{5}{4}\times\frac{7}{96\times22}\text{ पौंड}=\frac{35\times5\times7}{6\times22}\text{ पौंड}$$

$$=9{\cdot}3\text{ पौंड}$$

2. 60 पौंड का बोझ, ४ घिर्रियों द्वारा ऊपर उठया जा रहा है। इनमें दो घिर्रियां, ऊपर के तख्ते (block) में लगी हैं, और दो नीचे के तख्ते में। प्रत्येक तख्ते का भार 4 पौंड है, और एक ही डोरी सभी घिर्रियों पर से होकर जाती है। यदि इस बोझ को उठाने के लिये 2 पौंड भार का बल लगाना पड़ता है, तो बतलाइये कि बोझ को एक फुट ऊंचा उठाने में घर्षण के विरुद्ध कितना कार्य करना पड़ रहा है। इस मशीन की दक्षता कितनी है ?

यदि घर्षण का बल F हो, तो नीचे वाले तख्ते के संतुलन की दृष्टि से (दूसरी श्रेणी की घिर्री में)

$60+4+F=4T=4P=4\times22$ ($\because$ बाहरी भार, नीचे वाले तख्ते का भार और घर्षण, डोरों के तनावों से संतुलित होंगे)

$\therefore F=88-64=24$ पौंड। घर्षण का प्रभाव नष्ट करके भार को उठाने के लिए, परिणामी बल विपरीतात्मक और मात्रा में बराबर होना चाहिए।

$\therefore$ अभीष्ट कार्य $=F\times1=24$ फुट पौंड।

यदि शक्ति द्वारा चली हुई दूरी l_1 और भार द्वारा चली हुई दूरी l_2 हों, तो कार्य के सिद्धान्त से, $22\times l_1=88\times l_2$

$$\text{मशीन की दक्षता } \eta=\frac{\text{भार (बाहरी) द्वारा किया गया कार्य}}{\text{शक्ति द्वारा किया हुआ कार्य}}$$

$$=\frac{60\times l_2}{22\times l_1}=\frac{60\times l_2}{88\times l_2}=\frac{15}{22}$$

3. एक समरूप छड़ 20 बराबर भागों में विभक्त है, और उसका आलंब पहले निशान पर है। यदि इस प्रकार बनी हुई विषम भुज तुला से कम से कम 2 पौंड, और ज्यादा से ज्यादा 20 पौंड नाप सकते हैं, तो तुला का भार और चलनशील बांट का भार बताओ।

मान लो, तुला का भार W और चलनशील बांट का भार W' है, तथा एक खाने का मान x है।

तुला का भार 10वें निशान पर (अर्थात् आलब से 9 निशान दूर) कार्य करता है।

$\therefore\ 2x = W \times 9x + W'O.$

और $20x = W \times 9x + W' \times 19x$

पहले समीकरण से, $W = \frac{2}{9}$ पौंड। दूसरे समीकरण में से पहला समीकरण घटाने पर, $18x = W' \times 19x$

$\therefore\ W' = \frac{18}{19}$ पौंड।

4. एक 18 फीट का चिकना तख्ता, एक सिरे पर पृथ्वी से टिका है, और दूसरे सिरे पर, एक 3 फीट ऊँचे बक्स को संस्पर्श करता है। कौन से क्षैतिज बल से, तल पर 200 पौंड का गुटका तल पर संतुलित रहेगा?

यदि α, तख्ते का क्षितिज से झुकाव है, तो,

$\sin\alpha = \frac{3}{18} = 1/6$

तल की दिशा में संतुलन की दृष्टि से,

$P\cos\alpha = 200\sin\alpha$ (यहां P अभीष्ट बल है)

$$\therefore P = 200 \times \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 200 \times \tan\alpha = 200 \times \frac{1}{\sqrt{6^2 - 1^2}}$$

$$= \frac{200}{\sqrt{35}} = 33.81 \text{ पौंड।}$$

प्रश्नावली

1. लीवर कितनी प्रकार के होते हैं? प्रत्येक प्रकार के लीवर के उदाहरण दो।
2. सामान्य विषम भुज तुला (steelyard) का चित्र खींचो, और कार्यप्रणाली को समझाओ। (**पंजाब**, '28)
3. भारी पार्सलों या सामान को तोलने में प्रयुक्त होने वाली रेल की प्लेटफार्म तुला की रचना और कार्यप्रणाली को समझाओ। इसमें तीन लीवर रखने से क्या लाभ हैं? (**यू० पी० बोर्ड**, '42)
4. एक सामान्य तुला की भुजाएं बराबर हैं, और 20 सें० मी० लंबी हैं। एक पलड़े पर 20 ग्राम का भार रखा हुआ है, और दूसरे पर एक अज्ञात भार है। डंडी पर 1 ग्राम का बांट रख कर आलंब से अज्ञात भार की ओर खिसकाया जाता है। जब अज्ञात बांट, आलंब से 15 सें० मी० दूर है, तो पुनः संतुलन की स्थिति प्राप्त होती है। अज्ञात भार की संहति क्या है? (**कलकत्ता**, '52) (**उत्तर**, 19.25 ग्राम)
5. एक साधारण विषम भुजा तुला का भार 10 पौंड है। आलंब से 4 इंच की दूरी पर एक तरफ भार टांगा जाता है, और तुला का गुरुत्व-केन्द्र आलंब से 3 इंच दूसरी ओर है। चलनशील बांट 12 पौंड का है, तो एक हंड्रेडवेट को संतुलित करने वाला निशान किस जगह होगा? (**उत्तर**, आलंब से $34\frac{5}{6}''$ दूर)

6. यदि 180 ग्राम के भार को किसी नत तल पर समान वेग से चलते रखने के लिए तल के समान्तर 120 ग्राम का बल लगाना पड़ता है, तो तल की नति क्या है ?
(**उत्तर**, $\sin^{-1}\frac{2}{3}$)

7. तीन धुरी और पहिए, (जिनमें धुरी और पहिए की त्रिज्याओं का अनुपात 1:5 है) इस प्रकार व्यवस्थित हैं कि प्रत्येक धुरी की परिधि अगले पहिए की परिधि पर आसज्जित (applied) है। 375 पौंड के भार को साधने के लिए कितनी शक्ति लगानी होगी ?
(**उत्तर**, 3 पौंड)

8. एक दूकानदार, किसी दोषयुक्त तुला में दोनों पलड़ों पर एकान्तर क्रम से बांट रख कर, 90 पौंड चाय बेचता है। तुला की भुजाएं क्रमशः 9 और 10 इंच लंबी हैं। बताओ कि वह कितने घाटे में रहेगा।
(**उत्तर**, $\frac{1}{2}$ पौंड)

9. अचल और चलनशील घिर्रियाँ किस उपयोग में आती हैं ? उनके यांत्रिक लाभों (Mechanical Advantages) का कलन करो।

10. सकारण समझाओ :
(क) लकड़ी के भारी टुकड़े को लोग खींचने की बजाय लुढ़का कर ले जाते हैं।
(ख) टुंड्रा में बेपहियों की गाड़ी प्रयुक्त करते हैं, पर यहां पहिए लगाते हैं।

11. यांत्रिक लाभ (Mechanical Advantage), 'वेग अनुपात' (Velocity Ratio) और दक्षता (Efficiency) से क्या अभिप्राय है ? इनका परस्पर संबंध क्या है ?
एक जैकस्क्रू के हैंडिल की लंबाई 1 फुट है, और स्क्रू में प्रति इंच 3 दांत हैं। यदि हैंडिल के सिरे पर 3 पौंड भार का बल लगाया जाय, तो भारी से भारी कितना बोझ जैकस्क्रू द्वारा उठाया जा सकता है ? साथ में इसका 'यांत्रिक लाभ' और 'वेग अनुपात' और 'दक्षता' ज्ञात करो।
(**उत्तर**, 678·24 पौंड, 226·08, 226·081)

12. एक जैकस्क्रू के हैंडिल की लंबाई, 20″ है। इसके स्क्रू में प्रति इंच 4 दांत हैं। यदि इसकी दक्षता 50 प्रतिशत हो, तो बताओ कि एक टन का भार उठाने के लिए हैंडिल पर कितना बल लगाना आवश्यक होगा ?
(**उत्तर**, 8.9 पौंड भार)

13. दो सादी मशीनों का उदाहरण लेकर इस कथन की पुष्टि करिए कि 'उठानेवाली शक्ति (Power) में जो कुछ सुविधा मिलती है, वेग में उतनी ही सुविधा छिन जाती है।'

14. अंतरीय घिर्री (Differential pulley) का वर्णन करो। उसका यांत्रिक लाभ ज्ञात करो।

15. स्वच्छ चित्र की सहायता से द्वितीय श्रेणी की घिर्री की कार्य-प्रणाली समझाओ, और उसका यांत्रिक लाभ निकालो।
(**पंजाब**, '29)
द्वितीय श्रेणी की घिर्री में, नीचे वाले तख्ते में चार घिर्रियां हैं। नीचे वाले तख्ते का भार 24 पौंड है, और उसमें डोरा जुड़ा हुआ है। बताओ कि 16 पौंड की शक्ति से कितना भार उठाया जा सकता है।
(**उत्तर**, 120 पौंड)

अध्याय 8

द्रव्य के गुण (Properties of Matter)

लोच (Elasticity) :—जब संतुलन की स्थिति में किसी पिंड पर एक बल प्रणाली कार्य करती है, तो उसकी आकृति अथवा आकार में या दोनों में परिवर्तन हो सकता है। विकारक बल-प्रणाली के हटाने पर पिंड अपनी मौलिक स्थिति में आ जाता है। पदार्थ का यह गुण लोच कहलाता है ।

बहुधा लोग कहते हैं कि रबड़ अच्छा लोच पदार्थ है। थोड़ा-सा बल लगाने पर रबड़ काफी खिंच जाता है, और बल हटाने पर, रबड़ अपनी पूर्व-स्थिति में आ जाता है। लोहे में लोच कम मालूम होता है। पर वैज्ञानिक अर्थ में, किसी पिंड में विकार उत्पन्न करने के लिए जितना अधिक बल लगाना पड़े, उतना ही वह पिंड अधिक लोच (elastic) है। वैज्ञानिक पदावली के अनुसार, लोहा, रबड़ से अधिक लोचदार (elastic) है।

पूर्ण लोच पिंड वह है जो बल हटाने पर पूर्णतः अपनी मौलिक स्थिति में आ जाये। एक सीमा से कम बल लगाने पर पिंड, पूर्ण लोच प्रकट कर सकते हैं। इस लोच की सीमा कहते हैं। यह प्रत्येक पदार्थ के लिए भिन्न होती है।

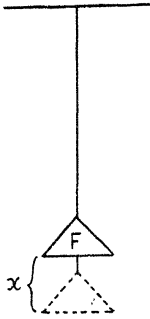
संतुलन की स्थिति में, बल-प्रणाली लगाने पर समूचा पिंड गतिशील नहीं होता। उसके विभिन्न कणों का एक दूसरे के सापेक्ष स्थानान्तरण हो सकता है। इस विरूपण को विक्रिया कहते हैं। पिंड की इकाई विमा पर होने वाला परिवर्त्तन, इस विक्रिया की माप है। बल-प्रणाली के आरोपण से पिंड में एक विरोधी बल उत्पन्न होता है, जो पिंड को पूर्व-स्थिति में लाने की चेष्टा करता है। पिंड के इकाई क्षेत्रफल पर उत्पन्न इस आंतरिक बल को, चाप कहते हैं।

हुक का नियम (Hooke's Law):—लोच-सीमा के भीतर, तनाव (Tension), विस्तार (Extension) के समानुपाती होता है, अर्थात् चाप, विक्रिया के समानुपाती होता है। व्यंजकों के रूप में चाप/विक्रिया=स्थिरांक। इस स्थिरांक को लोच-गुणक कहते हैं। इसकी इकाई *C. G. S.* प्रणाली में डाइन प्रति वर्ग सें० मी० है।

लोच गुणक तीन प्रकार का होता है :—

(i) यंग मापांक (Young's Modulus), (ii) प्रपुंज मापांक (Bulk Modulus) और (iii) दृढ़ता मापांक (Modulus of Rigidity)।

यंग मापांक (Young's Modulus)—यह दैर्घ्य चाप और विक्रिया का अनुपात है।

मान लो l सें० मी० लम्बे तार का एक सिरा स्थिर रख कर दूसरे सिरे पर F बल लगाया जाता है। यदि इसके कारण लंबाई में विस्तार x हो, तो दैर्घ्य विक्रिया $= x/l$. यदि तार का परिच्छेद A हो, तो चाप $= F/A$.

चित्र 101

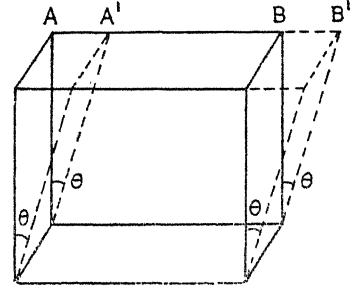
$\therefore$ यंग मापांक $Y = F/A \div x/l = Fl/Ax$.जब विक्रिया एक हो तो $Y =$ चाप $=$ इकाई क्षेत्रफल पर लगा हुआ बल। अस्तु, यंग मापांक वह बल है, जो इकाई परिच्छेद के तार की लम्बाई दूना करने में समर्थ है (बशर्ते, कि ऐसा करने पर तार लोच-सीमा के बाहर नहीं जाता)।

प्रपुंज मापांक (Bulk Modulus):—यह आयतन संबंधी चाप और विक्रिया का अनुपात है। यदि किसी पिंड पर P दबाव डालने से आयतन V से बढ़ कर v हो जाये, तो चाप $= p$ एवं विक्रिया $= v/V$.

$\therefore$ प्रपुंज मापांक $= p \div v/V = pV/v$

दृढ़ता मापांक (Modulus of Rigidity):—यदि गत्ते के कई आयताकार टुकड़े एक दूसरे को पूर्णतः ढकते हुए बिछा दिए जाएं, और ऊपर से इस प्रकार खिसका दिए जाएं कि सबसे अधिक स्थानान्तरण ऊपरी तल पर हो, तो विभिन्न तलों के एक दूसरे के सापेक्ष स्थानान्तरण के कारण एक समांगी विरूपण विक्रिया उत्पन्न हो जायेगी।

चित्र 102

मान लीजिए विरूपण के कारण एक घन $ABCD$, $A'B'CD$, की स्थिति (बिना आयतन में परिवर्त्तन के) आ गया है। यदि A अनुच्छेद के फलक पर F स्पर्शी बल लगाया जाय, तो स्पर्शी चाप $= F/A = T$

यदि कोई उदग्र भुजा θ कोण हट जाये, तो दृढ़ता मापांक,

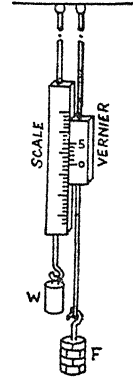
$n = T \div \theta = T \div (x/l)$ यहां x, l cms दूरस्थ लम्बे दो समान्तर तलों के बीच स्पर्शी चाप लगाने के कारण उत्पन्न सापेक्ष स्थानान्तरण है।

किसी तार पर बल लगाने से तार लम्बा हो जाता है, और साथ ही उसके व्यास में कमी आ जाती है। लम्बात्मक दिशा में प्रसंकोच एवं दैर्घ्य विस्तार के अनुपात को प्वायसां (Poisson's Ratio) का अनुपात कहते हैं।

अस्तु प्वायसां का अनुपात :

$$= \frac{\text{पार्श्व (लम्बात्मक) विक्रिया}}{\text{दैर्घ्य विक्रिया}}$$

दैर्घ्य विक्रिया : प्रयोगशाला में यंगमापांक का निर्धारण :—तार पर बल लगाने से उसका प्रसार बहुत कम होता है। इसको शुद्धता से निकालने के लिए वर्नियर अथवा गोलमापक (Spherometer) का उपयोग किया जाता है।

जिस धातु का यंग मापांक निकालना हो, उसके एक ही आकार के दो तार लेकर एक ही दृढ़ आधार से एक दूसरे के निकट लटका देते हैं। पीतल के दो चौरस छड़ों के बीच ये तार डाले जाते हैं। ये दोनों छड़, एक दूसरे से सटा कर इस प्रकार कस दिए जाते हैं कि दोनों लम्बाइयां लगभग बराबर हों। एक तार के निचले सिरे पर एक पैमाना लगा होता है, और दूसरे तार से एक वर्नियर जुड़ा रहता है, जो इस पैमाने को छूता हुआ खिसक सकता है। वर्नियर के नीचे वाले भाग पर एक पलड़ा लटका कर उस पर भार रखे जाते हैं। पहले दोनों तारों पर कुछ साधारण बांट रख कर उनके फंदे दूर कर देते हैं। फिर पलड़े पर लगभग $\frac{1}{2}$ किलोग्राम के बांट क्रमवत् रख कर वर्नियर का पाठ लेते जाते हैं, फिर उसी क्रम से बांट उतारते समय वर्नियर के पाठ लेते जाते हैं। सामान्यत: 8–10 किलोग्राम से अधिक बांट रखने से तार लोचसीमा पार कर जाता है।

चित्र 103

चाप निकालने के लिए तार का व्यास कई स्थलों पर दो लम्बात्मक दिशाओं में शुद्धता से ज्ञात किया जाता है। प्रसार संबंधी अवलोकनों को निम्न विधि से अंकित किया जाता है।

क्रम संख्या	भार	पाठ		मध्यमान पाठ	1·5 किलोग्राम के लिए लंबाई का प्रसार
1.	·5 किलोग्राम	A_1 सें०मी०	A_2 सें०मी०	A सें० मी०	4 से 1 को घटाने पर $=(D-A)$ सें०मी०
2.	1 ,,	B_1 ,,	B_2 ,,	B ,,	5 से 2 ,, $=(E-B)$,,
3.	1.5 ,,	C_1 ,,	C_2 ,,	C ,,	6 से 3 ,, $=(F-C)$,,
4.	2 ,,	D_1 ,,	D_2 ,,	D ,,	
5.	2.5 ,,	E_1 ,,	E_2 ,,	E ,,	
6.	3 ,,	F_1 ,,	F_2 ,,	F ,,	

1.5 किलोग्राम पर मध्यमान प्रसार $= \frac{(D-A)+(E-B)+(F-C)}{3}$ सें०मी०

दी हुई सारिणी में यदि हम ·5 किलोग्राम के लिए मध्यमान प्रसार निकालते तो हमको

मध्यमान प्रसार, $\frac{(B-A)+(C-B)+(D-C)+(E-D)+(F-E)}{5}=\frac{F-A}{5}$

सें० मी० मिलता।

इस प्रकार यह मध्यमान केवल प्रथम और अंतिम पाठों द्वारा ही निर्धारित होता है; बीच के पाठ कट जाते हैं। शुद्धता का स्तर बढ़ाने के लिए अधिकतम पाठों का उपयोग करना चाहिए। यदि पाठों की संख्या सम हो, तो अन्तर लेने के लिए पहले पाठ का जोड़ा उस क्रम संख्या से बनाना चाहिए, जो पाठ संख्या के आधे में एक जोड़ने से प्राप्त हो। यदि पाठों की संख्या विषम हो, तो पाठ संख्या में एक जोड़ कर आधा करने पर जो संख्या मिले, उसमें एक जोड़ कर जो क्रम संख्या प्राप्त हो, उसका अन्तर प्रथम पाठ से लेना चाहिए।

हम जानते हैं कि $Y=\frac{mg/\pi r^2}{l/L}=\frac{mgL}{\pi r^2 l}$ (यहां L, तार की प्रारंभिक लंबाई, और l उसमें वृद्धि है।)

$$=\frac{1\cdot5\times1000\times980\times\text{प्रारंभिक लम्बाई}}{\pi r^2\times\text{मध्यमान प्रसार}}$$

हम जानते हैं कि एक निश्चित लंबाई से कम होने पर तार में तनाव शून्य होता है। लोटे में रस्सी बांध कर कुएं में लटकाने में, कुछ गहराई तक जाने पर, रस्सी खुलते-खुलते हाथ में झटका लगने लगता है। एक निश्चित् मात्रा से अधिक लंबाई खुलने पर लंबाई की वृद्धि, (लोच सीमा के भीतर) तनाव के समानुपाती होती है। यह निश्चित् लंबाई, प्राकृतिक लंबाई (natural length) कहलाती है। यह वह लंबाई है, जब तार की लम्बाई बढ़ कर ठीक इतनी हो जाती है कि वह हुक नियम पालन करने लगे। वास्तव में वृद्धि इसी प्रामाणिक लंबाई से लेना चाहिए। पर ऐसी अवस्था में तार पर फंदे होने के कारण, हम वृद्धि की माप, संतुलन लम्बाई (equilibrium length) के सापेक्ष लेते हैं। यह बढ़ी हुई लम्बाई, प्राकृतिक लंबाई से व्यवहार में अधिक भिन्न नहीं होती।

यदि m_1 एवं m_2 क्रमशः किन्हीं दो स्थितियों में तार पर लगी संपूर्ण संहतियां (प्रारंभिक बांटों सहित) व्यक्त करें, तथा l_1 एवं l_2 तार की तत्संगत लंबाइयां हों, और l_0 प्राकृतिक लंबाई हो, तो

$$Y=\frac{m_1 g/\pi r^2}{(l_1-l_0)/l_0}=\frac{m_2 g/\pi r^2}{(l_2-l_0)/l_0}=\frac{(m_2-m_1)g/\pi r^2}{\{(l_2-l_0)-(l_1-l_0)\}/l_0}$$

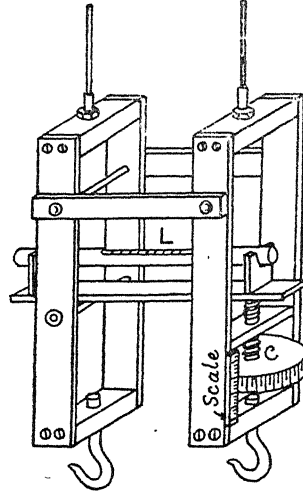
$$=\frac{(m_2-m_1)g/\pi r^2}{(l_2-l_1)/l_0}=\frac{(m_2-m_1)g/\pi r^2}{(l_2-l_1)/l_1}\text{ लगभग।}$$

$$=\frac{mg/\pi r^2}{(l_2-l_1)/l_1};$$ यहां $m=(m_2-m_1)$ वह अतिरिक्त संहति है, जिसके भार से लंबाई में वृद्धि l_2-l_1 हो गई।

सर्ल-विधिः—वर्नियर-उपकरण में हम तार की वृद्धि $\frac{1}{10}$ मि० मीटर तक शुद्धता से नाप सकते हैं। सर्ल ने माइक्रोमीटर पेंच के आयोजन द्वारा $\frac{1}{100}$ मिलीमीटर तक लंबाई की वृद्धि के निर्धारण को संभव बनाया।

इस यंत्र में एक ही धातु के दो तार पूर्ववत् रहते हैं, पर इनके निचले सिरों पर स्केल की बजाय, पीतल के आयताकार चौखटे लटकते हैं। एक प्रासव-तल (spirit level) द्वारा दोनों चौखटे जुड़े रहते हैं।

चित्र 104

प्रासव-तल (spirit level) एक ओर के आयत पर कब्जे द्वारा जड़ी रहती है, और दूसरे आयत में एक माइक्रोमीटर पेंच की नोक पर ठहरी रहती है। पेंच में एक अंकित चकरी रहती है और लम्बवत् एक पैमाना रहता है (यह व्यवस्था गोलायमान जैसी है)। पहले तार के बल खोलन के लिए एक-एक किलो-ग्राम के बांट, दोनों आयतों के नीचे लटकाते हैं। फिर पेंच घुमा कर प्रासव-तल (spirit level) में बुलबुले को ठीक बीच में ले आते हैं। तब चकरी की स्थिति नोट करते हैं। फिर जिधर गोलायमान है, उस ओर बांट क्रमवत् बढ़ाते जाते हैं, और हर बार बुलबुले को ठीक बीच में लाकर चकरी की स्थिति पढ़ लेते हैं। फिर अवलोकनों को पूर्ववत् तालिका बद्ध करके कलन करते हैं।

नोटः—इन उपकरणों में तार एक ही आधार से लटकते हैं। इसलिए आधार के स्खलन से दोनों तार बराबर प्रभावित होंगे। दोनों तार एक ही धातु के एक ही आकार के हैं। इसीलए ताप का प्रभाव भी दोनों पर एक ही होगा।

गैस के प्रपुंजमापांक—गैस पर दबाव डालने से आयतन में कमी होगी। यहां दो विभिन्न परिस्थितियां हो सकती हैं—(i) समतापीय (isothermal) स्थिति—जब गैस का ताप (temperature) स्थिर रहे। इसमें ब्वॉयल का नियम $PV=$ स्थिरांक लागू होता है। (ii) स्थिरोष्म (Adiabatic) स्थिति—जब गैस में उष्मा न बाहर से अंदर आ सके और न अन्दर से बाहर जा सके। इस स्थिति में स्थिरोष्म नियम, $PV^{\gamma}=$स्थिरांक लागू होता है। यहां

$$\gamma = \frac{\text{स्थिर दबाव पर गैस की विशिष्ट उष्मा}}{\text{स्थिर आयतन पर गैस की विशिष्ट उष्मा}}$$

इसका महत्व 'उष्मा' के अध्ययन पर स्पष्ट होगा। इन दोनों परिस्थितियों में आयतन की

कमियां भिन्न-भिन्न होंगी। इसलिए गैस के लिए प्रपुंज मापांक भी दोनों स्थितियों में भिन्न होंगे।

यदि गैस का सामान्य (प्रारंभिक) दबाव P और आयतन V है, और यदि दबाव में वृद्धि p से आयतन में कमी v हो, तो प्रपुंज मापांक $= \frac{p}{v/V} = \frac{pV}{v}$

(1) गैस का समतापीय (isothermal) प्रपुज मापांक E_θ

ब्वायल नियम के अनुसार, $PV = (P+p)\ (V-v)$

$$= PV - Pv + pV - pv.$$

यदि p एवं v छोटी राशियां मान ली जायें, तो उनका गुणनफल त्याज्य होगा।

$\therefore\ \ 0 = -Pv + pV$ या $Pv = pV$

$\therefore\ E_\theta = pV/v = P$. अस्तु, समतापीय स्थिति में गैस का प्रपुंज मापांक, सामान्य दबाव के बराबर होता है।

(2) गैस का स्थिरोष्म (Adiabatic) प्रपुंज मापांक, E_θ :—

अतापीय नियम के अनुसार, $Pv^r = (P+p)\,(V-v)^\gamma$

$= (P+p)v^\gamma (1-v/V)^\gamma = (P+p).\ V^\gamma\ \{1-{}^\gamma v/V + O\,(v/V)^2\}.$

$O\,(v/V)^2$ से अभिप्राय उन पदों से है, जिनमें (v/V) की दो अथवा दो से अधिक घातें हैं। ये पद त्याज्य हैं।

$$\therefore\ PV^\gamma = (P+p)\,V^\gamma\ (1-{}^\gamma v/V)$$

$$\text{या}\ \ P = (P+p)\ \ (1-{}^\gamma v/V)$$

$$= P + p - {}^\gamma Pv/V - \gamma\, pv/V.$$

यहां अंतिम पद त्याज्य है।

$$\therefore\ o = p - \gamma\frac{Pv}{V}\ \text{अर्थात्}\quad p = \gamma\frac{Pv}{V}$$

$$\therefore\ E_\theta = \frac{pV}{v} = \gamma P.$$

अस्तु, अतापीय स्थिति में गैस का प्रपुंज मापांक = सामान्य दबाव $\times$ गैस के स्थिर दबाव और आयतन पर विशिष्ट उष्माओं का अनुपात।

$$\therefore \frac{E_\theta}{E_\theta} = \frac{\gamma P}{P} = \gamma\ (\text{स्थिरांक})\ ।$$

तल तनाव (Surface Tension):—किसी द्रवपुंज के तल के नीचे किसी व्यूहाणु (molecule) पर, निकटवर्ती व्यूहाणुओं का आकर्षण एक समान होने के कारण वह व्यूहाणु संतुलित रहता है। पर तल के निकटवर्ती व्यूहाणुओं पर द्रव के भीतर की ओर आकर्षण अधिक होता है, और ऊपर का खिचाव इसे संतुलित नहीं कर सकता। यदि

हम किसी नली के छोर पर फूंक कर साबुन का एक बुलबुला बनायें, तो उसके धरातल को फैलाने के लिए भीतर से फूंक मारनी होती है, नली को मुंह से निकालने पर बुलबुला अपने अंदर की हवा नली के बाहर निकाल देता है, और सिकुड़ जाता है। इस प्रयोग में बुलबुले की पतली परत का आयतन नहीं बदलता, पर उसके धरातल का क्षेत्रफल घटता बढ़ता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि द्रव का धरातल इस प्रकार का खिंचाव उत्पन्न करता है, जैसे उस पर रबड़ की झिल्ली चढ़ी हो। इस बल को तल-तनाव (Surface Tension) कहते हैं।

द्रव के तल पर खिंचाव को दर्शाने वाले कुछ प्रयोगों का विवरण दिया जाता है।

प्रयोग 1—सूखी सुई को जल के स्थिर तल पर धीरे से रखने पर हम देखते हैं कि वह जल के धरातल में गड्ढा सा बना कर तैरने लगती है। इसी प्रकार छोटे-छोटे कीड़े भी पानी पर चलते हैं, डूबते नहीं।

प्रयोग 2—मुलायम ऊंट के बालों के ब्रुश को जल में डालने पर हम देखते हैं कि रेशे बिखर जाते हैं। बाहर निकालने पर हम देखते हैं कि ब्रुश के बाल एक दूसरे से चिपक जाते हैं।

प्रयोग 3—शीशे की पतली नली को सीधा खड़ा करने पर उसमें से धीरे-धीरे जल, बूंदों की आकृति बना कर गिरने लगता है। गिरने के ठीक पहले पानी की बूंद में एक पतली गर्दन बन जाती है।

प्रयोग 4—पतले तारों की एक बारीक छेदवाली छलनी के नीचे कागज लगा कर छलनी में जल डालते हैं। कागज हटा लेने पर पानी गिरता नहीं, क्योंकि छेदों से निकलने के लिए पानी के तल को अपना क्षेत्रफल बढ़ाना होगा। धरातल के खिंचाव के कारण यह बढ़ाव शीघ्र नहीं हो पाता।

प्रयोग 5—तार के एक छल्ले को साबुन के घोल में डुबा दो। फिर उसे धीरे से उठाओ। तार के अन्दर एक पतली फिल्म बन जाती है। इस पर सूत के डोरे का एक फंदा रख दो। इसके भीतर किसी नुकीली वस्तु से कुरेदो, जिससे फिल्म टूट जाय। इस स्थिति में डोरा पूर्ण वृत्त बनाता है।

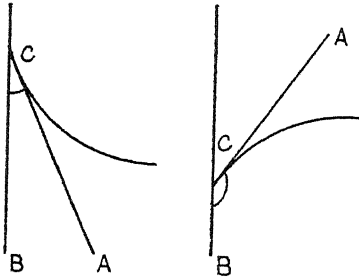
प्रयोग 6—थोड़े कड़वे तेल को जल के तल पर डालने से वह सारे तल पर फैल जाता है। जल के तल के अधिक खिंचाव के कारण तेल प्रत्येक दिशा में खिंच जाता है।

इन सब प्रयोगों से यह प्रकट होता है कि द्रव का धरातल एक खिंची हुई रबड़ की झिल्ली की तरह कार्य करता है। रबड़ की झिल्ली का खिंचाव क्षेत्रफल बढ़ाने से बढ़ जाता है, पर धरातल का खिंचाव वही रहता है।

कल्पना कीजिए कि धरातल पर 1 सें० मी० लम्बी रेखा खींची गई है। तल का खिंचाव इस रेखा के दोनों ओर के द्रव को पृथक् करने की चेष्टा करता है। प्रति सेंटी-मीटर रेखा पर जो बल लगता है, उसे तल तनाव (Surface Tension) कहते हैं।

यह बल द्रव-तल की एक पतली परत में लगता है। फिल्म में दोनों ओर धरातल होता है, अतः दोनों ओर खिचाव का बल कार्य करता है।

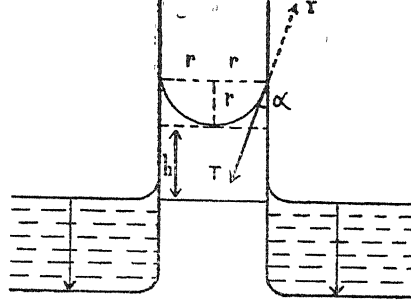
संलाग और अभिलाग (Cohesion and Adhesion) :—किसी द्रव के व्यूहाणुओं के पारस्परिक आकर्षण को संलाग (cohesion) कहते हैं। बर्तन की दीवारें भी द्रव कणों को अपनी ओर आकृष्ट करती हैं। इस आकर्षण को अभिलाग (adhesion) कहते हैं। जब संलाग, अभिलाग से कम होता है, तो द्रव बर्तन की दीवारों को भिगो देता है, (जैसे शीशे के बर्तन में जल)। इसके विपरीत स्थिति में द्रव, बर्तन को नहीं भिगोता। (जैसे शीशे के बर्तन में पारा)। शीशे के तल पर पारा गोल बूंदों की आकृति धारण कर लेता है, पर जल या तेल फैल जाता है।

संस्पर्श कोण (Angle of Contact):—जब किसी प्लेट को उदग्र स्थिति में किसी द्रव में डाला जाता है, तो भिगोने वाला द्रव प्लेट के सहारे थोड़ा उठ जाता है। इस प्रकार के द्रव, जल, तूतिया, ईथर, अल्कोहल, आदि हैं। जो द्रव बर्तन को गीला नहीं करता (जैसे पारा), वह थोड़ा दब जाता है।

चित्र 105

द्रव के ठोस से मिलने वाली रेखा पर कोई विन्दु C लीजिए। C पर द्रव-तल की स्पर्शी AC, ठोस तल BC से कोण ACB बनाती है। यह कोण संस्पर्श कोण कहा जाता है। यदि द्रव ठोस को गीला करता है, तो यह न्यून कोण होता है, यदि गीला नहीं करता, तो यह अधिक कोण होता है। वायु में जल का शीशे से संस्पर्श-कोण शून्य माना जाता है (क्योंकि वह बहुत कम होता है)।

केशिका-नली:—गीला करने वाले द्रव में पतली शीशे की नली को डुबाने पर हम देखते हैं कि नली के अंदर, द्रव की ऊचाई, बाहर की अपेक्षा अधिक होती है, पर गीला न करने वाले द्रवों का प्रयोग करने पर, बाहर के द्रव की ऊंचाई अधिक होती है। पहले प्रकार के द्रव ऊपर की ओर अवतल और दूसरे प्रकार के द्रव, उतल होते हैं। नली में द्रव का चढ़ाव, व्यास के उत्क्रमानुपाती होता है, (जूरिन का नियम), मिश्री की डली को पानी से छुलाने से जल ऊपर चढ़ता जाता है, और डली भीग जाती है। लैम्प की बत्ती में भी तेल, केश-नली के सिद्धान्त के अनुसार चढ़ता है। सोख्ता कागज द्वारा स्याही का सोखा जाना और स्पंज में जल का रुकना भी इसी के द्योतक हैं।

तल-तनाव (Surface Tension) **निकालने की विधियाँ** :—किसी केशिका नली में तल तनाव (Surface Tension) के कारण जल चढ़ने से, द्रव के तल पर प्रत्येक विन्दु पर एक बल तल के स्पर्शी (tangent) की दिशा में

कार्य करता है। इससे एक विपरीत दिशा में प्रतिक्रिया उत्पन्न होती है, जो जल को साधती है। चित्रानुसार बाहरी द्रव के तल से अंदर के द्रव के अर्द्धेन्दु के सबसे निचले विन्दु तक की ऊंचाई h है, और नली का अर्द्धव्यास r है। यदि संस्पर्श कोण α हो, तो प्रतिक्रिया का ऊपर की ओर उदग्र अवयव $= T \cos \alpha$. नली को द्रव, परिच्छेद की परिधि के प्रत्येक विन्दु पर छूता है। इसलिए ऊपर की ओर प्रतिक्रिया का संपूर्ण बल $= T \cos \alpha \times 2\pi r$ अर्द्धेन्दु के सबसे निचले विन्दु के नीचे, नली में चढ़े हुए जल का भार $= \pi r^2 h . \rho g$ (यहां ρ, द्रव का घनत्व है)। इस विन्दु के ऊपर जल का भार $= [\pi r^2 . r - \frac{2}{3}\pi r^3]\, \rho g = \frac{1}{3}\pi r^3 \rho g.$

चित्र 106

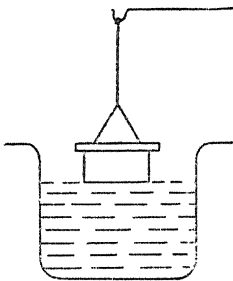
अस्तु चढ़े हुए जल का संपूर्ण भार $= \pi r^2 h \rho g + \frac{1}{3}\pi^3 r \rho g = \pi r^2 (h + r/3)\, \rho g.$

संतुलन की स्थिति में, $T \cos \alpha \times 2\pi r = \pi r^2 (h + r/3) \rho g$

$$\therefore \quad T = \frac{r}{2}\left(h + \frac{r}{3}\right)\rho g \ \text{Sec}\alpha$$

यदि जल, अल्कोहल, क्लोरोफार्म आदि का प्रयोग करें, तो $\alpha = 0$

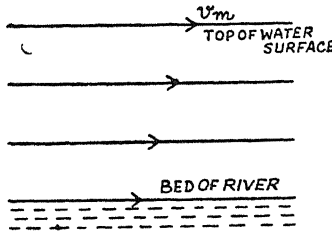
अब यदि $r/3$ को h के सापेक्ष, त्याज्य मान लें, तो $T = \dfrac{hr\rho g}{2}$

(२) **सीधे तुला द्वारा** :—एक पतली कांच की प्लेट के एक सिरे को लकड़ी की एक तीली में चिपका कर उसे भौतिक तुला की डंडी के एक ओर इस प्रकार से लटका देते हैं कि प्लेट का आधार क्षैतिज हो। इसके नीचे पानी से भरा एक बर्तन रख देते हैं। बर्तन को इतना उठाते हैं कि उसका जल, प्लेट के आधार से संस्पर्श करने लगे। जल तल के खिचाव के कारण डंडी, प्लेट की ओर झुक जाती है। दूसरी ओर पलड़े पर बांट चढ़ाते हैं, और साथ ही बर्तन को उठाते जाते हैं जिससे प्लेट का आधार जल के तल को छूता भर रहे। बांट इतने रखे जाते हैं कि डंडी फिर क्षैतिज हो जाय।

चित्र 107

यदि प्लेट की लंबाई a सें० मी० तथा मोटाई b सें० मी० हो, और डंडी को पुनः क्षैतिज करने के लिए, अतिरिक्त बांटों की संहति m हो, तो

$2(a+b)T=mg$ (प्लेट के धरातल के ऊपरी और निचले दोनों तलों पर बलों के प्रभाव से)।

अत: T का मान निकाला जा सकता है :

सान्द्रता (Viscosity):—किसी बाल्टी में पानी भर कर हाथ इधर-उधर घुमाने पर हम देखते हैं कि हाथ को स्पर्श करने वाली जल की तह की चाल तो वही है, जो हाथ की है, पर बर्तन की दीवारों की ओर यह घटती जाती है, यहां तक कि बर्तन को छूनेवाली तह भी गति शून्य है। पारस्परिक सापेक्ष वेग के कारण ये तहें एक दूसरे पर फिसल कर एक प्रकार के आंतरिक घर्षण को उत्पन्न करती हैं।

चित्र 108

यदि किसी तल का प्रत्येक गतिशील कण उसी दिशा में चल रहा हो जिसमें समूचा तरल जा रहा हो, तो ऐसी गति को धारा रैखिक (steam-line motion) कहते हैं। इस प्रकार की गति, स्थिर धीमे प्रवाह से बहने वाले नदी के जल की होती है। जल के तल पर वेग सबसे अधिक होता है। यह घटते-घटते नदी की पेंदी (bed) पर शून्य हो जाता है। पतली नली में बहने वाले जल की भी गति-धारा रैखिक (steam lined) है, क्योंकि इसमें अक्ष पर बहने वाले जल का वेग सबसे अधिक और अक्ष से दूरी बढ़ने पर प्रत्येक दिशा में बराबर कमी होते-होते, नली की दीवाल पर वेग शून्य हो जाता है। इस प्रकार की गति में जल का प्रवाह सान्द्रता द्वारा मुख्यतः निर्धारित होता है।

यदि तरल के कणों की गति अनियमित (disorderly) हो, तो इस प्रकार की गति को हुरदंगी (turbulent) कहते हैं। ऐसी स्थिति में प्रवाह मुख्यतः घनत्व द्वारा निर्धारित होता है और सान्द्रता का प्रभाव कम होता है। सान्द्रता और गतिज घर्षण बहुत बातों में मिलते-जुलते हैं। पर गतिज घर्षण, संस्पर्शी पिंडों की सापेक्ष गति पर निर्भर नहीं होता; गाढ़त्व अवश्य इस पर निर्भर होता है। एक निश्चित् वेग (क्रांतिक वेग) तक गाढ़त्व का बल, सापेक्ष गति पर निर्भर होता है। यह मत प्रो० रीनोल्ड्ज् का है।

मैक्सवेल के अनुसार, अल्प मात्रा में स्वल्प काल तक द्रव भी विरूपण विक्रिया उत्पन्न और सहन कर सकता है। उसके पश्चात् विरूपण नष्ट हो जाता है, और फिर प्रकट होता है। इस प्रकार गाढ़त्व को, लोचदार ठोस की सीमान्त स्थिति (limiting case) माना जा सकता है। इस समय, विरूपण के कारण ठोस के कण बिखर जाते हैं। इस कारण, गाढ़त्व को 'भगोड़ लोच' (fugitive elasticity) माना जा सकता है।

सान्द्रता के विषय में कुछ बातें मानी जा सकती हैं। वे ये हैं :—

(1) सान्द्रता, केवल तहों के सापेक्ष वेग पर निर्भर होती है।

(2) ठोस और तरल के संसर्ग से, ठोस के तल और तरल के बीच कोई फिसलाव नहीं होता।

(3) यदि दो समान्तर तहों के बीच की दूरी x अधिक न हो, तो सापेक्ष वेग v इस दूरी के समानुपाती होता है, (अर्थात् v/x स्थिर रहता है)

(4) सान्द्रता के कारण इकाई क्षेत्रफल पर क्रियात्मक बल $F, \frac{v}{x}$ के समानुपाती होता है। (यह बल दोनों तहों पर विपरीत दिशाओं में होगा—न्यूटन के तृतीय नियम के अनुसार) यदि प्रत्येक तह का क्षेत्रफल A हो, तो,

$$F/A \propto \frac{v}{x} \text{ या } \frac{F}{A} = \mu \left(\frac{v}{x}\right)$$

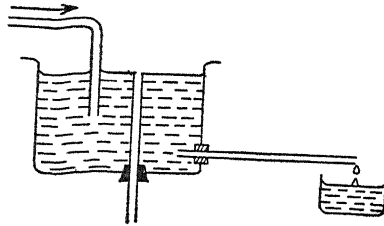
$$\therefore \mu = \frac{F.x}{Av.}.$$

μ एक स्थिरांक है, जो दिए हुए ताप पर, तरल की विशिष्टताओं पर निर्भर होता है। इसे सान्द्र गुणक कहते हैं।

सूत्र द्वारा हम सान्द्रता गुणक की निम्न परिभाषा दे सकते हैं :

सान्द्रता गुणक, इकाई क्षेत्रफल पर लगने वाला वह स्पर्शी बल है, जिसके कारण इकाई दूरी पर व्यवस्थित तरल की दो तहों के बीच इकाई सापेक्ष वेग उत्पन्न होगा।

सांद्रता गुणक निकालना—प्वासुली की विधि (Poisseulle's method) :

एक क्षैतिज केशिका नली, एक चौड़े बेलनाकार बर्तन में आधार के निकट लगी रहती है। एक बाहरी नली द्वारा बर्तन में जल गिरता रहता है। इस बर्तन में आधार के बीचोबीच से एक नली निकाली जाती है, जिसके दोनों सिरे खुले रहते हैं। द्रव को सदैव इस नली के ऊपरी सिरे के तल पर रखा जाता है। अतः केशिका नली के दोनों सिरों का दबावान्तर p स्थिर रहता है। यदि बर्तन में से जानेवाली उदग्र नली का ऊपरी सिरा, केशिका-नली से h ऊंचाई पर हो, और ρ, द्रव का घनत्व हो, तो $p = \rho g h$.

चित्र 109

एक लंबी नली में से प्रवाहित होने वाले द्रव के सान्द्रता के लिए प्वासुली ने निम्न सूत्र निकाला था :—

$$v = \frac{\pi p a^4}{8\mu l} \quad \text{अर्थात्} \quad \mu = \frac{\pi p a^4}{8lv}$$

जिसमें v =एक सेकंड में प्रवाहित होनेवाले द्रव का आयतन

p=नली के सिरों के बीच दबावान्तर

a=नली के परिच्छेद का अर्द्धव्यास

l=नली की लम्बाई।

कुछ नियत समय में केशिका नली से प्रवाहित जल को तोल कर, एक सेकंड में प्रवाहित द्रव का आयतन निकाला जा सकता है।

$\therefore \quad \mu = \frac{\pi g \rho h . a^4}{8 l v}$ ·समीकरण में ρ, ताप पर आधारित है। इसलिए सान्द्रता गुणक भी ताप पर आधारित है।

हल किये हुए प्रश्न

1. 4 सें० मी० व्यास का एक तार 25 किलोग्राम वेट से प्रभारित है। इस स्थिति में 100 सें० मी० लंबा तार बढ़ कर 102 सें० मी० हो जाता है। तार का यंग मापांक निकालिए। (यू० पी० बोर्ड, 1954)

$$\gamma = \frac{mg\pi r^2}{l/L} = \frac{25 \times 1000 \times 981/3 \cdot 14 \times (\cdot 2)^2}{2/100} = 9 \cdot 75 \times 10^9$$ डाइन प्रति वर्ग सें० मी०।

2. आयतन में परिवर्तन बताओ जबकि 1·0 घन सें० मी० पानी ऊपरी तल से 300 मीटर गहरी झील की तलेटी में ले जाया जाता है। आयतन लोच गुणांक =22000 वायुमंडल।

आयतन प्रतिबल=300×100 सें० मी० जल का दबाव

$= \frac{300 \times 100}{13 \cdot 6 \times 76}$ वायुमंडल ($\because$ 1 वायुमंडल=13·6×76 सें० मी० जल का दाब), आयतन विक्रिया $=x/1$ (यदि x=आयतन में परिवर्तन)।

$$\therefore \quad 22000 = \frac{\dfrac{300 \times 100}{13.6 \times 76}}{x/1}$$

$$\therefore \quad x = \frac{300 \times 100}{13 \cdot 6 \times 76} \times \frac{1}{22{,}000} = \cdot 00132$$ घन सें०मी०।

3. आदर्श गैस के एक लिटर को जिसकी दाब पारे की 72 सें० मी० के बराबर हैं, समतापीय रीति से इतना संकुचित करते हैं कि उसका आयतन 900 सें० मी० हो जाता है। वायु के लिए प्रतिबल, विकृति और समतापीय लोच की गणना करो (g=980 सें० मी० प्रति सेकंड^2। पारे का आ० घ० 13·5) (यू० पी० बोर्ड, '56)

मान लो P सें० मी० नवीन दाब है।

$\therefore \quad P \times 900 = 72 \times 1000$

$\therefore P = \dfrac{72 \times 1000}{900} = 80$

$\therefore$ प्रतिबल $= (80-72)$ सें० मी० $= 8$ सें० मी० पारे का स्तंभ

$= 8 \times 13{\cdot}5 \times 980 = 105840$ डाइन प्रति वर्ग सें० मी०

विक्रिया $= \dfrac{1000-900}{1000} = \dfrac{1}{10}$

$\therefore$ समतापीय लोच गुणांक $= \dfrac{105840}{1/10} = 1.0584 \times 10^6$ डाइन प्रति वर्ग सें०मी० ।

प्रश्नावली

1. हुक का नियम क्या है ? उसकी जांच प्रयोग द्वारा कैसे करोगे ? लोच के यंग मापांक की परिभाषा दीजिए ।
   (**यू० पी० बोर्ड**, '28, '30, '46; **कलकत्ता**, '32, '36, '38; **पटना**, '30)
2. हुक के नियम और 20 पौंड वेट भार का प्रयोग करके तुम किस प्रकार 32 पौंड वाली कमानीदार तुला का पैमाना बनाओगे ? (**कलकत्ता**, '36)
3. लोच से क्या अभिप्राय है । किस प्रकार सिद्ध करोगे कि शीशा, रबड़ से अधिक लोचदार (elastic) है ?
4. $\frac{1}{2}$ इंच व्यास की एक 10 इंच लम्बी फौलाद की छड़ पर बल लगाया जाता है । जब बल 15,000 पौंड पहुंचता है, तो लोच-सीमा आ जाती है और तार में .01 इंच का बढ़ाव होता है । जब बोझ, 30,000 पौंड तक बढ़ा दिया जाता है, तो छड़ टूट जाती है । यंग मापांक, लोच-सीमा और आतनन बल (tensile strength) ज्ञात करो। (आतनन बल, = छड़ के एक वर्ग इंच पर लगा हुआ अभीष्ट बल, जो छड़ को लोच-सीमा तक खींचने में अभीष्ट है ।)
   (**उत्तर**, $Y = 76{\cdot}37 \times 10^6$ पौंड/वर्ग इंच, लोच सीमा $= 76{,}374$ पौंडवेट)
   (आतनन-बल $= 152, 748$ पौंड वेट)
5. जब एक कांच की केश नली, एक बीकर में भरे हुए पानी के तल को स्पर्श करती हुई ऊर्ध्वाधर खड़ी की जाती है, तो उसमें जल क्यों चढ़ जाता है ?
   (**यू० पी० बोर्ड**, '44, '54)
   ऐसे द्रव का पृष्ठ तनाव (surface tension) ज्ञात करो, जो 1/30 मि० मी० ऐसे व्यास की एक नली में 30 सें० मी० चढ़ जाता है (द्रव का घनत्व $= 0{\cdot}8$ ग्राम प्रति घन सें० मी० ।) (**उत्तर**, 19.6 डाइन प्रति सें० मी०)
6. तल तनाव (surface tension) पर नोट लिखो । (इलाहाबाद, '45)
   31·4 इंच लंबे और 0·01 इंच त्रिज्या वाले एक तार से 2 पौंड का भार लटकाने पर वह 0·02 इंच खिंच जाता है । उसी प्रकार के एक दूसरे उतने ही लंबे तार में, जिसका अर्द्धव्यास 0·04 इंच है, कितना खिंचाव होगा ? (उत्तर, ·00125 इंच)

7. लोहे के ·5 मि० मी० व्यास के 5 मीटर लंबे तार से 5 किलोग्राम का भार लटका दिया गया है। तार का खिचाव ज्ञात करो। यदि भार, पानी में डुबो दिया जाय, तो क्या परिवर्तन होगा ? भार भी लोहे का बना है (लोहे का घनत्व = 7·8 ग्राम प्रति घन सें० मी०) (**उत्तर**, 624 सें० मी०, 0·08 से० मी०)
8. बताओ कि तुम समतापीय और स्थिरोष्म लोचों से क्या समझते हो ? सिद्ध करो कि आदर्श गैस के लिए उनकी निष्पत्ति वही होती है, जो दोनों विशिष्ट उष्माओं की होती है। (**यू० पी० बोर्ड**, '44, '48, 49, '52, '55)
9. 2 लिटर हाइड्रोजन, सामान्य दबाव पर तेजी से एक दम दबाई जाती है, जिसके कारण उसका आयतन ·5 लिटर रह जाता है। हाइड्रोजन का दबाव निकालो। (γ= 1·4, लघु 2 = ·3010, लघु 7·6 = ·8808, प्रति लघु ·7236 = 5·291 (**उत्तर**, 529·1 सें० मी०)
10. किसी पदार्थ के टूटनेवाला प्रतिबल (breaking stress) 5×10^6 डाइन प्रति वर्ग सें० मी० है, और उसका घनत्व 2.94 है। उस पदार्थ के तार की अधिकतम लंबाई क्या होगी, जो तार को बिना तोड़, उसे सीध लटकने दे ?

(**उत्तर**, 1734 सें० मी०)

11. सान्द्रता पर एक निबन्ध लिखो।

अध्याय 9

तरल स्थिति-विज्ञान—द्रव-दबाव

(Hydrostatics—Pressure of Liquids)

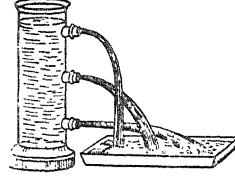
तरल (Fuids) :—तरल पदार्थ, आदर्श रूप से वे पदार्थ हैं, जो थोड़े से स्पर्शीय बल लगाने पर आकृति बदल देते हैं; जिनका प्रत्येक भाग सरलतापूर्वक पृथक् किया जा सकता है, क्योंकि वह स्पर्शीय बल से विमुक्त होता है। सब द्रव और गैस तरल हैं।

पूर्ण द्रव, असंपीड्य तरल (incompressible fluids) होते हैं, जिनकी आकृति सूक्ष्मतल बल से बदली जा सकती है, पर आयतन अत्यधिक बल से भी नहीं बदला जा सकता।

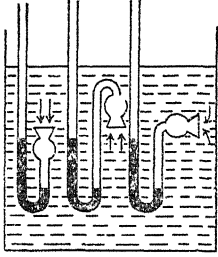
द्रव-स्थिति विज्ञान में हम बाहरी बलों के आरोपण से तरल पदार्थों के संतुलन एवं संधारक बर्तनों की दीवार पर दबाव की प्रकृति का अध्ययन करते हैं।

द्रव में किसी विन्दु पर दबाव :—किसी विन्दु को आवृत्त करने वाले इकाई क्षेत्रफल पर द्रव द्वारा डाला हुआ अभिलंब बल, दबाव कहलाता है। h ऊंचाई के बेलनाकार द्रव-स्तंभ के आधार पर बल की मात्रा उस द्रव का भार है। यदि अनुच्छेद का क्षेत्रफल A, तथा द्रव का घनत्व ρ हो, तो यह बल $Ah\rho g$ है। इकाई क्षेत्रफल पर बल $h\rho g$

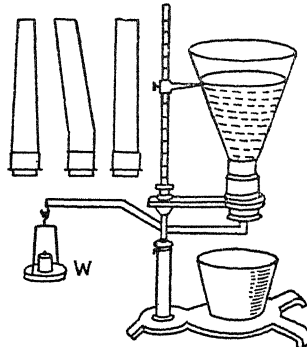
है । यही दबाव है । यह दबाव (i) सब दिशाओं में समान होता है (ii) गहराई के समानुपाती होता है । दबाव किसी क्षैतिज तल के प्रत्येक विन्दु पर समान होता है ।

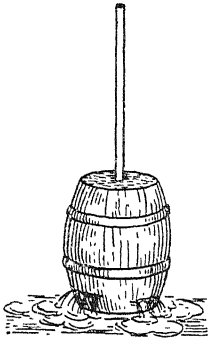
प्रयोग :(1) किसी बेलनाकार टीन के डिब्बे में कई स्थानों पर कुछ छेद कर दो । डिब्बे में पानी भरने पर हम देखेंगे कि एक ही ऊंचाई के छेदों में पानी की धार निकल कर बराबर दूरी पर गिरेगी । कम ऊंचाई के छेदों से धार दूर गिरेगी । जैसे जैसे ऊंचाई बढ़ती जाती है, धार की तेजी भी बढ़ती जाती है ।

चित्र 110

(2) एक थिसिल कुप्पी (Thistle funnel) लेकर उसके मुंह को एक पतली रबड़ की झिल्ली से ढकदो और नीचे के सिरे को रबड़ की नली द्वारा एक शीशे की नली से संबद्ध कर दो । द्रवस्तंभ की गति के अध्ययन के लिए रंगीन द्रव अथवा पारे का एक निर्देशक (index) बना लो । द्रव के अन्दर, कीप के मुंह को एंक ही स्थल पर घुमाने से हम देखेंगे कि निर्देशक स्थिर रहता है । इससे यह प्रकट होता है कि द्रव का दबाव किसी स्थल पर सब दिशाओं में समान होता है ।

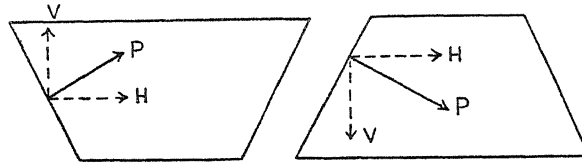
चित्र 111

(3) एक बन्द बर्तन लो, जिसमें चार जल रोधक पिस्टन, बराबर क्षेत्रफल के लगे हों । किसी एक पिस्टन पर कोई निश्चित् भार रख कर दबाओ । प्रत्येक पिस्टन विचलित होगा, और उसे अपनी पूर्व स्थिति में बनाए रखने के लिए उसी शक्ति से दबाना होगा ।

(4) यदि हम भिन्न भिन्न आकृति के शीशे के बर्तन लें, जिनका आधार का क्षेत्रफल समान हो, तो प्रत्येक की तली पर दबाव बराबर होगा । ऐसे बर्तनों को पास्कल के बर्तन (Pascal's Vases) कहते हैं ।

ये एक प्लेटफार्म के खांचे में चूड़ियों द्वारा कसे जा सकते हैं । लीवर की एक भुजा, प्रत्येक बर्तन की तली से इस प्रकार जोड़ी जा सकती है कि उसमें से जल नहीं निकल सकता । लीवर की दूसरी भुजा से एक पलड़ा लटकता है जिस पर बांट रख दिए जाते हैं । एक निर्देशक को किसी ऊर्ध्वाधर स्थाम (stand) पर सरका कर प्रत्येक बर्तन में द्रव की ऊंचाई समान रखी जा सकती है । एक बर्तन को प्लेटफार्म से कसकर, पलड़े में उचित बांट रखे जाते हैं और बर्तन में धीरे-धीरे पानी डालते हैं । पानी एक

चित्र 112

निश्चित् ऊंचाई प्राप्त करने के पश्चात् चूने लगता है। ऊंचाई को निर्देशक द्वारा पढ़ा जा सकता है। प्रत्येक बर्तन में उसी ऊंचाई तक जल भरने पर टपकना प्रारंभ होता है।

चित्र 113

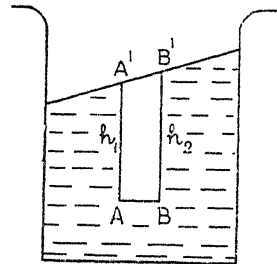
इस प्रयोग से यह पता चलता है कि द्रव का दबाव, द्रव की मात्रा पर नहीं, वरन् गहराई पर निर्भर करता है। यह एक द्रवस्थैतिज विरोधाभास(Hydro-static-paradox) है। पास्कल ने इसकी पुष्टि के लिए एक मजबूत पीपा लिया और उसके ऊपर के पर्त में 30 फीट लम्बी एक पतली नली खड़ी कर दी। पीपे को जल से भरकर नली में धीरे-धीरे जल प्रवेश कराया गया। जल बढ़ने पर पीपा फट गया। नली में पीपे की तली के ऊपर द्रव का स्तंभ बहुत ऊंचा होने के कारण दबाव बढ़ गया, यद्यपि जल का परिमाण बहुत कम था।

इस विरोधाभास को समझने के लिए हम समान आधार के विभिन्न आकृतियों के

चित्र 114

दो बर्तनों पर दृष्टिपात करें। बर्तन के किनारे, अभिलंब की दिशा में द्रव पर दबाव डालते हैं। द्रव दबाव के, क्षैतिज एवं ऊर्ध्वाधर दिशाओं में H एवं V अवयव लिये जा सकते हैं। यदि बर्तन की दीवार का ढाल इस प्रकार का है कि जल उसे नीचे की ओर दबाता है, तो V ऊपर की ओर कार्य करता है, अन्यथा वह नीचे की ओर क्रियात्मक होता है और आधार पर प्रेषित हो जाता है। इस कारण बर्तन की दीवारें चाहे उदग्र हों, अथवा झुकी हुई, आधार पर वही दबाव रहता है।

किसी द्रव का स्वतंत्र तल सदैव क्षैतिज रहता है :—

यदि यह मान लिया जाय कि द्रव का तल संभवतः अक्षैतिज स्थिति में ठहर सकता है, तो हम एक असंभव परिणाम पर पहुंचेंगे।

कल्पना करो कि A' B' द्रव का एक तिरछा स्वतंत्र तल है। A और B, क्रमशः A' तथा

चित्र 115

से गुज़रने वाली ऊर्ध्वाधर रेखाओं पर एक ही क्षैतिज तल पर दो विन्दु हैं। यदि

P वायुमंडलीय दबाव हो, तो A एवं B पर कुल दबाव क्रमशः $P+g\rho h_1$ एवं $P+g\rho h_2$ हैं। यदि $h_2>h_1$ तो B पर दबाव अधिक होगा। जल के कण, B से A की ओर चलेंगे और यह गति तब तक जारी रहेगी, जब तक A और B के दबाव बराबर न हो जायेंगे। अंत में A' और B' एक ही क्षैतिज तल पर आ जायेंगे।

इस तथ्य से यह प्रकट होता है कि यदि द्रव को विभिन्न आकृतियों के, एक दूसरे से जुड़े हुए कई बर्तनों में उड़ेला जाय, तो संतुलन की स्थिति में द्रव सब बर्तनों में, एक ही ऊंचाई पर ठहर जायेगा। कहा जाता है कि 'द्रव सर्वत्र अपना तल ढूंढ़ लेते हैं।'

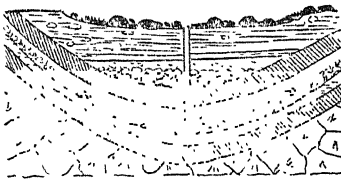
यदि कई द्रव (जो एक दूसरे में न विलय हों) एक ही बर्तन में रखे जायें, तो वे घनत्व के अनुसार एक दूसरे पर छा जायेंगे। सबसे अधिक घनत्व का द्रव सबसे नीचे होगा, और प्रत्येक स्थिति में पार्थक्य-तल (surface of separation) क्षैतिज होगा।

द्रव में किसी गहराई पर ऊपर की ओर और नीचे की दिशा में दबाव बराबर होते हैं।

एक शीशे का बेलन लो जो दोनों ओर खुला हो। एक पट्ठे का मंडलक काट कर उसमें से गांठ देकर एक डोरा निकालो। मंडलक को बेलन के नीचे के सिरे पर दबा कर डोरा ढीला कर दो। नीचे के जल के उछाल के कारण चकती नहीं गिरती। अब यदि बेलन में जल डालते जायें, तो हम देखेंगे कि जब तक उसके अन्दर जल का तल, बाहरी तल से नीचा है, तब तक मंडलक टिका रहेगा, पर ज्यों ही दोनों तल बराबर हो जायेंगे, त्यों ही मंडलक अपने भार के कारण गिर पड़ेगा।

द्रव संतुलन के कुछ उदाहरण :—

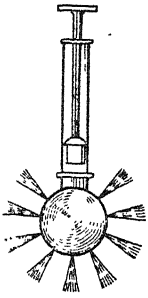
(i) **स्प्रिट-तल-दर्शक** (Spirit Level) :—एक शीशे की कुछ टेढ़ी सी नली में स्प्रिट भर कर हवा का एक बुलबुला रहने देते हैं और दोनों सिरों को बन्द कर देते हैं। बुलबुला सबसे ऊंचे विन्दु पर होता है। नली एक पीतल के आवरण से ढकी रहती है, जिसका उभरा हुआ तल ऊपर की ओर रहता है। किसी क्षैतिज तल पर रखने से हवा का बुलबुला दो चिन्हों के बीचोबीच रहता है। तल क्षैतिज न रहने पर बुलबुला कुछ दूसरी ओर चला जाता है।

चित्र 116

(ii) **पाताल-तोड़ कुएं** (Artesian Wells) यदि दो अभेद्य चट्टानों के बीच (जिनमें जल का प्रवेश नहीं हो सकता), ऐसी चट्टान का विकास हो जिसमें जल भरा हो, और जल पूर्ण चट्टान का कुछ भाग, शेष भाग की अपेक्षा निम्न स्तर पर हो, तो पानी प्रायः स्वयं ही सख्त चट्टान फोड़ कर बाहर आ जाता है, अन्यथा चट्टान को तोड़ने पर, जल धारा फव्वारा बन कर निकलने

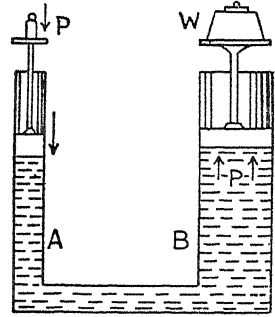
चित्र 117

लगती है। यह जल, 2000′ से 4000′ तक की गहराई से आता है। ऐसे कुएं सहारा की मरुभमि में बहुत पाये जाते हैं।

(iii) **नगर जल-प्रदाय** (Town water-supply):—जितनी ऊंचाई तक जल पहुंचाना होता है, उतनी ऊंचाई पर एक या कई टंकियां बनाते हैं और उनको नलों से संबद्ध करके नगर भर में जल-वितरण किया जाता है। टंकी से अधिक ऊंचाई पर जल नहीं भेजा जा सकता।

द्रव के स्पर्श में प्रत्येक तल पर दबाव, अभिलंब की दिशा में कार्य करता है—द्रव दबाव को हम दो अवयवों में विभक्त कर सकते हैं। एक तो तल के समान्तर कार्य करता है, और एक अभिलंब की दिशा में कार्य करता है। अभिलंब की दिशा का अवयव, तल की प्रतिक्रिया से समतुलित हो जाता है। तल के समान्तर अवयव के कारण द्रव तल के साथ चलने लगेगा। पर यह गति कभी नहीं देखी जाती। इसलिए, संपूर्ण दबाव, लंबवत् ही क्रियात्मक होता है।

चित्र 118

सहवर्ती चित्र के अनुसार, एक बर्तन में पानी भर कर पिस्टन को नीचे दबाने से, प्रत्येक छिद्र में से व्यास की दिशा में जल निकलेगा। प्रत्येक विन्दु पर व्यास, गोले के साथ समकोणिक है। इससे दबाव का अभिलंबाभिमुख होना प्रकट है। इसी प्रकार यदि किसी जल से भरी बेलनाकार नली में छोटा छिद्र कर दिया जाए, तो नली के तल से लंबात्मक दिशा में एक पतली जलधारा निकलती है।

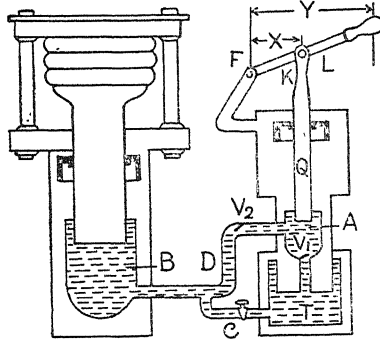
बल के संबर्धन का पैस्कल का सिद्धांत :— मान लीजिये दो बेलनाकार बर्तन, एक नली द्वारा संबद्ध है, और उनमें पिस्टन कार्य करते हैं। एक ओर के पिस्टन पर दबाव डालने पर दूसरी ओर के पिस्टन पर समान दबाव उत्पन्न होगा। दबाव प्रेषित होता है, न कि संपूर्ण बल। यदि एक ओर से पिस्टन पर F बल डाला जा रहा हो तो दूसरी ओर F' बल उत्पन्न होगा। यदि

चित्र 119

तत्संगत पिस्टनों के अनुच्छेद क्रमशः α और β हों तो $\frac{F}{\alpha}=\frac{F'}{\beta}=$ उभयनिष्ट दबाव।

$$\therefore F'=F\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$$

अस्तु, एक बेलन का अनुच्छेद, दूसरे के सापेक्ष जितना अधिक होगा, उसी अनुपात

में कम परिच्छेद वाले पिस्टन पर लगाया गया बल, संवर्धित होकर दूसरे पिस्टन पर पड़ेगा। यही बल के संवर्द्धन का सिद्धान्त है।

ब्रैमा का प्रेस (Bramah's Hydraulic Press):—यह उपरोक्त सिद्धान्त पर आधारित यंत्र है। इसमें A और B क्रमशः तंग और चौड़े मुंह के बेलन होते हैं। ये एक सुदृढ़ धातु की नली D से जुड़े रहते हैं। आधार को अर्ध गोलाकार बनाने से यंत्र अधिक आंतरिक दबावों को सहन कर सकता है। छोटा पिस्टन Q एक दूसरी श्रेणी के लीवर के बीच के किसी बिन्दु से जुड़ा रहता है। बेलन A के आधार में एक कपाट रहता है, जो ऊपर को खुलता है। यह बेलन एक नली द्वारा एक जल की टंकी से जुड़ा रहता है। बड़े पिस्टन के ऊपरी सिरे पर एक चबूतरा (platform) रहता है, जिस पर रुई की गांठ (या अन्य दबाई जानेवाली वस्तु) रखी जाती है। चबूतरे के ऊपरी भाग में एक स्थिर शहतीर (girder) रहती है, जिस पर दबनेवाली वस्तु जाकर टकराती है। वस्तु को दबाने के साथ आंतरिक दबाव बढ़ता जाता है। खतरे से बचने के लिए एक सुरक्षा कपाट का आयोजन किया जाता है, जिससे अधिक दबाव की स्थिति में जल बाहर निकल जाता है।

चित्र 120

नली D का टंकी से सीधे संबंध एक बगल की नली C से होता है। C में एक रोधनी होती है, जिसे खोलने से बेलन B का जल टंकी में वापस लाया जा सकता है। ऐसा होने पर चौड़े मुंह वाला पिस्टन अपने भार से (दबाव के पश्चात्) नीचे उतर आता है। पिस्टनों को जल-रोधक बनाने के लिए, उल्टे प्याले की आकृति के खोलों को (packings) बेलनों के चारों ओर गड्ढों में बैठा दिया जाता है। दबाव अधिक होने पर जल, प्याले में भर जाता है, और जोड़ को कस कर थाम लेता है। तेल में भिगोने से चमड़े में जल नहीं समाता।

छोटे बेलन Q को उठाने पर बेलन A में दबाव कम हो जाता है, और टंकी का जल, कपाट V_1 को ढकेलता हुआ उसमें चढ़ जाता है। पिस्टन के उतरने पर यह कपाट बन्द हो जाता है, और दबाव के कारण A का जल, D में से होकर, B में ठेला जाता है।

मान लीजिये आलंब से Y दूरी पर लीवर का वह सिरा है, जिस पर चेष्टा P_1 लगाई जाती है, जिसके कारण यह सिरा l_2 cms नीचे की ओर खिसकता है। लीवर की क्रिया से एक बड़ा धक्का छोटे पिस्टन पर पड़ता है। इसका लीवर से संधान-विन्दु

X cms दूर है और धक्के से यह l_1 cms नीचे उतरता है। बल-संवर्द्धन सिद्धान्त के अनुसार, बड़े पिस्टन पर ऊपर की ओर एक जोरदार धक्का P_3 लगता है, जिस से वह l_3 सें० मी० उठ जाता है।

लीवर का यांत्रिक लाभ$=\frac{P_2}{P_1}=\frac{Y}{X}$ ($\because P_1 Y = P_2 X$). आलंब पर घूर्ण लेने से, तंग पिस्टन Q पर धक्के की मात्रा, $P_2=P_1 Y/X$

बल-संवर्धन सिद्धान्त के अनुसार,

$$P_3=P_2\times\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)=P_1\times\frac{Y}{X}\times\frac{\beta}{\alpha}$$

(यहां α और β छोटे तथा बड़े पिस्टनों के अनुच्छेद हैं।)

$\therefore$ उपकरण का यांत्रिक लाभ$=\frac{P_3}{P_1}=\frac{Y}{X}\cdot\frac{\beta}{\alpha}$

बेलन A में जल के आयतन की कमी=बेलन B में जल के आयतन की वृद्धि।

$\therefore l_2\times\alpha=l_3\times\beta$

चित्र 121

अर्थात् $\frac{\beta}{\alpha}=\frac{l_2}{l_3}=\frac{P_3}{P_2}$ (पैस्कल नियमानुसार)

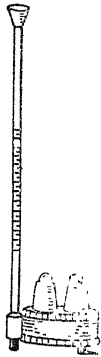
$\therefore P_3 l_3=P_2 l_2=P_1 Y/X l_2=P_1 l_1$

=लीवर पर किया गया काम।

($\because X l_1=Y l_2$)

इससे स्पष्ट है कि ऊर्जा के स्थायित्व का सिद्धान्त (Principle of Conservation of Energy) यहां भी लागू है।

उत्प्लावन धौंकनी (Hydrostatic Bellows) :—

यह भी पैस्कल के सिद्धान्त पर कार्य करती है। इसमें एक लंबी उदग्र नली से संबद्ध एक सुदृढ़ चमड़े की धौंकनी रहती है। धौंकनी और नली में कुछ ऊंचाई तक जल भरा रहता है। इस जल स्तंभ द्वारा चौड़े अनुच्छेद की धौंकनी पर एक भारी बोझ सधा रहता है। चित्र 121.

हल किये हुए प्रश्न

1. ब्रैमा के प्रेस में दोनों पिस्टनों के क्षेत्रफल क्रमशः $\frac{1}{4}$ वर्ग इंच और 10 वर्ग इंच हैं। पंप-निमज्जक (Pump Plunger) को एक ऐसे लीवर से दबाया जाता है, जिसकी भुजाएं क्रमशः 2 इंच और 28 इंच हैं। यदि लीवर का सिरा, प्रत्येक आघात पर 1 फुट उठता या गिरता है, तो प्रेस निमज्जक (Press Plunger) को 1 इंच उठाने में कितने आघात (strokes) अभीष्ट होंगे? (उत्कल, '51)

यदि लीवर की छोटी और बड़ी भुजाओं की लंबाइयां क्रमशः a और b हों, तथा पिस्टनों के क्षेत्रफल α और β हों, तो प्रेस निमज्जक द्वारा लगाया गया बल,

$$P_3 = P_1 \times \left(\frac{b}{a}\right) \times \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) = P_1 \times \left(\frac{28}{2}\right) \times \frac{10}{1/4} = 560 \times P_1$$

यदि पंप निमज्जक के एक आघात में चली हुई दूरी l_1 हो, और प्रेस निमज्जक द्वारा चली हुई दूरी l_3 हो, तथा n आघातों की संख्या हो, तो कार्य के सिद्धान्त के अनुसार,

$$P_3 \times l_3 = nP_1 \times l_1$$

$$\therefore\ n = \left(\frac{P_3}{P_1}\right) \times \left(\frac{l_3}{l_1}\right) = 560 \times \frac{1}{12} = \frac{140}{3}$$

2. प्रेस निमज्जक का व्यास 20 इंच है, और 100 टन का भार उठाना है। पंप-निमज्जक का क्या आकार होगा, यदि हत्थे का यांत्रिक लाभ 10 हो और मनुष्य द्वारा 10 पौंड वेट का बल लगाया जाय ?

$$\frac{W}{P} = 10 \text{ या } W = 10 \times 10 = 100 \text{ पौंड वेट}$$

∴ मान लो पंप निमंजक की त्रिज्या r है।

$$\therefore\ \frac{100 \times 2240}{\pi \times (10)^2} = \frac{100}{\pi \times r^2}$$

$$\therefore\ r^2 = \frac{10}{224} \text{ या } r = \sqrt{\frac{1}{22{\cdot}4}} = {\cdot}213 \text{ इंच।}$$

अभीष्ट व्यास = ·426 इंच।

प्रश्नावली

1. समुद्र के जल का घनत्व 1·025 है। यदि 1 घन फुट जल का भार 62·05 पौंड हो, तो पानी की सतह से 10 फीट नीचे दबाव पौंड प्रति वर्ग फुट में ज्ञात करो।
   (कलकत्ता, '27) (**उत्तर**, 640·625 पौंड प्रति वर्ग फुट)
2. एक आयताकार हौज, 6 फीट गहरा, 8 फीट चौड़ा और 10 फीट लंबा है; उसे पानी से भर देते हैं। प्रत्येक भुजा पर, और आधार पर ठेल (thrust) निकालो (**पटना**, '39)
   (**उत्तर**, आधार पर 960,000 पौंडल; प्रत्येक बड़ी भुजा पर, 360,000 पौंडल,; प्रत्येक छोटी भुजा पर, 288,000 पौंडल)
3. द्रव दबाव के पैस्कल नियम का आवेदन करो, और प्रयोगशाला में उसकी जांच करने के लिए प्रयोग का वर्णन करो।
4. स्वच्छ चित्र बना कर जल-प्रेरित दाब (Hydraulic Press) का वर्णन करो।

इस यंत्र में यांत्रिक लाभ क्या है ? क्या यह शक्ति स्थिरता के सिद्धान्त का उल्लंघन करता है ? अपने कथन की पुष्टि तर्क द्वारा करो ।

5. एक ऊंची टोंटी की तली के पास बगल में एक टोंटी लगी है; उसे पानी से भर देते हैं, और एक मोटी कार्क की पत्ती पर उसे सीधा तैरने दिया जाता है । बतलाओ कि टोंटी खोलने पर क्या होगा ? (**कलकत्ता**, '14)

ब्रैमा प्रेस के छोटे पिस्टन पर 50 किलोग्राम का बल लगाया जाता है । यदि पिस्टनों के व्यास क्रमशः 2 और 10 सें० मी० हों, तो बड़े पिस्टन पर लगने वाले बल को निकालो । (**उत्तर**, 1250 किलोग्राम वेट)

6. प्रयोग द्वारा सिद्ध करो कि द्रव प्रत्येक दिशा में बराबर बल डालता है ।

15 सें० मी० की गहराई तक किसी जार में तेल, जल के तल पर तैर रहा है । यदि जल के धरातल से 5 सें० मी० नीचे किसी विन्दु पर तेल और जल का संयुक्त दबाव 14·75 ग्राम प्रति वर्ग सें०मी० हैं, तो तेल का घनत्व ज्ञात करो । (**उत्तर**, ·65)

7. आर्कमीदिस के सिद्धान्त को समझाओ । क्या यह मछलियों की गति पर भी लागू होता है । मछली किस प्रकार समुद्र के धरातल की ओर या पेंदी की ओर चल सकती है ?

यह कहा जाता है कि नदी की अपेक्षा समुद्र में तैरना सरल है । सकारण समझाओ ।

8. यह कैसे सिद्ध करोगे कि स्वतंत्र स्थिति में , रुके हुए द्रव का तल सदैव क्षैतिज होता है । यदि जल प्रेरित दाब में, एक टन के प्रतिरोध को समाप्त करने के लिए 5 पौंड भार का बल लगाया जाता है, और यदि पिस्टनों के व्यास 8 और 1 के अनुपात में हों, तो छोटे पिस्टन पर कार्य करने के लिए प्रयुक्त होनेवाले लीवर की भुजाओं का अनुपात क्या है ? (**उत्तर**, 7 : 1)

9. 'द्रव स्थैतिज विरोधाभास' (Hydrostatic Paradox) से क्या अभिप्राय है ? 1·7 मीटर ऊंचा कोई व्यक्ति, उदग्र स्थिति से क्षैतिज स्थिति में आ जाता है । यदि रुधिर का घनत्व 1·03 हो तो सिर में रुधिर के दबाव में क्या परिवर्तन होगा, यदि यह मान लें कि वह उसके पैर में स्थिर रहता है ।

(**लन्दन**, 1900; **आगरा**, पी० एम० टी० 1950)
(**उत्तर**, 171598 डाइन प्रति वर्ग सें० मी०)

अध्याय 10

आर्कमीदिस का सिद्धान्त

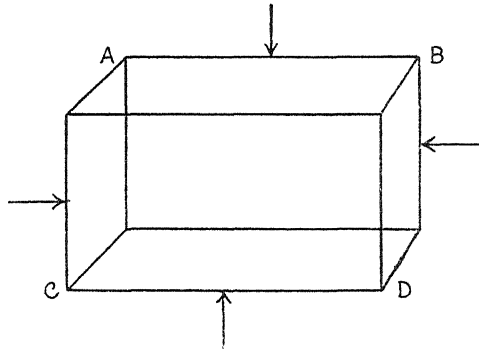
(Principle of Archimedes)

द्रव में निमंजित पदार्थ भार में कम मालूम होते हैं। मछुए भारी मछलियों को जल में पतले डोरों से खींच सकते हैं, पर जल के बाहर निकालने पर डोरे टूट जाते हैं।

इन बातों से प्रकट है कि द्रव में निमंजित पिंडों पर ऊपर की ओर एक बल कार्य करता है, जिसके कारण पिंड हल्का प्रतीत होता है। इसे उछाल कहते हैं। वास्तव में प्रत्येक तरल पदार्थ उछाल उत्पन्न करता है, जिसकी मात्रा तरल के घनत्व के समानुपाती है।

इस सिद्धान्त की खोज, आर्कमीदिस ने की। इसके पीछे एक मनोरंजक कहानी है। सिराकूज नगर के राजा हीरो को सन्देह हुआ कि उसके राजमुकुट में सुनार ने सोने में कुछ मिलावट का प्रयोग किया है। परीक्षणों के लिए उसने आर्कमीदिस को बुलाया। बहुत सोचने पर भी आर्कमीदिस कुछ निश्चय नहीं कर पाया। तब थक कर वह स्नानागार में चला गया। जल में हल्कापन-सा अनुभव करने पर उछाल का वास्तविक स्वरूप उसकी समझ में अचानक आ गया। सुधबुध छोड़ कर खुशी से वह राजा के पास नग्नावस्था में दौड़ गया। वह 'यूरेका, यूरेका' अर्थात् मैंने जान लिया)' चिल्लाता जाता था। उसने घोषित किया कि सोना खोटा है। सुनार को मिलावट स्वीकार करना पड़ा।

आर्कमीदिस का सिद्धान्त यह है : जब किसी पिंड को किसी तरल (द्रव अथवा गैस) में पूर्णतः अथवा आंशिक रूप में निमंजित किया जाता है, तो उसके भार में कुछ कमी आ जाती है, जो स्थानांतरित तरल (displaced fluid) के भार के बराबर होती है।

गणितीय विश्लेषण :— कल्पना करो कि V आयतन का आयताकार एक टुकड़ा किसी तरल में ऊर्ध्वाधर स्थिति में इस प्रकार निमंजित है कि उसका शीर्ष AB, द्रव-तल से h गहराई पर है, और निचला सिरा CD, $h+a$ गहराई पर है (a, आयताकार खंड की ऊंचाई है)। मान लीजिए

चित्र 122

कि α, पटल AB अथवा CD का क्षेत्रफल है। AC एवं BD पर संपूर्ण दबाव क्षैतिज दिशा में विपरीतात्मक होने के कारण संतुलित हैं। AB पर नीचे की ओर संपूर्ण दबाव$=h\rho g\alpha$. इसी प्रकार CD पर कुल (ऊपर की ओर) दबाव $=(h+a)\rho g\alpha$

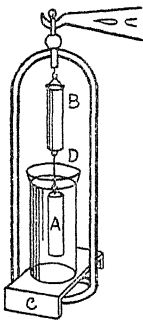
ऊपर की ओर तरल का सम्पूर्ण दबाव

$$=(h+a)\rho g\alpha - h\rho g\alpha = a\alpha\rho g = V\rho g = V$$

आयतन के तरल का भार=निमंजित पिंड के आयतन के तरल का भार।

पिंड का भार नीचे की ओर कार्य करता है, पर तरल का उछाल, ऊपर की दिशा में क्रियात्मक होता है, जिसके कारण भार में कुछ कमी प्रतीत होती है, जो विस्थापित तरल के भार के बराबर होती है। विस्थापित तरल का आयतन पिंड के निमज्जित भाग के आयतन के बराबर होता है।

प्रयोगात्मक सत्यापन :—बेलन और डोलची (Cylinder & Bucket) का प्रयोग :

एक छोटा ठोस पीतल का बेलन एक पीतल की डोलची में ठीक ठीक बैठ जाता है। इस प्रकार डोलची का आंतरिक आयतन, बेलन के आयतन के बराबर होता है। डोलची के नीचे एक कांटा (hook) लगा होता है, जिसके द्वारा बेलन लटकाया जा सकता है। यह संपूर्ण व्यवस्था किसी तुला की एक भुजा से लटकाई जाती है और दूसरी भुजा पर साधने के लिए बांट रखे जाते हैं। पलड़े को ढकता हुआ एक लकड़ी का पुल इस प्रकार व्यवस्थित होता है कि वह पलड़े को स्पर्श न करे। इस पर एक खाली बीकर रखा जाता है जिससे बेलन बीकर के भीतर लटका रहे, पर उसे स्पर्श न करे।

चित्र 123

अब बीकर में जल डाला जाता है, जिससे बेलन पूरा डूब जाये। उछाल के कारण संतुलन नष्ट हो जाता है, और बेलन कुछ उठ जाता है। अब यदि डोलची को पूर्णतः जल से भर दें, तो पुनः संतुलन स्थापित हो जाता है।

आर्कमीदिस के सिद्धान्त के अनुसार, जल में पूर्ण निमग्न होने पर बेलन ने अपने भार का कुछ अंश खो दिया। डोलची को जल से भरने पर उसमें बेलन के आयतन के बराबर आयतन का जल समा गया, जिससे भार में कमी पूरी हो गई। अस्तु निमज्जित पदार्थ के भार में कमी, स्थानान्तरित द्रव के भार के बराबर होती है।

निमज्जित पिंड वास्तव में अपना भार नहीं खोता, वरन् उछाल के कारण ऊपर उठ जाता है। ऊपर के प्रयोग में यदि बीकर को पुल पर रखने की बजाय, तुला के पलड़े पर रख दिया जाय, तो बेलन को जल के भीतर अथवा बाहर रखने से कोई अन्तर नहीं पड़ेगा। जब बेलन जल के भीतर रहता है, तो उस पर जल का एक ऊपरी उछाल पड़ता

है और वह स्वयं जल पर इसके समान और विपरीत प्रतिक्रिया (नीचे की ओर) डालता है, जिससे तुला के संतुलन पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। पर जब बीकर, पुल पर साधा गया था, तब प्रतिक्रिया पुल पर पड़ती थी, और पलड़े पर इसका कोई प्रभाव नहीं हुआ।

निमंजित पिंड को द्रव से निकालने पर वह अपना पूर्ण भार प्राप्त कर लेता है। इससे सिद्ध होता है कि भार में कमी, वास्तविक नहीं होती। वह केवल प्रतीयमान है। किसी तुला के पलड़े पर एक जल का बीकर रखो और दूसरी ओर पलड़े पर भार रख कर उसे साधो। तुला को बिना छूते हुए, जल में एक उंगली अथवा शीशे का छड़ डालो। पलड़ा नीचे झुक जायगा। कारण यह है कि उंगली अथवा शीशे की छड़ पर जल की उछाल पड़ती है, जिसका संतुलन पर कोई प्रभाव नहीं होता। पर उसकी प्रतिक्रिया से पलड़ा कुछ भारी हो जाता है।

1. प्लवनशील पिंड का भार, स्थानान्तरित तरल के भार के बराबर होता है।

2. पिंड का गुरुत्व केन्द्र और स्थानान्तरित द्रव का गुरुत्व केन्द्र (अर्थात् प्लवन-शीलता केन्द्र) एक ही उदग्र रेखा में पड़ना चाहिए।

जैसे जैसे किसी पिंड को किसी तरल में डुबाते जाते हैं, तैसे-तैसे उछाल की मात्रा बढ़ती जाती है। यदि उछाल की मात्रा किसी स्थिति में भार के बराबर हो जाती है, तो पिंड अधिक नीचे न जाकर, तैरने लगता है। यदि समूचा पिंड डूब जाने पर भी तरल का उछाल, पिंड के भार से कम रहता है, तो पिंड अवश्य डूब जायेगा क्योंकि उछाल की मात्रा इससे अधिक नहीं हो सकती। पूरा पिंड तरल के नीचे आने पर तरल की गहराई का उछाल पर कोई प्रभाव नहीं होता। अस्तु, तैरने के लिए यह आवश्यक है कि पिंड का भार, उसके किसी अंश द्वारा स्थानान्तरित तरल के भार के बराबर होना चाहिए। यदि पिंड का आयतन V और तैरने की स्थिति में निमग्न भाग का आयतन V' हो और यदि ρ एवं ρ' पिंड तथा तरल के घनत्व हों, तो

$$V \times \rho g = V' \rho' g'$$

$$\therefore \quad \frac{\rho}{\rho'} = \frac{V'}{V} \text{ अर्थात् } P \leqslant P' \; (\because V' \leqslant V)$$

$\therefore$ पिंड का घनत्व, तरल के घनत्व से कम होना चाहिए।

दूसरा नियम यह बताता है कि उछाल और भार एक ही सरल (उदग्र) रेखा में होना चाहिए, अन्यथा एक बलयुग्म के प्रादुर्भाव से संतुलन नष्ट हो जायगा। यदि किसी वाह्य बल के कारण पिंड झुक जाये, तो स्थानान्तरित तरल की आकृति वदल जाती है, और प्लावन-केन्द्र, झुके हुए किनारे की ओर विस्थापित हो जाता है। अब उत्प्लावन और भार के विपरीत बलों के कारण एक बलयुग्म उत्पन्न हो जाता है।

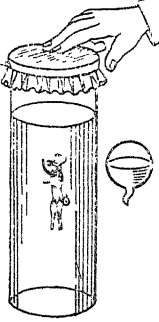
(i) यदि नवीन प्लवन केन्द्र B' से जाने वाली उदग्र रेखा, BG रेखा (जिसे केन्द्र रेखा कहते हैं—G पिंड का गुरुत्व-केन्द्र और B, विस्थापन से पूर्व प्लावन केन्द्र है)

को G के ऊपर काटती है, तो बल-युग्म, पिंड को संतुलन-स्थिति में वापस लाने की चेष्टा करेगा।

(ii) यदि B' से जाने वाली उदग्र रेखा BG को G से नीचे काटती है, तो पिंड में उलटने की प्रवृत्ति कार्य करती है।

विस्थापित प्लवन-केन्द्र से जानेवाली उदग्र रेखा केन्द्र-रेखा को जिस विन्दु पर काटती है, उसे मित-केन्द्र (Meta-centre) कहते हैं। अस्तु, जब मित-केन्द्र G से ऊपर होता है, तो संतुलन स्थायी होता है। अन्यथा अस्थायी होता है।

जहाजों में गुरुत्व-केन्द्र को मित-केन्द्र से नीचे लाने के लिए उन्हें रेत आदि से प्रभारित किया जाता है।

कार्टीजियन पनडुब्बा (Cartesian Diver) :—यह एक खिलौना है। इसका आविष्कार डेकार्टे (Descartes) ने आर्कमीदिस के सिद्धान्त के पुष्टीकरण के लिए किया था।

यह सामान्यतः एक छोटी, खोखली गुड़िया के रूप का होता है, जिसमें एक नलिकाकार पूंछ होती है। पूंछ सिरे पर खुली होती है, और गुड़िया के भीतरी भाग से जुड़ी रहती है। कभी कभी गुड़िया ठोस होती है और एक खोखली गेंद से सम्बद्ध रहती है, जिसके तले पर एक विवर होता है। गेंद और गुड़िया मिल कर तैर सकते हैं।

चित्र 124

पनडुब्बे को जल से भरे एक लम्बे जल पूर्ण जार में रखा जाता है। जार का ऊपरी सिरा, एक रबड़ की चादर से ऐसा ढक दिया जाता है कि वायु प्रवेश न कर सके। पनडुब्बे में कुछ वायु और जल भरा रहता है, जिससे वह तैर सके।

रबड़ की चादर दबाने से नीचे की वायु पर दबाव बढ़ जाता है। यह दबाव, पनडुब्बे की वायु तक प्रेषित हो कर उसे दबाता है, और पनडुब्बे के अन्दर कुछ जल चला जाता है और पनडुब्बा भारी होकर डूब जाता है। जब झिल्ली पर दबाव कम किया जाता है, तो पनडुब्बे की वायु फैल कर कुछ पानी बाहर निकाल देती है, और पनडुब्बा हल्का होकर उठ जाता है।

यदि पनडुब्बा बहुत गहराई तक किसी प्रकार डुबा दिया जाय, तो दबाव के विमोचन (release) से अत्यधिक दबाव के कारण अन्दर की वायु अधिक न फैल सकेगी, और पनडुब्बा उठ न सकेगा।

आर्कमीदिस सिद्धान्त पर आधारित कुछ उपकरण :

(i) **लोहे का जहाज जल पर तैरता है** :—लोहे का घनत्व जल से अधिक होने पर भी जहाज क्यों नहीं डूब जाता? इसका कारण है उसकी खोखली आकृति। जहाज के अन्दर खाली जगह बहुत होती है। इसलिए वह अपने भार से अधिक पानी हटा

सकता है। जिस गहराई पर उछाल और भार बराबर हो जाते हैं, वहीं जहाज तैरने लगता है।

(ii) **प्लिमसोल रेखा** (Plimsoll Line) :—जब कोई जहाज अधिक घनत्व के जल वाले समुद्र से कम घनत्व जल के समुद्र में प्रवेश करता है, तो वह अधिक डूब जाता है, जिससे उछाल उतना ही रहे। इस प्रकार कोई जहाज यदि अंध महासागर (Atlantic Ocean) में काफी गहराई तक डूबा हो, तो हो सकता है कि भूमध्यरेखा के निकट उष्ण (अर्थात् कम घनत्व वाले) जल में आकर वह पूरा डूब जाये। प्लिससोल साहब के प्रयत्न से इंगलैण्ड की पार्लियामेंट ने जहाजों की सुरक्षा के संबंध में 1890 में कुछ नियम बनाए। प्रत्येक जहाज को इतना माल लादने की अनुमति दी गई जिससे जहाज एक निश्चित् रेखा तक डूब सके। भिन्न-भिन्न घनत्व के जलों के लिए भिन्न भिन्न रेखाओं को प्रामाणिक माना गया। जहाज के एक ओर एक गोल प्लेट पर उसका क्षैतिज व्यास अंकित होता है। यही प्लिमसोल रेखा होती है जिस पर *L* और *R* अक्षर बने होते हैं, जो यह सूचित करते हैं कि इस रेखा का निर्धारण लॉयड के जहाज संबंधी रजिस्टर (Lloyd's Register of Shipping) में किया गया है। कभी कभी कहा जाता है कि जहाज 29 फीट पानी खींचता है। इसके अर्थ हैं कि उसके कील (keel) से जल-तल की दूरी 20 फीट है।

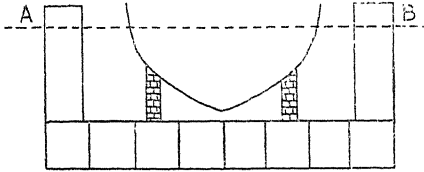
(iii) **पनडुब्बी**:—इसके तैरने का सिद्धान्त वही है जो जहाज का। जल के अन्दर ले जाने के लिए उसके हौजों में जल प्रवेश कराते हैं, जिससे उसका भार, उछाल से कुछ अधिक हो जाता है। ऊपर ले जान के लिए पानी को पंप से बाहर निकालते हैं।

(iv) **जीवन-रक्षक पेटियाँ** (Life-belts):—कभी कभी जल से भारी पिंडों को, हल्के पिंडों के साथ बांध देने पर समूह तैरने लगता है। यही इन पेटियों का सिद्धान्त है। इनके अन्दर हवा भरने पर आयतन इतना बढ़ जाता है कि वे आदमी को बैठा कर भी तैरने लगती हैं। ये जहाजों में रखी रहती हैं। दुर्घटना होने पर लोग इनके सहारे किनारे पर आ लगते हैं।

(v) **गुब्बारा** (Baloon):—किसी अभेद्य आवरण में कोई हल्की गैस (जैसे हाइड्रोजन या हीलियम) ठूंस कर भर दी जाय तो इस समूह का भार हटाई हुई वायु से बहुत कम होगा। यह समूह उठ जायगा। ऊपर हवा हल्की होने के कारण एक निश्चित् ऊँचाई पर समूह का भार, हटाई हुई हवा के भार के बराबर हो जायगा, और समूह (गुब्बारा) रुक जायगा। गुब्बारे के भीतर रेत के बोरे रखे जाते हैं। अधिक ऊंचाई पर चढ़ाने के लिए थोड़ा रेत फेंक दिया जाता है, जिससे गुब्बारा हल्का होकर उठ जाता है। नीचा लाने के लिए एक छिद्र में से कुछ गैस निकाल देते हैं।

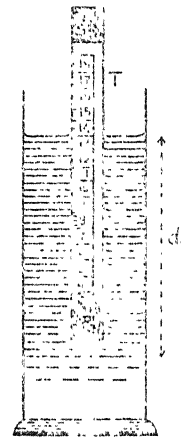
(vi) **मनुष्य का तैरना** :—मनुष्य का भार उसके द्वारा हटाए जल के भार से

कम होता है। पर उसका सिर अधिक भारी होता है। इसलिए तैराक लोग सिर को बाहर रखते हुए हाथ पैर चलाते हैं। खारे पानी में तैरना सरल होता है। क्यों ?

(vii) **तैरते हुए घाट** (Floating docks):—तैरते हुए घाटों के आधार में हवा की कोठरियाँ होती हैं। जब ये पानी से भरी रहती है, तो घाट AB जैसी लकीर तक पानी में डूब जाता है और जहाज तैर कर अन्दर आ जाता है। जब पानी कोठरियों में से निकाला जाता है, तो घाट ऊपर उठता जाता है। हटाए हुए पानी की ऊपरी ठेल, घाट और जहाज के संयुक्त भार को संभाल लेती है। चित्र 125.

चित्र 125

तरलमान (Hydrometer):—ये तैरने के सिद्धान्त पर आधारित होते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं। (b) स्थिर निमज्जन वाले (Constant Immersion Type) (a) **परिवर्तनशील निमज्जन वाले** (Variable Immersion Type) चित्र 126।

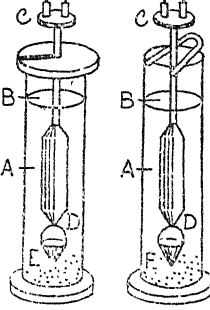
चित्र 126

पहले प्रकार के तरलमानों में डूबे हुए भाग की लम्बाई, द्रव के घनत्व पर निर्भर करती है। जितना निमज्जन अधिक होगा, उतना ही द्रव का घनत्व भी कम होगा। इस प्रकार का उपकरण एक साधारण चपटी पेंदी की समरूप परख नली को लेकर उसे रेत या छर्रों से प्रभारित करके बनाया जाता है, जिससे वह द्रव में उदग्र तैरता रहे।

नली के भीतर एक मिलीमीटर वर्गीकृत कागज लेई से चिपका दो। यह पेंदी से ऊपर की ओर सेंटीमीटरों में अंकित होना चाहिए। नली को एक काग से बन्द करके जल में निमज्जित गहराई देख लो। फिर उसे निकाल कर पोंछ लो और दूसरे द्रव से भरे जार में तैरा दो।

यदि जल और दूसरे द्रव में ऊंचाइयां क्रमशः h_1 तथा h_2 हों, और अनुच्छेद का क्षेत्रफल A हो, और यदि द्रव का घनत्व तथा हाइड्रोमीटर का भार क्रमशः ρ एवं W हों, तो

$$W = A \times h_1 \times 1 = A \times h_2 \times \rho \text{ या } \rho = \frac{h_1}{h_2}$$

स्थिर निमज्जन वाले हाइड्रोमीटर का एक प्रमुख उदाहरण, निकल्सन का तरलमान

(Nicholson's Hydrometer) है। इसमें एक खोखला बेलनाकार धातु का बेलन रहता है, जिसके सिरे पर एक पतली डंडी रहती है। डंडी का ऊपरी भाग एक छोटे पलड़े C से जुड़ा रहता है। बर्तन के नीचे वक्र धातु के कांटे से एक शंक्वाकार पलड़ा लगा रहता है जिसे छर्रों से या पारे से प्रभारित किया जाता है, जिससे तरलमान ऊर्ध्वाधर स्थिति में टिका रहे। डंडी पर एक चिन्ह बना होता है। यंत्र को सदैव चिन्ह तक ही डुबाया जाता है। हाइड्रोमीटर को एक शीशे के बेलन में रखे हुए जल में रखा जाता है। एक खांचेदार टुकड़ा या एक मुड़ा हुआ तार बेलन के मुंह के आर-पार इस प्रकार रख दिया जाता है कि डूबने से पहले ऊपरी पलड़ा उसमें फंस जाय। सब जोड़ वायु रोधक (air tight) होना चाहिए। ऊपरी पलड़े में बांट रखे जाते हैं, जिससे वह डंठल (stem) के ऊपरी चिह्न तक डूब जाय।

चित्र 127

आर्कमीदिस (212–287 ई० पू०)—इनका सिसली में सिराकूज़ नामक स्थान पर जन्म हुआ था। इनके पिता एक प्रख्यात गणितज्ञ और ज्योतिष के ज्ञाता थे। ये वैज्ञानिक अनुसन्धानों में एकचित्त जुटे रहते थे। जब रोमन लोगों ने 212 ई० पू० में सिराकज पर चढ़ाई की, तो सैनिक उसके मकान में घुस आये। उस समय वह पृथ्वी पर बने हुए एक वृत्त पर मनन कर रहे थे। रोमन सैनिकों का स्वागत करने को वह उठे नहीं। उनके मुख से अचानक यह शब्द निकले "तुम चाहे मेरा वध कर दो, किन्तु मेरे चित्रों को मत मिटाओ"। उनके व्यवहार से क्रुद्ध होकर सैनिकों ने उन्हें मार डाला।

आर्कमीदिस का सिराकूज के राजा हीरो (Hiero) से घनिष्ट संबंध था। एक बार हीरो को सन्देह हुआ कि उसके लिए बनाए गए राजमुकुट में शुद्ध सोना नहीं है। उसने आर्कमीदिस से मुकुट के सोने की शुद्धता को परखने को कहा। बहुत सोच विचार के पश्चात् भी जब आर्कमीदिस किसी निश्चय पर नहीं पहुंच सके, तो वह अपनी मानसिक श्रान्ति को दूर करने अपने स्नानागार में गये। प्रवेश करने से उन्हें एक हल्केपन का अनुभव हुआ। अचानक उनके मस्तिष्क में एक नवीन विचार की सृष्टि हुई। उन्हें एक मौलिक तथ्य का आभास हुआ, और यह दृढ़ विश्वास हुआ कि अब वे अपनी समस्या को सुलझा सकेंगे। उनकी तर्कणा के अनुसार समान संहतियों के विभिन्न पदार्थों के भार में कमी, पदार्थों के स्वरूपों पर निर्भर करेगी। इस प्रकार विशुद्ध सोने के लिए भार में कमी, मिश्रातु से भिन्न होगी। आपेक्षिक घनत्व के निर्धारण से किसी वस्तु की शुद्धता परखी जा सकती है। आनंद में विभोर होकर वह नंगे ही हौज से निकल कर राजा के सामने दौड़े आये। मुख से 'यूरेका, यूरेका,' (अर्थात् मैंने पा लिया है) चिल्लाते जाते थे।

आपने लीवर के सिद्धान्त का भी गहन अध्ययन किया था। आपका कहना था

"मुझे पृथ्वी पर कहीं खड़ा रहने की जगह दो, तो मैं पृथ्वी को डोला सकता हूं।" अपने कथन की पुष्टि में उन्होंने एक लीवर का सिरा एक जहाज से जोड़ दिया, और दूसरे सिरे पर हीरो से हल्का सा बल लगाने को कहा। देखते-देखते जहाज जल में चल दिया।

आपने अनेकों मौलिक तथ्यों की खोज की। घिर्री, चर्खी, आर्कमीदियन स्क्रू, संपीडित वायु की मशीनें आदि आपकी ही देन हैं। कहा जाता है कि सबसे पहले आपने अवतल दर्पण द्वारा सूर्य की किरणों को संगमित करके तीव्र उष्मा की उत्पत्ति की। आपने ही यह पता चलाया कि किसी वृत्त में परिधि और व्यास का अनुपात निश्चित् होता है, (जिसका नामकरण π किया गया)। अनंत (Infinity) की धारणा, और नियामक ज्यामिति के विकास में भी आपका बहुत हाथ था।

हल किये हुए प्रश्न

1. एक कार्क (वि० गु० ·25) और एक धातु का टुकड़ा (वि० गु० 8·0) एक साथ बांध दिए जाते हैं। यदि यह समूह अल्कोहल में न डूबे, न तैरे, तो कार्क और धातु की संहतियों की तुलना करो (अल्कोहल का विशिष्ट गुरुत्व ·8 है) (यू० पी० बोर्ड, '47)

मान लो कार्क और धातु की संहतियां क्रमशः m_1 और m_2 हैं।

कार्क द्वारा हटाए हुए अल्कोहल का आयतन = कार्क का आयतन

$= \frac{m_1}{\cdot 25}$ कार्क द्वारा हटाए हुए अल्कोहल का भार $= \frac{m_1}{\cdot 25} \times \cdot 8$ इकाइयां

इसी प्रकार, धातु के टुकड़े द्वारा हटाए हुए अल्कोहल का भार

$= \frac{m_2}{8}$ इकाइयां $\times \cdot 8$

∴ तैरने वाले पदार्थों के सिद्धान्त से,

समूह का भार = समूह द्वारा हटाए हुए द्रव का भार

$$\therefore \quad m_1 + m_2 = \frac{m_1}{\cdot 25} \times \cdot 8 + \frac{m_2}{8} \times \cdot 8$$

$$= \left(\frac{m_1}{\cdot 25} + \frac{m_2}{8}\right) \times \cdot 8 = \left(4m_1 + \frac{m_2}{8}\right) \times \cdot 8$$

$$\therefore \quad = 3\cdot 2 m_1 + \cdot 1 \times m_2$$

या, $2\cdot 2 m_1 = \cdot 9 m_2$ अर्थात्, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{9}{22}$

2. एक धातु का टुकड़ा (वि० गु० 8), जल के तल पर रखा जाता है। यदि जल की गहराई 126 फीट है, तो बताओ कि वह कितनी देर में पेंदी पर पहुंच जायेगा।

यहां व्यक्त भार = वास्तविक भार – उछाल

मान लो, टुकड़े का त्वरण f है।

$\therefore \quad mf = mg - \frac{m}{8} \times 1 \times g = \frac{7mg}{8}$, या $f = \frac{7}{8} \times 32$

(उछाल = पूरे धातु के टुकड़े द्वारा हटाए हुए द्रव का तोल
= हटाए हुए द्रव का आयतन $\times$ द्रव का घनत्व
= धातु के टुकड़े का आयतन $\times$ द्रव का घनत्व
$= \frac{m}{8} \times 1$)

यदि अभीष्ट समय t हो, तो,

$$126 = \frac{1}{2} f t^2 = \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} \times 32 t^2$$
$$= 14 t^2$$
$$\therefore \quad t = 3 \text{ सेकंड ।}$$

3. एक खोखली गोलीय गेंद के आंतरिक और वाह्य व्यास क्रमशः 10 सें० मी० और 12 सें० मी० हैं। गेंद जल पर पूर्णतः डूबी हुई तैरती है। गेंद धातु का घनत्व निकालो ।

मान लो अभीष्ट घनत्व ρ है।

ठोस भाग का आयतन $= \frac{4}{3}\pi \; (6^3 - 5^3) = \frac{4}{3}\pi (216 - 125)$
$= \frac{4}{3}\pi \times 91$

$\therefore$ गेंद का भार $= \frac{4}{3}\pi \times 91 \times \rho$ ग्राम।

हटाए हुए जल का भार $= \frac{4}{3}\pi \times 6^3$ ग्राम $= \frac{4}{3}\pi \times 216$ ग्राम । तैरने वाले पदार्थों के सिद्धान्त से,

$$\frac{4}{3}\pi \times 91 \times \rho = \frac{4}{3}\pi \times 216$$

$\therefore \; \rho = \frac{216}{91} = 2{\cdot}37$ ग्राम प्रति घन सें० मी०।

4. एक ठोस, तीन भिन्न भिन्न द्रवों में तैरने पर अपने आयतन के क्रमशः $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ एवं $\frac{1}{4}$ भागों को हटाता है। तो बताओ कि जब वह निर्दिष्ट तीन द्रवों के समान आयतन के मिश्रण में तैरता है, तो कितना आयतन हटाता है। (**पटना**, '43)

मान लीजिये कि ठोस के आयतन और घनत्व क्रमशः V और d हैं, तथा द्रव के घनत्व क्रमशः d_1, d_2 और d_3 हैं।

$$\therefore \quad Vd = \frac{V}{2} d_1 = \frac{V}{3} d_2 = \frac{V}{4} d_3$$

या $d_1 = 2d$, $d_2 = 3d$ एवं $d_3 = 4d$

अब, यदि मिश्रण का घनत्व d' हो, तो,

$$V.d_1 + V.d_2 + V.d_3 = 3Vd'$$
$$\because \quad 3d' = d_1 + d_2 + d_3 = 2d + 3d + 4d = 9d$$

अर्थात् $d'=3d$.

अभीष्ट आयतन V' निम्न समीकरण से निकलेगा :

$$Vd=V'd'=V'\times 3d; \quad \therefore V'=\frac{V}{3}$$

अस्तु, ठोस अपने आयतन का तीसरा भाग हटाता है।

प्रश्नावली

1. आर्कमीदिस का सिद्धांत बतलाओ। इसको किस प्रकार सत्यापित करोगे ?
(यू०पी० बोर्ड, '46; कलकत्ता, '12, '19, '20, '24, '35, 39, '40, '46, '47; पटना, '19, '23, '31, '36; राजस्थान' 51)

2. तैरने के सिद्धान्त का वर्णन करो। इसे किस प्रकार सिद्ध किया जायेगा ? (यू० पी० बोर्ड, '47)

किसी तैरने वाले पिंड के संतुलन के स्थायित्व पर प्रकाश डालो। जल पर तैरने वाले लकड़ी के एक समान गोले का संतुलन कैसा होगा ? (पटना, '47)

3. उत्प्लावनता (Buoyancy) से क्या अभिप्राय है। लोहे का बना जहाज, पानी में क्यों डूब जाता है ?

4. कार्टीजियन पनडुब्बे का वर्णन करो, और उसकी क्रिया पर प्रकाश डालो। इसके सिद्धांत पर आधारित किसी आधुनिक व्यवस्था का वर्णन करो।
(कलकत्ता, '38, '46)

5. तीन द्रवों के घनत्व 1 : 2 : 3 के अनुपात में हैं। यदि (i) इनके समान आयतनों को मिलाया जाय, (ii) समान भारों को मिलाया जाय, तो इन दोनों अवस्थाओं में मिश्रण के घनत्वों का अनुपात क्या होगा ? (उत्तर, 11 : 9)

6. एक घन सें० मी० सीसा (वि०गु० 11·4) और 21 घन सें० मी० (वि० गु० .5) लकड़ी एक साथ बांध दिए जाते हैं। यह पता चलाओ कि समूह जल में तैरेगा या डूबेगा। (कलकत्ता, '33)
[उत्तर, समूह का 21·9 घन सें० मी० आयतन डूबा रहेगा]

7. एक जलयुक्त बीकर का भार 300 ग्राम है। 88 ग्राम संहति और 10 घन सें० मी० आयतन का एक धातु का टुकड़ा जल में एक बारीक डोरे से लटकाया जाता है। तो बताओ कि (क) धातु को संधारित रखने के लिए डोरे पर कितना ऊपरी बल लगेगा (ख) बीकर को संधारित रखने के लिए कितना ऊपरी बल अभीष्ट होगा।
[उत्तर, (क) 78 ग्राम वेट (ख) 310 ग्राम वेट]

8. तुम्हें एक समान अनुच्छेद की एक खोखली शीशे की नली दी जाती है, जिसके निचले सिरे पर एक बल्ब की रचना की गई है। तो बताओ कि तुम, सामान्य तरलमान (hydrometer) की रचना कैसे करोगे ? और उसे किस प्रकार अंशांकित (graduate) करोगे ? (पटना, '44)

अध्याय 11

विशिष्ट गुरुत्व

(Specific Gravity)

घनत्व एवं आपेक्षिक घनत्व:—किसी पदार्थ के इकाई आयतन की संहति (mass) को उस पदार्थ का घनत्व कहते हैं। अस्तु घनत्व = संहति/आयतन. *C.G.S.* प्रणाली में इसकी इकाई ग्राम प्रति घन सें० मी० और *F.P.S.* प्रणाली में पौंड प्रति घनफुट है।

आपेक्षिक घनत्व, किसी पदार्थ के भार का, समान आयतन के किसी अन्य पदार्थ (सामान्यतः 4° सें० ग्रे० पर ताजा पानी) के भार से अनुपात है।

विशिष्ट गुरुत्व 4° पर ताजे जल के सापेक्ष आपेक्षिक घनत्व का दूसरा नाम है। सामान्यतः आपेक्षिक घनत्व और विशिष्ट गुरुत्व दोनों एक ही अर्थ में प्रयुक्त होते हैं। यदि कुछ न बताया जाय, तो आपेक्षिक घनत्व, जल के सापेक्ष लिया जाता है। विशिष्ट गुरुत्व अवश्यंभावी रूप से जल के ही सापेक्ष लिया जाता है।

आपेक्षिक घनत्व, एवं विशिष्ट गुरुत्व दो घनत्वों के अनुपात होने के कारण केवल एक संख्या के द्योतक हैं। इनकी कोई इकाई नहीं।

C.G.S. प्रणाली में जल के इकाई आयतन (1 घन सें० मी०) की संहति (अर्थात् घनत्व) एक ग्राम होती है। इसलिए घनत्व और आपेक्षिक घनत्व (या विशिष्ट गुरुत्व) एक ही संख्या द्वारा प्रकट होते हैं। अन्तर केवल यह है कि घनत्व की इकाई है, पर आपेक्षिक घनत्व की कोई इकाई नहीं। *F.P.S.* प्रणाली में जल का घनत्व 62·5 पौंड प्रति घन फुट होता है। इसलिए किसी पदार्थ का घनत्व संख्यात्मक मान में *C.G.S.* प्रणाली के मान का 62·5 गुना हो जायगा। आपेक्षिक घनत्व का मान प्रत्येक प्रणाली में वही रहता है।

$$\text{पदार्थ का विशिष्ट गुरुत्व} = \frac{\text{पदार्थ की संहति (या भार)}}{4^\circ \text{ सें० ग्रे० पर } V \text{ घन सें० मी० ताजे जल की संहति}}$$

$$= \frac{V \text{ घन सें० मी० के पिंड का भार}}{4^\circ \text{ सें० ग्रे० पर } V \text{ घन सें० मी० ताजे जल का भार}}$$

$$= \frac{V \text{ घन सें० मी० के पिंड की संहति}}{4^\circ \text{ सें० ग्रे० पर घन सें० मी० ताजे जल की संहति}}$$

$$= \frac{\text{इकाई आयतन के पिंड की संहति}}{4^\circ \text{ सें० ग्रे० पर इकाई आयतन के जल की संहति}}$$

$$= \frac{\text{पिंड का घनत्व}}{4^\circ \text{ सें० ग्रे० पर जल का घनत्व}}$$

ठोसों के वि० गु० के निर्धारण की विधियां :—

(i) **आयतन के ज्ञान से गणना** : नियमित (regular) ठोस (आयताकार, बेलनाकार, शंक्वीय आदि) का आयतन उसकी रैखिक विमाओं (linear dimensions) से ज्ञात किया जा सकता है। ठोस को तोल कर, संहति के आयतन से अनुपात निकालने पर विशिष्ट गुरुत्व मालूम किया जा सकता है।

(ii) **उत्प्लावन तुला द्वारा** : (क) **जल से भारी ठोस**:—पिंड को पहले वायु में तोल लेते हैं। फिर जल में तोलते हैं। इसके लिए एक लकड़ी के सेतु (bridge) को तुला के बायें पलड़े के आरपार इस प्रकार रखते हैं कि वह पलड़े को बिना छुए रहे। सेतु के ऊपर एक जल-संधारक बीकर को रख कर, पलड़े के कांटे (hook) से एक पतले डोरे द्वारा पिंड को लटका दिया जाता है। पिंड को पूर्णतः जल में डुबाया जाता है। यदि m_1 एवं m_2 ग्राम पिंड के क्रमशः वायु और जल में तोल हों, तो पिंड के भार में कमी $= (m_1 - m_2)$ ग्राम। यह कमी, समान आयतन के जल का भार है।

$$\therefore \text{ वि० गु०} = \frac{\text{पिंड की वायु में तोल}}{\text{समान आयतन के जल की तोल}} = \frac{m_1}{m_1 - m_2}$$

(ख) **जल से हल्के ठोस :**—पहले ठोस को वायु में तोल लेते हैं। फिर उसे एक ऐसे भारी पिंड विलोडक के साथ जोड़ते हैं कि समूह जल में डूब जाय। भारी पिंड को विलोडक (sinker) कहते हैं। ठोस और विलोडक (sinker) के समूह को जल में तोल लेते हैं। फिर अकेले विलोडक (sinker) को जल में तोल लेते हैं। गणना निम्न विधि से करते हैं।

ठोस का वायु में भार $= m_1$ ग्राम।

ठोस तथा विलोडक (sinker) का जल में भार $= m_2$ ग्राम।

विलोडक (sinker) का जल में भार $= m_3$ ग्राम।

ठोस का वायु में भार + विलोडक (sinker) का जल में भार − ठोस तथा विलोडक (sinker) का जल में भार $= (m_1 + m_3 - m_2)$

$\therefore$ ठोस पर जल की उछाल = समान आयतन के जल का भार $= m_1 + m_3 - m_2$ ग्राम।

$$\therefore \text{ वि० गु०} = \frac{m_1}{m_1 + m_3 - m_2}$$

(ग) **जल में घुलनशील ठोस :**—ऐसे ठोस को किसी ऐसे द्रव में डुबाया जाता है, जिसमें वह घुल न सके। भार की कमी के ज्ञान से, द्रव के सापेक्ष आपेक्षिक घनत्व निकाला जाता है। फिर उसे द्रव के वि० गु० से गुणा कर के ठोस का वि० गु० ज्ञात किया जाता है।

$$\text{ठोस का वि० गु०} = \frac{\text{ठोस का घनत्व}}{\text{जल का घनत्व}}$$

$$=\frac{\text{ठोस का घनत्व}}{\text{द्रव का घनत्व}}\times\frac{\text{द्रव का घनत्व}}{\text{जल का घनत्व}}$$

=द्रव के सापेक्ष ठोस का घनत्व×द्रव का वि० गु० ।

(iii) **विशिष्ट गुरुत्व बोतल द्वारा :—**

यह एक कांच की बोतल होती है, जो एक घर्षित कांच के काग से युक्त होती है। काग में एक बारीक छिद्र रहता है। बोतल को गर्दन तक किसी द्रव से भर देते हैं। काग को कस कर बैठाने पर, निश्चित मात्रा से अधिक द्रव छिद्र में से निकल जाता है। फिर निम्न अवलोकनों द्वारा ठोस के वि० गु० की गणना करते हैं। ठोस, चूर्ण के रूप में अथवा कम मात्रा में होना चाहिए;

चित्र 128

खाली बोतल की तोल $=m_1$ ग्राम ।

चूर्ण (पाउडर) सहित बोतल की तोल $=m_2$ ग्राम ।

चूर्ण सहित जल से भरी बोतल की तोल $=m_3$ ग्राम ।

केवल जल से भरी बोतल की तोल $=m_4$ ग्राम ।

$\therefore$ चूर्ण की तोल $=(m_2-m_1)$ ग्राम ।

बोतल को पूर्णत: भरने के लिए अभीष्ट जल का तोल $=m_4-m_1$ ग्राम ।

चूर्ण सहित बोतल को जल से भरने के लिए अभीष्ट जल की तोल $=(m_3-m_2)$ ग्राम ।

$\therefore$ चूर्ण के आयतन के समान आयतन के जल की तोल $=(m_4-m_1)-(m_3-m_2)$ ग्राम ।

$$\therefore \text{ चूर्ण का वि० गु०} = \frac{m_2-m_1}{(m_4-m_1)-(m_3-m_2)}$$

यदि चूर्ण जल में घुलनशील है, तो पहले उसका आ० घ० ऐसे द्रव के सापेक्ष ज्ञात करते हैं, जिसमें वह घुल न सके। फिर द्रव के वि० गु० से गुणा करने पर चूर्ण का वि० गु० निकल आता है।

(iv) **निकल्सन के तरलमान द्वारा : (क) जल से भारी ठोस के लिए :—**
तरलमान से निम्न अवलोकनों द्वारा ठोस के वि० गु० की गणना की जाती है।

खाली तरलमान को निश्चित् चिह्न तक डुबाने के लिए अभीष्ट बांट $=m$ ग्राम ।

ठोस को ऊपरी पलड़े पर रख कर तरलमान को निश्चित् चिह्न तक डुबाने के लिए अभीष्ट बांट $=m_1$ ग्राम ।

ठोस को निचले पलड़े पर रख कर तरलमान को निश्चित् चिह्न तक डुबाने के लिए अभीष्ट बांट $=m_2$ ग्राम ।

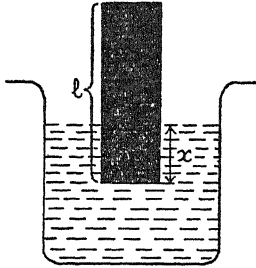
ठोस की वायु में तोल $=m-m_1$ ग्राम ।

ठोस के भार में कमी $= m_2 - m_1$ ग्राम ।

$$\text{ठोस का वि० गु०} = \frac{m - m_1}{m_2 - m_1}.$$

(ख) **जल से हल्के ठोस के लिए :—**

इसमें भी उसी विधि का अवलंबन किया जाता है। पर पिंड जल से हल्का होने के कारण, पिंड को निचले पलड़े पर रखने पर, तरलमान कुछ उठ जायगा। अस्तु, इस स्थिति में तरलमान को निश्चित् चिह्न तक डुबाने के लिए अभीष्ट बांट, खाली तरलमान को उसी चिह्न तक डुबाने के लिए अभीष्ट बांटों से अधिक होंगे।

(v) **प्लवन** (Floating) **द्वारा** :—यह विधि उन ठोस पिंडों के लिए लागू है, जो जल में तैर सकते हैं, और जिनका अनुच्छेद (cross-section) निश्चित् है।

चित्र 129

मान लीजिए, l ठोस की लंबाई है।

x डूबे हुए भाग की लम्बाई है।

ρ ठोस का घनत्व है।

और A ठोस का अनुच्छेद है।

तैरने की स्थिति में, पिंड का भार = हटाए हुए द्रव का भार

$$A \times l \times \rho g = A x g$$

या, $$\rho = x / l$$

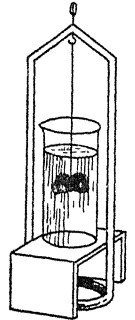
द्रवों के विशिष्ट गुरुत्व निकालने की विधियां :—

(i) **उत्प्लावन तुला** (Hydrostatic balance) **द्वारा** :—किसी पिंड को क्रमशः वायु में, जल में एवं दिए हुए द्रव में तोल लो। यदि ये तोल क्रमशः m_1, m_2 एवं m_3 हों, तो ठोस के समान आयतन के जल का भार $= m_1 - m_2$ एवं समान आयतन के द्रव का भार $= m_1 - m_3$. भार में ये कमियां समान आयतन के जल एवं द्रव के भारों के बराबर हैं।

$$\text{द्रव का वि० गु०} = \frac{m_1 - m_3}{m_1 - m_2}$$

ठोस द्रव में अथवा जल में घुलनशील नहीं होना चाहिए। तथा उसकी जल या द्रव से कोई रासायनिक क्रिया भी नहीं होना चाहिए।

चित्र 130

(ii) सामान्य (परिवर्तनशील निमज्जन) तरलमान द्वारा इस प्रकार के तरलमान का उपयोग, विभिन्न उद्योगों में द्रवों के घनत्व निर्धारण के लिए होता है। इसका अंशांकन निम्न विधि से हो सकता है। हम निम्न संकेत प्रयोग में लाएंगे।

V=तरलमान का आयतन

W=तरलमान का भार

A=तरलमान का अनुच्छेद।

l_1=जल में तरलमान की डंडी की बाहर निकली हुई लंबाई।

l_2=ज्ञात घनत्व के द्रव में डंडी की निकली हुई लंबाई।

l=किसी अन्य द्रव में डंडी की निकली हुई लंबाई।

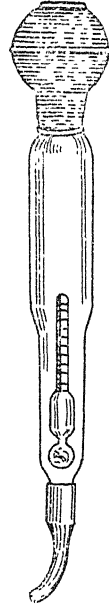
d=ज्ञात द्रव (जिसमें निकली हुई लंबाई l_2 है) का घनत्व।

d'=अन्य द्रव का घनत्व।

तैरने के सिद्धान्त से—

$$W=(V-Al_1)=(V-Al_2)d$$
$$=(V-Al)d'$$

$$l_1=\frac{V-W}{A},\ l_2=\frac{V-\frac{W}{d}}{A}\ \text{एवं}\ l=\frac{V-\frac{W}{d'}}{A}$$

$$\frac{l-l_1}{l_2-l_1}=\frac{\left(V-\frac{W}{d'}\right)-(V-W)}{\left(V-\frac{W}{d}\right)-(V-W)}=\frac{W\left(1-\frac{1}{d'}\right)}{W\left(1-\frac{1}{d}\right)}=\frac{1-\frac{1}{d'}}{1-\frac{1}{d}}$$

चित्र 131

इस प्रकार d' के ज्ञान से l के मान का निर्धारण हो सकता है। विभिन्न घनत्व के द्रवों के संगत l लंबाइयों का कलन किया जाता है।

सामान्यतः जल में अवलोकन 1000 प्रामाणिक माना जाता है। इसके अर्थ हैं कि वि० गु० 1·000 है। इस प्रकार किसी अन्य द्रव में 1210 का पाठ 1·210 वि० गु० का द्योतक है।

(iii) **निकल्सन के तरलमान द्वारा :—(क) तरलमान को तोलकर :**—हम निम्न अवलोकनों को लेते हैं।

तरलमान का भार=m ग्राम।

जल में निश्चित् चिह्न तक डुबाने के लिए ऊपरी पलड़े पर अभीष्ट बांट=m_1 ग्राम।

द्रव में निश्चित् चिह्न तक डुबाने के लिए ऊपरी पलड़े पर अभीष्ट बांट=m_2 ग्राम।

तरलमान के निश्चित् चिह्न तक डूबे हुए भाग द्वारा हटाए गए जल का भार =$m+m_1$ ग्राम।

(विस्थापित जल का भार=बांट सहित तैरते हुए तरलमान का भार)

समान आयतन के द्रव का भार=$m+m_2$ ग्राम।

$$\text{वि० गु०}=\frac{m+m_2}{m+m_1}$$

(ख) **तरलमान को बिना तोले हुए :**

एक ठोस लो जो जल में या द्रव में विलय न हो, और न उनसे कोई रासायनिक क्रिया करे। अभीष्ट निरीक्षण नीचे दिए जाते हैं।

तरलमान को निश्चित् चिह्न तक जल में डुबाने के लिए, ऊपरी पलड़े पर ठोस रख कर अभीष्ट अतिरिक्त बांटों का मान $= m_1$ ग्राम।

ठोस निचले पलड़े पर रख कर, उसी चिह्न तक जल में डुबाने के लिए अभीष्ट बांटों का मान $= m_2$ ग्राम।

तरलमान को उसी चिह्न तक द्रव में डुबाने के लिए, ऊपरी पलड़े पर ठोस रख कर अभीष्ट अतिरिक्त बांटों का मान $= m_3$ ग्राम।

ठोस को निचले पलड़े पर रख कर, द्रव में उसी चिह्न तक डुबाने के लिए अभीष्ट बांटों का मान $= m_4$ ग्राम।

जल में ठोस डुबाने पर भार में कमी $= m_2 - m_1$ ग्राम।

द्रव ,, ,, ,, $= m_4 - m_3$ ग्राम।

ये कमियां समान आयतन के जल तथा द्रव के भार के बराबर है।

$$\text{द्रव का वि॰ गु॰} = \frac{m_4 - m_3}{m_2 - m_1}$$

एक और विधि से बिना तोले द्रव का आ॰ घ॰ निकाल सकते हैं। तरलमान में एक और चिह्न बना लेते हैं। यदि उसे इस चिह्न तक डुबाया जाय, और (क) में m_2 और m_1 के संगत संहतियों m_2' और m_1' मान लें, तो,

$$\text{वि॰ गु॰} = \frac{m + m_2}{m + m_1} = \frac{m + m_2'}{m + m_1'} = \frac{m_2' - m_1'}{m_1' - m_1'}$$

पर m_2 और m_2' तथा m_1 और m_1' में अधिक अंतर न होने के कारण, (क्योंकि डंडी पतली है), यह विधि साधारणतः उतनी उपयुक्त नहीं।

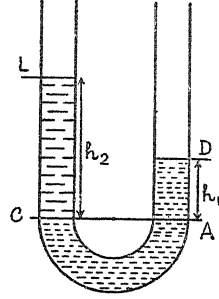
(iv) **विशिष्ट गरुत्व बोतल द्वारा** :—मान लो खाली बोतल का भार m ग्राम है। और क्रमशः जल एवं द्रव से भरने पर बोतल के भार क्रमशः m_1 एवं m_2 हैं।

बोतल के आयतन के द्रव का भार $= m_2 - m$ ग्राम।

समान आयतन के जल का भार $= m_1 - m$ ग्राम।

$$\text{द्रव का वि॰ गु॰} = \frac{m_2 - m}{m_1 - m}$$

(v) **संतुलित स्तम्भों की विधि (यू-नलिका विधि)**—यह विधि उन द्रवों के लिए व्यवहार में लाई जाती है, जो न तो एक दूसरे से मिलते हैं, न रासायनिक क्रिया करते हैं।

एक यू–नली लेकर पहले उसमें अधिक घनत्व वाला द्रव डालो। यू-नली के दोनों स्तंभों में द्रव की ऊंचाइयां बराबर होंगी। अब एक ओर से दूसरा द्रव उड़ेलो। यह द्रव बहुधा जल होता है। इस द्रव के भार के कारण पहला द्रव दूसरी ओर के स्तंभ में चढ़ जाता है। मान लीजिए कि पार्थक्य तल C है और दूसरे स्तंभ में उसी क्षैतिज तल पर A है। यदि द्रव स्तंभों की ऊंचाइयां A तथा C से क्रमशः h_1 एवं h_2 हों और P वायुमंडलीय दाब हो, तो

चित्र 132

A पर दबाव $= P + h_1\rho_1 g$

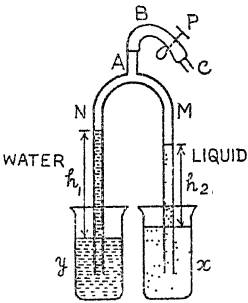
एवं C ,, $= P + h_2\rho_2 g$

A एवं B पर दबाव बराबर होंगे, क्योंकि वे एक ही क्षैतिज तल पर हैं।

$$P + h_1\rho_1 g = P + h_2\rho_2 g$$

$$h_1\rho_1 = h_2\rho_2 \text{ या } \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

यदि ρ_1 जल का घनत्व है, तो $\rho_2 = \frac{h_1}{h_2} = \frac{\text{जल-स्तंभ की ऊंचाई}}{\text{द्रव स्तंभ की ऊंचाई}}$

(vi) **हेयर उपकरण** (Hare's Apparatus) **द्वारा** :—यह विधि उन द्रवों के लिए काम में लाई जाती है, जो एक दूसरे में मिलते नहीं। मिलनशील द्रवों के लिए हम इसको संशोधित करते हैं।

चित्र 133

हेयर का उपकरण एक उल्टी रखी हुई यू-नली है जिसके ऊपरी भाग में एक शीशे की नली जुड़ी रहती है, जो एक रबड़ की नली से संबद्ध रहती है। रबड़ की नली एक चिमटी (clip) से आयुक्त रहती है। यू-नली की दोनों नीचे की ओर खुली भुजाएं विभिन्न द्रवों में डूबी रहती हैं। रबड़ नली के द्वारा वायु चूषित करके दोनों ओर के द्रव स्तंभों की ऊंचाई बढ़ाई जा सकती है। अधिक शक्ति से खींचने पर दोनों द्रव चढ़ कर मिल जाते हैं, और प्रयोग बिगड़ जाता है।

यदि P, भुजाओं में द्रव स्तंभों के ऊपर का उभयनिष्ट वायु दबाव है, तो खुले सिरों पर दवाबों की मात्राएं क्रमशः $P + h_1\rho_1 g$ एवं $P + h_2\rho_2 g$ हैं। ये सिरे वायुमंडल से सम्बद्ध होने के कारण $P + h_1\rho_1 g = H = P + h_2\rho_2 g$ (यहां H, वायुमंडलीय दबाव है।)

$$h_1\rho_2 = h_2\rho_2 \quad \text{अर्थात्} \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

इस प्रयोग में निम्न सावधानियां बरतनी चाहिए।

(1) दोनों सिरे काफी चौड़े होने चाहिए, वरना पृष्ठ तनाव (Surface Tension) के प्रभाव से परिणाम दूषित होगा।

(2) दोनों भुजाओं के अनुच्छेद बराबर होना आवश्यक नहीं है। दोनों ओर के दबाव सूत्र में बराबर प्रकार किए गए हैं। संपूर्ण दाब बराबर होना आवश्यक नहीं है।

(3) भुजाएं उदग्र होना चाहिए।

(4) उपकरण में वायु का प्रवेश नहीं होना चाहिए, अन्यथा ऊंचाइयां स्थिरता नहीं प्राप्त कर सकतीं।

(5) h_1 एवं h_2 में लेखाचित्र खींच कर घनत्व ज्ञात करना चाहिए। दोनों ऊंचाइयां जितनी अधिक होंगी, शुद्धता का स्तर उतना ही अधिक होगा।

हल किए हुए प्रश्न

1. एक 15 सें० मी० के करीब लंबी और 3 सें० मी० चौड़ी परख नली में सीसे के छर्रे भरे जाते हैं ताकि वह खड़ी तैरे। एक संकरा वर्गीकृत कागज का टुकड़ा परख-नली के अन्दर ठेला जाता है ताकि वह पैमाने का कार्य करे। अब परख नली को 1·25 वि० गु० के ग्लीसरीन में रखा जाता है, और बाद में जल में। पैमाना (जो ऊपर बढ़ता है) ग्लीसरीन की सतह पर 1·6 सें०मी० और जल की सतह पर 2·8 सें० मी० लक्षित करता है। जब परख नली को तूतिया के घोल में रखते हैं, तो स्केल 2·5 सें० मी० बताता है। तूतिया का आ० घ० निकालो।

मान लो शून्यांक के नीचे परख नली के निमज्जित भाग का आयतन, v है और नली का अनुच्छेद a है। (अनुच्छेद, एक समान माना जायगा)

$\because$ प्रत्येक द्रव की उछाल, छर्रे सहित नली के भार के बराबर है।

$\therefore\ (v+1{\cdot}6a)\times 1{\cdot}25=(v+2{\cdot}8a)=(v+2{\cdot}5a)\times s$

(यहां s, तूतिया का वि० गु० है)

$$\therefore\ \frac{v+1{\cdot}6a}{\frac{1}{1{\cdot}25}}=\frac{v+2{\cdot}8a}{1}=\frac{v+2{\cdot}5a}{\frac{1}{s}}$$

$$\text{यह सब}=\frac{1{\cdot}2a}{1-\frac{1}{1{\cdot}25}}=\frac{{\cdot}3a}{1-1/s}$$

$$\therefore\ {\cdot}3\left(1-\frac{1}{1{\cdot}25}\right)=1{\cdot}2(1-1/s)$$

$$\text{या,}\quad \frac{{\cdot}25}{1{\cdot}25}=4(1-1/s)=4-4/s$$

अर्थात् $\frac{1}{5}=4-4/s$ या, $4/s=4-1/5=\frac{19}{5}$

$\therefore \quad s=\frac{20}{19}=1\cdot05$ लगभग

सामान्य (अस्थिर निमज्जन) तरलमान को बनाने और अंशांकित करने का सिद्धांत, इस उदाहरण से समझा जा सकता है।

2. किसी सामान्य तरलमान की डंडी बेलनाकार है, और उच्चतम तथा निम्नतम अंक 1·0 और 1·3 वि० गु० लक्षित करते हैं। इन अंकों के बीचोबीच का अंक क्या वि० गु० लक्षित करेगा ?

मान लो सबसे ऊंचे और सबसे निचले अंक तक डंडी की लंबाई l है। ऊपर हल किए हुए प्रश्न में व्यवहृत शब्दावली के अनुसार,

$$(v+la)=1\cdot3v$$

$$=\left(+\frac{la}{2}\right)s$$

$\therefore \quad \cdot3v=la;$ अस्तु $\cdot3v+v=(v+\cdot3v/2)s$

या, $1\cdot3=\frac{2\cdot3}{2}s; \qquad s=\frac{2\cdot6}{2\cdot3}=1\cdot13$ लगभग।

3. एक जहाज अपने माल असबाब के साथ समुद्र से नदी में जाने पर α इंच डूबता है। जब वह नदी में है, तो अपना माल उतारने से वह β इंच ऊपर उठता है। फिर समुद्र पर जाने से वह r इंच और ऊपर उठता है। यदि जहाज के किनारे पानी के धरातल से उदग्र स्थिति में व्यवस्थित हों, तो समुद्र के पानी का वि० गु० निकालो।

मान लीजिए जहाज का पहली स्थिति में असबाब सहित भार W, और माल उतारने पर भार W' है; समुद्र में जहाज x इंच डूबता है।

अब यदि a, जहाज का अनुच्छेद है, और ρ अभीष्ट वि० गु० है, तो

$$W=x.a.\rho=(x+\alpha)\,a.$$

$$W'=(x+\alpha-\beta)\,a=(x+\alpha-\beta-r)\,a\rho$$

$$\rho=\frac{x+\alpha}{x}=\frac{x+\alpha-\beta}{x+\alpha-\beta-r}=\frac{\beta}{\beta+r-\alpha}$$

4. पत्थर का एक घनाकार खंड (आयतन 8 घनफीट) एक जंजीर से समुद्र में लटकाया गया है। उसका ऊपरी तल पानी से 1 फुट की गहराई पर है। गणना द्वारा ज्ञात कीजिए कि

(i) ऊपरी तल पर पड़नेवाला संपूर्ण दबाव और (ii) जंजीर में तनाव कितना होगा।

पत्थर का आ० घ० 2·5, वायु का दबाव 15 पौंड प्रति वर्ग इंच है। 1 घन फुट समुद्र के जल का भार 64 पौंड, और उसी आयतन के ताजा पानी का भार = 62·5 पौड।

(यू० पी० बोर्ड, '37)

घन की प्रत्येक भुजा $= 8^{\frac{1}{3}} = 2$ फीट $= 24$ इंच

ऊपरी तल का क्षेत्रफल $= 24^2$ वर्ग इंच $= 576$ वर्ग इंच।

$\therefore$ ऊपरी तल पर वायु का दबाव $= 576 \times 15$ पौंड $= 8640$ पौंड

ऊपरी तल पर 1 फुट जलस्तंभ का दबाव $= 4 \times 64$ पौंड $= 256$ पौंड।

$\therefore$ ऊपरी तल पर कुल दबाव $= (8640 + 256)$ पौंड

$= 8896$ पौंड।

पत्थर का भार $= 8 \times (2{\cdot}5 \times 62{\cdot}5)$ पौंड।

पत्थर पर उछाल $= 8 \times 64$ पौंड $= 512$ पौंड

$\therefore$ पत्थर का भार = जंजीर का तनाव + उछाल

$= 62{\cdot}5 \times 8 \times 2{\cdot}5 =$ अभीष्ट तनाव $+ 512$

अस्तु, अभीष्ट तनाव $= (20 \times 62{\cdot}5 - 512)$ पौंड

$= (1250 - 512)$ पौंड

$= 738$ पौंड।

5. एक लकड़ी का बेलन (वि० गु० $0{\cdot}25$) किसी धातु (वि० गु० $8{\cdot}0$) के बेलन से एक सिरे पर जुड़ा हुआ है। बेलनों का व्यास 2 इंच है। वे एक ही धुरी पर हैं, और क्रमशः 20 इंच और 1 इंच लंबे हैं। यदि यह समूह पानी में रखा जाय, तो उसका कौन सा भाग धरातल के ऊपर रहेगा? (कलकत्ता, '35)

मान लीजिए अभीष्ट लंबाई x है।

समूह का आयतन $= \pi \times 1^2 \ (20 + 1)$ घन इंच $= 21\pi/1728$ घन फीट

समूह का संपूर्ण भार $= [(20\pi/1728) \times 62{\cdot}5 \times {\cdot}25 + \pi/1728 \times 62{\cdot}5 \times 8$ पौंड$]$

$$= \frac{20\pi}{1728} \times 62{\cdot}5 \times {\cdot}25 + \frac{\pi}{1728} \times 62{\cdot}5 \times 8$$

$$= \frac{\pi \times 1^2}{1728} \times (l - x) \times 62{\cdot}5,$$ यदि l संपूर्ण लंबाई है।

$\because \quad \pi \times 1^2 l = 21\pi; \quad \therefore l = 21$

$(20 \times {\cdot}25 + 8) = 21 - x$

या, $21 - x = 13$

अर्थात् $x = 8$ इंच।

प्रश्नावली

1. एक बर्फ का टुकड़ा (आ० घ० $\cdot 9$) ऊपर तक जल से भरे एक बर्तन में तैरता है। उसके आयतन का कौन-सा अंश जल के तल के ऊपर होगा? (यू०पी०बोर्ड,'41) (उत्तर $\frac{1}{10}$)
2. एक गुब्बारे का आयतन 1000 घन मीटर है। वह कितना भार उठा सकेगा जबकि वह (i) हाइड्रोजन से भरा जाय (ii) हीलियम से भरा जाय। (यू० पी० बोर्ड, '39) (उत्तर (i) 1203 किलोग्राम, (ii) 1114 किलोग्राम)

3. तुम्हें विशिष्ट गुरुत्व बोतल, काफी मट्टी का तेल और पानी, गर्म करने की व्यवस्था और विभिन्न तापों पर जल के घनत्व की तालिका दी हुई है। कमरे का ताप 30° सें० ग्रे० होने पर 50° सें० ग्रे० के मिट्टी के तेल का घनत्व कैसे निकालोगे ?
(पटना, '32)

4. निकल्सन तरलमान को बिना तोले द्रव का वि० गु० कैसे निकालोगे ? तरलमान को निश्चित् चिन्ह तक जल में डुबाने के लिए पलड़े पर 60·3 ग्राम रखने पड़ते हैं। और उसी चिह्न तक अल्कोहल में डुबाने के लिए केवल 6·8 ग्राम रखने पड़ते हैं। यदि तरलमान का भार 200 ग्राम है, तो अल्कोहल का वि० गु० क्या है ?
(**कलकत्ता**, '31) (**उत्तर**, ·794)

5. एक खारे पानी (वि० गु = 1·025) की झील की सतह पर एक वस्तु (वि० गु० 2·505) धीरे से छोड़ दी जाती है। यदि झील की गहराई चौथाई मील हो, तो वस्तु को तली तक पहुंचाने में कितना समय लगेगा ? (**पटना**, '41)
(**उत्तर**, $\frac{66\cdot8}{\sqrt{32}}$ सेकिंड)

6. पारा (घनत्व 13·6) तथा एक और द्रव जो पानी से नहीं घुल मिल सकते, एक यू-नली की भुजाओं में रखे जाते हैं, और पारे तथा उस द्रव की सतह उनके उभयनिष्ठ धरातल से क्रमशः 3 और 28 सें० मी० की ऊंचाई पर हैं। द्रव का घनत्व निकालो। यदि पूरी यू–नली को पानी में ऐसा डुबोया जाय कि पानी नली की दोनों भुजाओं में भर जाय, तो बताओ कि क्या परिवर्तन होगा ? (**पटना**, '38) (**उत्तर**, 1·457)

7. यू-नली की दो भुजाओं के अनुच्छेदों का क्षेत्रफल क्रमशः 10 वर्ग सें० मी० और 1 वर्ग मि० मी० है। दोनों नलियों के निचले भाग में पारा है (वि० गु० 13·6) चौड़ी नली में कितना जल डाला जाय कि संकरी नली में पारा, 1 सें० मी० चढ़ जाय।
(**उत्तर**, 136·136 घन सें० मी०)

8. 1·85 वि० गु० के द्रव के 7 घन सें० मी० और 5 घन सें० मी० पानी को मिलाकर एक घोल बनाते हैं, जिसका वि० गु० 1·615 है। घोल में क्या सिकुड़न होगी ?
(**उत्तर**, ·89 घन सें० मी०)

9. एक परख-नली में छर्रे भर कर उसे एक निश्चित चिह्न तक अल्कोहल में डुबाया जाता है। छर्रों और नली का भार 17·1 ग्राम है। तब नली को जल में रख कर उसमें छर्रे भर कर उसी चिह्न तक डुबाया जाता है; अब नली और छर्रों का भार 20·3 ग्राम है। अल्कोहल का वि० गु० ज्ञात करो। (**पटना**, '22) (**उत्तर**, 84)

10. विशिष्ट गुरुत्व बोतल से न घुलने वाले बुरादे का वि० गु० कैसे निकालोगे ? एक रिक्त वि० गु० बोतल की तोल 14·72 ग्राम है; पानी से पूरा भरने पर 39·74 ग्राम और नमक के घोल से भरने पर 44·85 ग्राम है। घोल का वि० गु० क्या है।
(**कलकत्ता**, '34) (**उत्तर**, 1·204)

11. एक गुब्बारे का आयतन 1000 घन मीटर है। वह कितना भार उठा सकेगा, जबकि वह (क) हाइड्रोजन से भरा जावे (ख) हीलियम से भरा जावे। हाइड्रोजन का घनत्व ·09 ग्राम प्रति लिटर, हीलियम का घनत्व, हाइड्रोजन से दुगना और हवा से 14 गुना है। (**यू० पी० बोर्ड**, '39)
(**उत्तर**, 1170 किलोग्राम, 1080 किलोग्राम)

अध्याय 12

वातिकी (Pneumatics)

वायुमंडल :—पृथ्वी के चारों ओर हवा का घेरा फैला हुआ है। इसे वायुमंडल कहते हैं। इसकी ऊंचाई कई सौ मील तक अनु मान की गई है। ऊपर जाने पर पहले तो घनत्व में शीघ्रता से कमी होती है। तत्पश्चात् घनत्व धीरे-धीरे घटता है। पूर्ण रूप से शून्यीकरण (vacuum) वास्तव में कहीं नहीं होता।

वायुमंडल को मोटे रूप से चार खंडों में विभक्त किया जा सकता है : (i) परिवर्त्तमंडल (troposphere) (ii) समताप मंडल (stratosphere) (iii) ओजोन मंडल (ozonosphere) एवं (iv) अयन मंडल (ionosphere)।

प्रथम खंड में ताप ऊँचाई के साथ घटता जाता है। उसकी ऊंचाई लगभग $6\frac{1}{2}$ मील है। इसके ऊपर समताप मंडल (stratosphere) पाया जाता है, जिसमें ताप ऊंचाई के साथ थोड़ा-थोड़ा बढ़ता जाता है। इन दोनों खंडों के बीच एक पतली तह रहती है, जिसमें ताप स्थिर रहता है। तीसरे खंड में एक ओजोन (ozone) की तह रहती है, जो सूर्य से आनेवाली पारबैंजनी (ultraviolet) किरणों को शोषित करती है। पृथ्वी से जानेवाली ध्वनि की तरंगें इसके द्वारा परावर्तित होती हैं। ओजोन तह के ऊपर कई आयनीकृत (ionised) तहें होती हैं, जो स्वतंत्र ऋणात्मक विद्युत् कणों (इलेक्ट्रॉन) के सघन पुंजों से बनी होती हैं। ये तहें विद्युत् की सुचालक होती हैं। इनमें केनेली हैवीसाइड (Kennely Heaviside) और ऐपिलटन (Appleton) तहें प्रमुख हैं। तहों की ऊंचाई बहुत से कारणों से घटती-बढ़ती रहती है। संध्या के समय ये ऊपर उठ जाती हैं। रात्रि के समय अधिक ऊंचाई के कारण, रेडियो की छोटी तरंगें इनके द्वारा दूर तक परावर्तित होती हैं।

वायु में भार होता है—

(1) एक बड़े फ्लास्क में रबड़ का कार्क लगा कर उसमें से एक शीशे की नली निकालो। इसको एक रबड़ की नली से जोड़ दो, जिसमें क्लिप लगा हो। फ्लास्क में कुछ जल को क्लिप खोल कर उबालो। थोड़ी देर बाद क्लिप बन्द कर दो और ज्वाला को हटा दो। ठंडा होने पर फ्लास्क को तोल लो। फिर क्लिप खोल दो, जिससे वायु बाहर से घुस आये। दुबारा तोलने पर फ्लास्क का भार अधिक आयेगा। फ्लास्क में समा जाने वाली वायु का भार इन तोलों के अन्तर से प्रकट होगा।

(2) लगभग 4 इंच व्यास के एक गोले को रोधनी से बन्द करके, उसको वायुरिक्त कर दो और तोल लो। फिर रोधनी खोल कर वायु को प्रविष्ट कराओ। दुबारा तोलने पर भार की वृद्धि, वायु के भार को प्रकट करेगी (ऑटो वॉन ग्वेरिक का प्रयोग)।

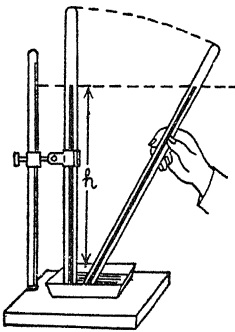
वायु में दबाव होता है—

(1) शीशे के फ्लास्क में एक थिसिल कीप और एक क्लिप से आयुक्त समकोणिक नली लगाओ। कीप के मुंह पर रबड़ की एक पतली झिल्ली कस कर बांध दो। क्लिप खोल कर वायु के मुंह से खींचने पर झिल्ली धंसने लगेगी और अधिक खींचने पर फट जायेगी।

(2) दो पीतल के खोखले अर्धगोले (hemispheres) एक ही आकार के लो, जो एक दूसरे में पूर्णतः सट सकें, और उनको वायुरुद्ध (air-tight) कर दो। एक अधगोले में किसी निकास नली और रोधनी द्वारा वायुरिक्त करने की व्यवस्था करो। दूसरे गोले में हैंडिल लगा दो। अब पहले गोले को वायु रिक्त करने पर, हैंडिल द्वारा पृथक् करने के लिए बहुत बल लगाना होगा। (मैग्डेबर्ग गोलों का प्रयोग)। वायु रिक्ति के कारण, चारों ओर से गोलों पर बाहरी हवा का बल उनको जकड़ देता है। अंदर की वायु का दबाव नष्टप्राय होने के कारण, बाहरी दबाव से बहुत बल उत्पन्न होता है।

चित्र 134

प्रकृति शून्यीकरण (vacuum) से डरती है—Nature abhors vacuum—यह अरस्तू का सिद्धान्त था। इसका अभिप्राय है कि जब कभी आंशिक शून्य उत्पन्न होता है, तो प्रकृति उसे तत्क्षण भर देती है। इसी नियम के अनुसार वायु रिक्त नली में जल चढ़ता है। पर चूषण पंप द्वारा गहरे कुएँ से जल नहीं खिंच पाता। यह बात इस सिद्धान्त का खंडन करने वाली प्रतीत होती है। इसकी सही व्याख्या टॉरीसेली (Toricelli) ने की।

टॉरीसेली का प्रयोग :—एक मीटर लम्बी एक मोटी शीशे की नली लेकर उसे पारे से भरो। खुले सिरे को अंगूठे से बन्द करके, नली को एक पारे की नांद में उलट दो। पारा गिर कर 30″ या 76 सें० मी० की ऊँचाई पर रुक जाता है। नली को टेढ़ा करने पर पारा ऊपर चढ़ जाता है, पर नांद में द्रव तल से नली के पारे के तल की उदग्र ऊंचाई स्थिर रहती है। नली में पारे के ऊपर का रिक्त स्थान (जिसमें पारे की वाष्प रहती है), टॉरीसेली का शून्य कहलाता है। यदि इस स्थान पर नीचे से वायु के बुलबुले चले जायें, तो उनके नीचे की ओर दबाव के कारण पारे का तल कुछ गिर जाता है।

चित्र 135

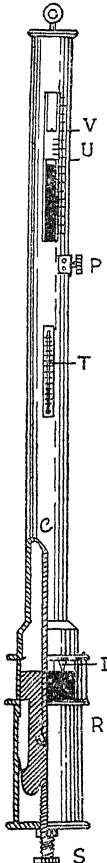
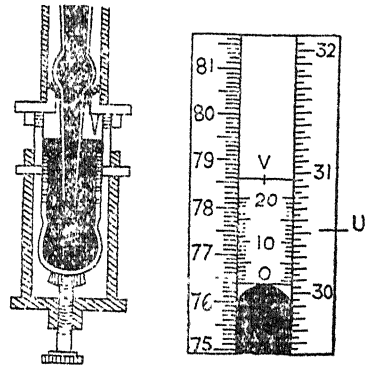
इस प्रयोग में पारे का स्तंभ वायुमंडलीय दबाव द्वारा संधारित है। इस दबाव की मात्रा $h\rho g$ है (यहां h और ρ क्रमशः द्रव स्तंभ की उदग्र ऊंचाई और द्रव का घनत्व सूचित करते हैं।) वायुमंडलीय घनत्व की कमी से

दबाव कम हो जाता है, और पारे के स्तंभ की ऊंचाई कम हो जाती है। इस व्यवस्था को बैरोमीटर कहते हैं। जल वाष्प के आधिक्य से वायु का घनत्व कम हो जाता है, जिससे पारे का स्तंभ गिर जाता है। इस प्रकार के गिराव से आगामी वर्षा की सूचना मिलती है। द्रव स्तंभ के शीघ्र गिरने से तूफान का संकेत मिलता है। ऊंचा द्रव-स्तंभ, शुष्क ऋतु प्रकट करता है।

यदि हम बैरोमीटर को एक लम्बे जार में बन्द करके, जार को वायुरिक्त करें, तो द्रव-स्तंभ गिर जाता है। इससे स्पष्ट है कि द्रव, ऊपर के शून्य स्थल के कारण नहीं, वरन् वायुमंडलीय दबाव के ही कारण बैरोमीटर में चढ़ता है।

बैरोमीटर :—ये कई प्रकार के होते हैं। पारे के बैरोमीटर दो स्वरूपों में मिलते हैं—नांद एवं साइफन बैरोमीटर।

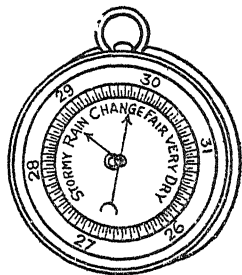
(i) **फार्टिन का बैरोमीटर** :—यह पारे का सिस्टर्न (cistern) बैरोमीटर है। बैरोमीटर नली को शुद्ध, शुष्क एवं वायुविहीन कर पारे से भर कर पारे की नांद पर उल्टा खड़ा कर देते हैं। नली को एक लम्बे पीतल के आवरण में बन्द कर देते हैं। आवरण के सामने की ओर ऊपरी भाग में एक आयताकार झिरी रहती है। पीछे की ओर एक छोटा दर्पण रहता है। झिरी में से पारे के तल को देखा जा सकता है। पारे के अर्द्धेन्दु को एक स्केल पर दर्पण की सहायता से पढ़ा जा सकता है। यह स्केल झिरी के दोनों ओर क्रमशः इंचों और सेंटीमीटरों में अंकित रहता है। स्केल के साथ एक चलनशील वर्नियर का आयोजन रहता है, जो दंड चक्री (rack & pinion) व्यवस्था के मूठ द्वारा चलाया जाता है।

नांद का ऊपरी भाग, एक शीशे के बेलन का बना होता है, जिसमें से पारे का तल देखा जा सकता है। यह बेलन एक लकड़ी के बेलन में फिट रहता है, जिसका निचला सिरा एक शमोई (chamois) चमड़े के थैले में बन्द रहता है। इस थैले में एक लकड़ी का तला होता है, जिस पर आधार का पेंच दबाव डालता है। यह पेंच, टंकी को आवृत्त करने वाले पीतल के आवरण में से निकलता है। इसके द्वारा टंकी (नांद) में पारे का तल इच्छानुसार ऊंचा-नीचा किया जा सकता है।

चित्र 137

चित्र 136

पाठ लेते समय यह तल, नांद के ढक्कन पर स्थापित एक हाथीदांत के निर्देशक को संस्पर्श करता है। निर्देशक की नोक, मुख्य स्केल के शून्य के क्षैतिज तल पर व्यवस्थित होती है। बैरोमीटर की नली ऊपर की ओर चौड़ी होती है, जिससे तल-तनाव (surface tension) का प्रभाव न पड़े। आगे जाकर वह पतली हो जाती है। और ऊपर जाकर इसमें कुछ उभार आ जाता है, जो एक चमड़े की गद्दी पर ठहरता है। गद्दी के छिद्रों द्वारा वायुमंडलीय दबाव बाहर से भीतर की ओर पड़ता है। व्यवस्थापन के समय पारे के तल के स्थायित्व को रखने के लिए ही नली को पतला बनाया जाता है।

पाठ लेते समय हाथी दांत के निर्देशक को पारे के तल से स्पर्श कराया जाता है। जब निर्देशक की नोक नीचे रखे हुए पारे में अपना उल्टा प्रतिबिम्ब छूने लगे, तब यह अवस्था शुद्धता से प्राप्त होती है। तब पारे के तल के स्तर पर आंख रख कर (झिरी में से देखते हुए), वर्नियर को खिसकाते हैं, जिससे उसका निचला किनारा उतल पारे के तल को छूने लगे। मुख्य पैमाने और वर्नियर के संयोजित पाठ से बैरोमीटर के स्तंभ की ऊंचाई ज्ञात की जाती है। आवरण पर व्यवस्थित एक तापमान (thermometer) द्वारा बायुमंडलीय ताप (temperature) का ज्ञान होता है।

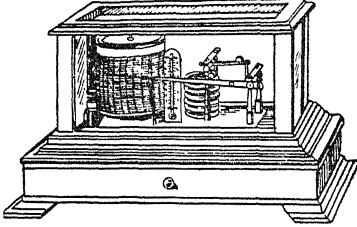
(ii) **साइफन बैरोमीटर** :—यह एक यू–नली है, जिसकी भुजाएं असमान होती हैं। छोटी भुजा नांद (cistern) का कार्य करती है। बड़ी भुजा ऊपर से बन्द रहती है। पारे के तल को दूषित होने से बचाने के लिए छोटी भुजा को ऊपर से बन्द करके किनारे के एक छिद्र द्वारा वायु आने देते हैं। दोनों भुजाओं को एक पतली नली द्वारा संबद्ध करते हैं, जिससे टेढ़ा करने पर बड़ी भुजा में वायु न आ सके। इस यंत्र को एक लकड़ी के तख्ते पर जड़ दिया जाता है। भुजाओं से सटे स्केलों द्वारा दोनों ओर के पारे के तलों का अन्तर ज्ञात किया जा सकता है, जिससे बैरोमीटर के स्तंभ की ऊंचाई निर्धारित हो सकती है। चित्र 138.

ऋतु ग्लास (Weather Glass), इसी प्रकार का एक बैरोमीटर है। इसमें छोटी भुजा के सामने एक डॉयल रहता है, जिस पर तूफान, वर्षा आदि के चिह्न रहते हैं। डॉयल पर एक निर्देशक की स्थिति द्वारा इंचों में दबाव ज्ञात हो जाता है, और ऋतु का बोध भी हो जाता है।

चित्र 138

चित्र 139

द्रवहीन (Aneroid) **बैरोमीटर** :—यह एक बेलनाकार बर्तन होता है, जिसे वायुरिक्त करके एक लचकदार धातु की झिल्ली से बन्द करते हैं। झिल्ली पर खरोंचे (Corrugation) रहते हैं, जिससे वह बाहरी

दबाव के कारण विशेष रूप से दब जाती है। झिल्ली की सूक्ष्मगति को लीवरों की व्यवस्था द्वारा संवर्धित करके एक निर्देशक द्वारा पाठ लेते हैं।

वायुमंडलीय दबाव के अविरल अभिलेखन के लिए, **बैरोग्राफ** (Barograph) का प्रयोग करते हैं। यह एक द्रवहीन बैरोमीटर है, जिसमें एक वर्गीकृत कागज पर, एक लम्बे लीवर के सिरे पर लगे कलम द्वारा अभिलेखन होता है। यह कागज एक बेलन पर लिपटा रहता है, जो एक घटिका-क्रम द्वारा घुमाया जाता है।

चित्र 140

बैरोमीटर के पाठ का परिशोधन :— बैरोमीटर का प्रामाणिक पाठ 0° सेंटीग्रेड, पर 45° अक्षांश में समुद्र तल पर होता है। अपने पाठ को प्रामाणिक ऊंचाई में परिणत करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :–

$$H_{\circ}=H\{1-t(c-l)\}\{1-{\cdot}00257\cos 2\lambda-1{\cdot}96\, s\times 10^{-9}\}$$

यहां संकेतों के अर्थ नीचे दिए जाते हैं।

$H_{\circ}$—प्रामाणिक परिशोधित पाठ

H—निरीक्षित पाठ

c—पारे का आयतन प्रसार गुणक

l—बैरोमीटर से संबद्ध स्केल का लम्ब-प्रसार गुणक

t—वायुमंडल का ताप

λ—अक्षांश

s—समुद्र तल से ऊंचाई।

बैरोमीटर, दबाव (बल प्रति वर्ग सें० मी०) को प्रकट करता है। इसलिए नली की चौड़ाई का बैरोमीटर की ऊंचाई पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

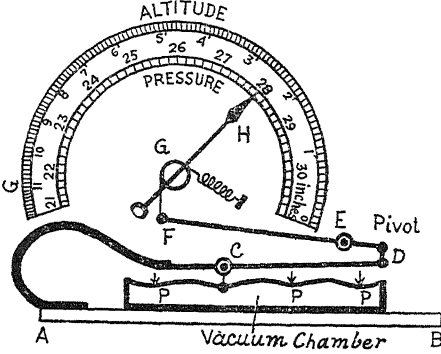
बैरोमीटर के पाठ, लक्षणों को प्रकट करते हैं। ये पाठ पूर्णतः विश्वसनीय नहीं होते।

यदि दबाव को डाइन प्रति वर्ग सें० मी० में व्यक्त करें, तो वायुमंडलीय दबाव $=76\times 13{\cdot}6\times 981=1{\cdot}013\times 10^{6}$ डाइन प्रति वर्ग सें० मी० होगा।

पारे का कम ऊंचा स्तंभ वायुमंडल के दबाव से सधता है। पारा, शीशे को गीला नहीं करता और न तेजी से वाष्पीकृत होता है। द्रव चमकीला होने के कारण पाठ लेने में भी सुविधा होती है।

ऊंचाई मापक यंत्र (Altimeters) :—थोड़ी ऊंचाइयों तक, 900 फीट चढ़ने में लगभग 1″ पारे का स्तंभ गिरता है। इसलिए बैरोमीटर के पाठ से ऊंचाई का

अनुमान लगाया जा सकता है। ऊंचाई पर ले जाने के लिए द्रवहीन बैरोमीटर विशेष उपयुक्त होते हैं।

धातु के एक बक्स की छत लचकदार और खरोंचेदार (Corrugated) होती है। यह एक लीवरों की प्रणाली से जुड़ी रहती है। वायुमंडलीय दाब से छत कुछ धंस जाती है, जिससे आयोजित लीवर का एक सिरा कुछ नीचे आ जाता है, और दूसरा सिरा लीवर की क्रिया से काफी उठ जाता है। उठनेवाले सिरे से संबद्ध डोरा एक तकुआ (spindle) के ऊपर लिपटता हुआ, दूसरी ओर एक कमानी से जुड़ा रहता है। तकुए (spindle) के ऊपरी सिरे पर एक समकोणिक निर्देशक रहता है, जो एक वृत्तीय पैमाने पर टिका रहता है।

चित्र 141

दबाव के पैमाने के संकेन्द्रिक ऊंचाई प्रकट करने का एक वृत्तीय पैमाना होता है। बैरोमीटर के पैमाने को एक प्रामाणिक पारे के बैरोमीटर की सहायता से सेंटीमीटरों अथवा इंचों में अंकित किया जाता है। गुब्बारों के अवलोकनों द्वारा निर्मित एक चार्ट की सहायता से ऊंचाई (altitude) के पैमाने को अंशांकित किया जाता है।

मनुष्य के शरीर पर दबाव :—पृथ्वी के तल पर सर्वत्र वायुमंडलीय दबाव, 15 पौंड प्रति वर्ग इंच है। औसत मनुष्य के शरीर का क्षेत्रफल 16 वर्गफीट है। अस्तु, शरीर पर वायु का कुल धक्का ($15 \times 16 \times 144$) पौंड अथवा 15 टन के भार के बराबर पड़ता है। हमारा शरीर इतने बड़े बोझ को कैसे संभालता है? कारण यह है कि हमारे शरीर के भीतर फेफड़ों में वायु रहती है। इसके बाहर की ओर चारों ओर से समान दबाव के कारण, शरीर पर परिणामी बल बहुत कम रह जाता है। वास्तव में बाहरी वायु के बल के कम हो जाने से असुविधा होती है। इसीलिए पहाड़ों पर विरल वायु के कारण सांस लेने में कठिनाई होती है। गोताखोरों को अपना कार्य प्राय: अत्यधिक दबाव की स्थिति में करना पड़ता है। वायु के ऑक्सीजन को खून सोख लेता है और नाइट्रोजन पृथक् होकर मांस-पेशियों में से वेगपूर्वक निकलता है, जिससे कष्ट होता है, और मृत्यु तक हो जाने की संभावना है। गोताखोरों को धीरे-धीरे चढ़ना चाहिए जिससे नाइट्रोजन सुगमता से फेफड़ों में आकर बाहर निकल जाये।

गुब्बारा, वायुपोत और पैराशूट (Balloon, Air-ship & Parachute) :—

यदि किसी पिंड का भार, उसके द्वारा विस्थापित तरल के भार (अर्थात् तरल उछाल) से कम हो, तो पिंड ऊपर उठेगा। गुब्बारा इसी सिद्धान्त पर आधारित है। इसमें वायु से हल्की गैस (हाइड्रोजन, हीलियम आदि) भरी जाती है। यदि V, एवं V' क्रमशः गुब्बारे के वाह्य एवं आंतरिक आयतन को प्रकट करें और d तथा d', वायु एवं गैस के घनत्व हों, तो वायु की उछाल $= Vd$ तथा गुब्बारे में बन्द गैस का भार $= V'd'$ गुब्बारे की उत्थापक शक्ति $(Vd - V'd') = V(d - d')$ लगभग ($\because$ V और V' में अधिक अंतर नहीं है)

हाइड्रोजन एवं हीलियम वायु से क्रमशः ·0694 एवं ·1388 गुना भारी हैं (अर्थात् हीलियम का घनत्व, हाइड्रोजन से दुगुना है) इसलिए, हाइड्रोजन से भरे गुब्बारे की उत्थापन शक्ति $= V(d - \cdot 0694d) = 0\cdot 9306\ Vd$ हीलियम से भरने पर उत्था-पन-शक्ति $= V(d - \cdot 1388d) = 0\cdot 8612\ Vd$. अस्तु, दोनों की उत्थापन-शक्तियां लगभग बराबर हैं।

वायुपोत भी इसी सिद्धान्त पर कार्य करता है। इसे चलाने के लिए इंजिन लगे होते हैं। हाइड्रोजन सस्ती और हल्की होने के कारण अधिक उपयुक्त प्रतीत होती है, पर उसमें आग लगने का अधिक भय रहता है। हीलियम में यह भय नहीं होता।

पैराशूट छतरी की तरह बना होता है। यह वायु प्रतिरोध का सृजन करता है, जिससे पिंडों के गिरने में रुकावट पड़ती है।

ब्वॉयल का नियम:—रौबर्ट ब्वॉयल (1627–1691) एक ऑयरिश वैज्ञानिक था। उसने निम्न नियम का प्रतिपादन किया।

'स्थिर ताप (temperature) पर, गैस की किसी दी हुई संहति का आयतन उसके दबाव का उत्क्रमानुपाती होता है।'

यदि P एवं V, क्रमशः गैस के दबाव एवं आयतन को प्रकट करें, तो $P \propto 1/V$ अर्थात् $P/1/V = K$ (स्थिरांक)

$\therefore\ PV = K$

अस्तु, यदि $P_1, P_2, P_3 \ldots$ गैस की निश्चित् संहति के दबावों, एवं $V_1, V_2, V_3 \ldots$ उसके तत्संगत आयतनों को व्यक्त करें, तो $P_1V_1 = P_2V_2 = \ldots\ldots P_nV_n =$ स्थिरांक।

यदि गैस की संहति और घनत्व m तथा ρ द्वारा व्यक्त हों, तो

$$PV = P \times \frac{m}{\rho} = K \text{ या } \frac{P}{\rho} = \frac{K}{m} = C \text{ (स्थिरांक)}$$

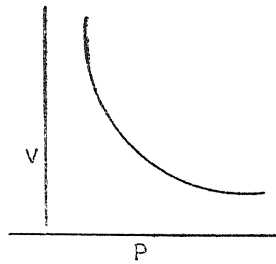
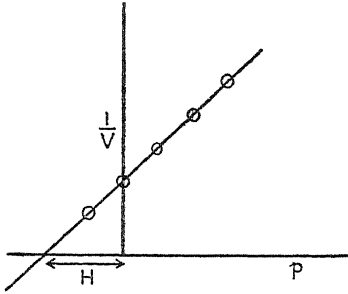
(स्थिरांक K, गैस की संहति के समानुपाती होता है, पर स्थिरांक C, संहति पर निर्भर नहीं। K और C दोनों गैस की विशिष्टता (nature) पर आधारित हैं।)

अस्तु, व्वायल के नियम को इस प्रकार भी व्यक्त किया जाता है:—**किसी गैस का दबाव, उसके घनत्व के समानुपाती होता है।**

प्रयोगशाला में सत्यापन :—एक ब्वॉयल नियम की नली (शीशे की एक बन्द नली) को एक लचकदार रबड़ की नली द्वारा एक दूसरी शीशे की नली से जोड़ दो, जिसका ऊपरी सिरा खुला हो (सामान्यतः यह नली, ब्वॉयल नली से कुछ चौड़ी होती है)। बन्द नली में आंशिक रूप से शुष्क गैस भर दी जाती है। रबड़ की नली और दोनों शीशे की नलियों में कुछ ऊंचाई तक पारा भर दिया जाता है। यदि बन्द नली का अनुच्छेद एकसमान हो, तो उसमें बन्द गैस का आयतन, पारे के ऊपर की नली की लंबाई के समानुपाती होगा। अन्यथा इस नली को अंशांकित कर देते हैं, जिससे आयतन का पाठ सीधे मिल सके। यह व्यवस्था एक लकड़ी के बोर्ड पर जड़ी रहती है। खुली नली को ऊपर-नीचे खिसकाया जा सकता है। दोनों नलियों के बीच में बोर्ड पर एक लकड़ी का उदग्र पैमाना लगा रहता है, जिससे दोनों ओर के पारे के तलों का पाठ लिया जाता है, और समान परिच्छेद की बंद नली में गैस के आयतन के समानुपाती पारे के तल के ऊपर की लंबाई का भी पाठ लिया जा सकता है। (बंद नली में गैस भरने के लिये एक रोधनी की व्यवस्था रहती है)। दोनों नलियों में पारे के तलों के अंतर द्वारा बंद गैस तथा वायमंडलीय हवा के दबावों का अंतर ज्ञात किया जा सकता है। यदि बंद नली में पारे का तल, दूसरी नली के सापेक्ष नीचा है तो बंद गैस का दबाव अधिक होगा (अर्थात् बंद गैस का आधिक्य दबाव, धनात्मक होगा)। यदि वह ऊंचा है, तो बंद गैस का दबाव कम होगा (अर्थात् बंद गैस का आधिक्य दबाव, ऋणात्मक होगा)। यदि H, (वायुमंडलीय दबाव बैरोमीटर में पारे के स्तंभ की ऊंचाई) प्रकट करे, और h दबावान्तर है, तो इन दोनों स्थितियों में बंद गैस का दबाव क्रमशः $H+h$ एवं $(H-h)$ होगा। वायुमंडलीय दबाव, बैरोमीटर से देख कर बंद गैस का दबाव P $(=H\pm h)$ निकाल लेते हैं। बैरोमीटर का पाठ, प्रयोग के प्रारंभ और अंत में लेकर उनका मध्यमान निकालना चाहिए। खुली नली को धीरे-धीरे खिसकाना चाहिए, जिससे ताप (temperature) परिवर्तन न हो।

हमको तीनों प्रकार के पाठ लेना चाहिए (अर्थात् जब बंद नली में पारे का तल, दूसरी ओर के तल के सापेक्ष ऊंचा, नीचा या बराबर हो) P एवं V का लेखाचित्र, एक आयताकार अतिपरवलय (Rectangular Hyperbola) मिलेगा। $P-1/V$ तथा $\log P$-$\log V$ के लेखाचित्र मूल बिन्दुगामी सरल रेखाएं होंगे।

चित्र 142

वायुमंडलीय दबाव का निर्धारण :—यदि वायुमंडलीय दबाव के सापेक्ष, बंद नली में गैस के दबाव (excess pressure) के आधिक्य p एवं $1/V$ (आयतन का विलोम) में एक लेखाचित्र खींचे तो वह आधिक्य दबाव के अक्ष को

ऋणात्मक दिशा में काटेगा। मूल-विन्दु से इस कटान विन्दु की दूरी H (वायु-मंडलीय दबाव) होगी।

चित्र 143

इसको संक्षेप में इस प्रकार समझा जा सकता है। बॉयल के नियमानुसार,

$P.V=K$ या $(H+p)V=K$;

$\therefore H+p=K/V$.

जब $1/V=0$, तो $H+p=0$,

अर्थात् $p=-H$.

ब्वॉयल नियम के आधार पर वायुमंडलीय दबाव का निर्धारण :—किन्ही दो स्थितियों में दबावाधिक्य और आयतन के ज्ञान से, बिना लेखाचित्र की सहायता के, वायुमंडलीय दबाव H की गणना की जा सकती है। यदि p_1, p_2 क्रमशः इन स्थितियों में दबावाधिक्य (धनात्मक, ऋणात्मक अथवा शून्य) और V_1, V_2 तत्संगत आयतन हों तो, $(H+p_1)V_1=(H+p_2)V_2$ या $H(V_1-V_2)=p_2V_2-p_1V_1$

$$\therefore H=\frac{p_2V_2-p_1V_1}{V_1-V_2}.$$

लेखाचित्र की विधि अधिक श्रेष्ठ है, क्योंकि उससे औसत मान निकलता है।

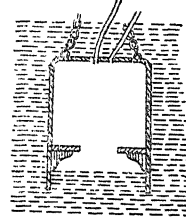
ब्वॉयल नियम के सत्यापन की दूसरी विधि :—एक मीटर के लगभग लंबी एक शीशे की नली लो, जिसका अनुच्छेदीय व्यास 2 मि० मी० के लगभग हो, और एक सिरा खुला तथा दूसरा बंद हो। इसमें 25 सें० मी० के लगभग लंबा एक पारे का सूत्र लो। इस लंबाई को h द्वारा प्रकट करो।

खुले सिरे को नीचे रख कर, पारे के ऊपरी तल और बंद सिरे के बीच की लंबाई l_1 ज्ञात कर लो। इस स्थिति में बंद वायु का दबाव $(H-h)$ है। नली को उलट कर पारे के निम्न तल और बंद सिरे के बीच की उदग्र दूरी h ज्ञात कर लो। अब बंद वायु के स्तंभ की लम्बाई l_2 पढ़ लो।

बॉयली नियमानुसार, $(H-h)l_1=(H+h)l_2$

$$\therefore H(l_1-l_2)=hl_2+hl_1 \text{ या } H=\frac{h(l_1+l_2)}{l_1-l_2}.$$

इस प्रकार वायुमंडलीय दबाव का निर्धारण किया जा सकता है। यदि h को बदल बदल कर पाठ लिया जाय, तो $h(l_1+l_2)/(l_1-l_2)=$स्थिरांक। इस प्रकार बॉयल का नियम सत्यापित हो सकता है।

डुबकनी घंटी (Diving Bell) :—यह खोखलाकार धातु का बेलनाकार बर्तन होता है, जो नीचे की ओर खुला रहता है। इसको पानी में डुबाने से जैसे-जैसे वह नीचे जाती है, तैसे-तैसे दवाव बढ़ने से बर्तन की वायु सिकुड़ती जाती है, और वर्तन में नीचे से पानी आकर चढ़ता जाता है। घंटी को लटकाने के लिए सुदृढ़ जंजीरों का प्रयोग किया जाता है। घंटी को डुबाने से हटाए हुए द्रव का भार कम हो जाता है, और जंजीरों का तनाव बढ़ता जाता है। घंटी की सहायता से गोताखोर लोग पानी के गहरे तल में कुछ काम कर सकते हैं। उन्हें जल के चढ़ने से असुविधा होती है। इसलिए, एक नली के द्वारा पंप से घंटी के अन्दर ताजी वायु का प्रवेश कराते हैं, जिससे गोताखोर सांस ले सकें और घंटी में पानी न घुस सके।

चित्र 144

वानडेर वाल्स का समीकरण (Vander Waal's Equation) :—ब्वॉयल की परिकल्पना में दो महत्वपूर्ण बातों पर कोई विचार नहीं किया गया—

(i) **अणुओं का वास्तविक आकार**—इसके कारण उन्मुक्त आयतन (Free Volume) कम हो जाता है। यह सिद्ध किया जा सकता है कि प्रभावकारी आयतन $(V-b)$ होगा, जहां b=समस्त अणुओं के आयतन का चार गुना।

(ii) **अणुओं का पारस्परिक आकर्षण**—भीतरी भाग में स्थित किसी अणु पर चारों ओर से समान वल पड़ने के कारण वह संतुलित रहेगा। पर संधारक (enclosuse) की दीवालों के निकट स्थिति भिन्न होगी और अणु दीवालों पर कुछ कम वल से टकरायेंगे, क्योंकि उधर अणुओं का अभाव है। दबाव की यह न्यूनता (pressure defect) अणुओं की संख्या एवं दीवाल से अणुओं की प्रति सेकंड टक्करों की संख्या के समानुपाती होती है। ये दोनों ही घनत्व के समानुपाती होते हैं। अस्तु, निर्दिष्ट न्यूनता घनत्व के वर्ग के समानुपाती होती है, अर्थात् आयतन के वर्ग के उत्क्रमानुपाती होती है। इसे a/V_2 द्वारा व्यक्त किया जा सकता है, जहां a एक नियतांक है।

इन तकणाओं के आधार पर वानडेर वाल्स (Vander Waals) ने समतापीय स्थिति के लिए ब्वॉयल नियम की वजाय निम्न सूत्र की प्रतिष्ठा की :—

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)\ (V-b)=k \text{ नियतांक}$$

रॉबर्ट ब्वॉयल (1627–91)—यह अर्ल ऑफ कार्क के 14 वें पुत्र थे। ये मंस्टर के लिसमोर स्थान में पैदा हुए थे। लंदन में शिक्षा प्राप्त करके इन्होंने पूरे महाप्रदेश का भ्रमण किया। इटली में गैलीलियों के कार्य का इन पर वहुत प्रभाव हुआ। इंग्लैण्ड

लौटकर वे 'रॉयल सोसाइटी' के भवन में रहने लगे, जिसको 1662 में चार्ल्स द्वितीय ने स्थापित किया था। ये पहले व्यक्ति थे, जिन्होंने एक यू-नली की एक भुजा को खुला रख कर, दूसरी भुजा में पारे के ऊपर वायु को बन्द करने की तरकीब निकाली। इंग्लैण्ड में Invisible College में (जिसके ब्वॉयल सदस्य थे) उनकी मित्रता राबर्ट हुक से हुई, जिनकी सहायता से उन्होंने वायु-पंप बनाया और वायु के दबाव और आयतन में संबंध का अध्ययन किया। अपने प्रयोगों से उन्होंने वह सुविख्यात नियम निकाला, जो उनके नाम से प्रचलित है; उसी समय इस नियम की खोज, फ्रांस में, स्वतंत्र रूप से मैरियट (Mariotte) ने की, और महाद्वीप (continent) में यह नियम उसी के नाम से प्रसिद्ध है। इन्होंने रासायनिक विश्लेषण द्वारा तत्वों का क्रमबद्ध अध्ययन किया और इन्हें इस प्रकार के विश्लेषण का जन्मदाता माना जाता है। ब्वॉयल ने वायु में ध्वनि के संचार की क्रिया पर प्रकाश डाला, और रवों की वर्तनीयता (refractive power) की खोज थी।

आप ईसाई मत के दृढ़ अनुयायी थे, और धर्म-प्रचार के लिए 'ब्वॉयल' के भाषणों की नींव डाली तथा द्रव्य दिया। इन्हें अपनी बहन से बहुत स्नेह था। गुर्दे की बीमारी से आपका स्वास्थ्य बहुत क्षीण हो गया। बहन की मृत्यु से उन्हे तीव्र आघात मिला, और उसकी मृत्यु के एक ही सप्ताह बाद स्वयं इनका देहान्त हो गया।

हल किए हुए प्रश्न

1. एक सिरे पर बन्द एक केशनली में हवा के ऊपर 25 सें० मी० लम्बाई में पारा भरा है। जब नली के खुले सिरे को ऊपर रख कर उसे ऊर्ध्वाधर स्थिति में पकड़ते हैं, तो हवा के स्तंभ की लंबाई 5 सें० मी० और यदि खुले सिरे को नीचे रख कर पकड़ते हैं, तो हवा के स्तंभ की लंबाई 10 सें० मी० होती है। हवा का दबाव बतलाओ।

पहली स्थिति में बन्द वायु का दबाव $=(P+25)$ सें० मी०

दूसरी स्थिति में बन्द वायु का दबाव $=(P-25)$ "

$\therefore\ (P+25)\times 5=(P-25)\times 10$

अर्थात् $P+25=2P-50$

$\therefore\ P=75$ सें० मी०

2. एक सिरे पर बन्द एक शीशे की नली 72 सें० मी० लम्बी है। उसके अन्दर एक घुलनशील लेप (soluble pigment) लगा हुआ है। समुद्र की गहराई नापने के लिए एक शीशे की नली को औंधा करके समुद्र की तल तक ले जाया जाता है। फिर उसे सीधा रख कर बाहर निकाल लेते हैं। यह देखा जाता है कि रंग बन्द सिरे से 4 सें० मी० की दूरी तक रह जाता है; शेष भाग का रंग पारे में घुल जाता है। यदि समुद्र के जल का

मध्यमान आ० घ० 1·02 हो, और वायुमंडलीय दबाव 76 सें० मी० हो, तो समुद्र की गहराई ज्ञात करो। (पारे का घनत्व=13·6) (यू० पी० बोर्ड, '44)

मान लीजिए समुद्र की गहराई h सें० मी० है। जो वायु पहले पूरी नली (72 सें० मी०) में बन्द थी, वह दब कर 4 सें० मी० के भीतर उस समय आ जाती है जब नली समुद्र की पेंदी को छूती है।

बॉयल के नियमानुसार,

$$76\times 13·6\times 72=[76\times 13·6+(h-68)\times 1·02]\times 4$$

या, $76\times 13·6\times 18$

$$=76\times 13·6+(h-68)\times 1·02$$

$$\therefore (h-68)\times 1.02=76\times 13·6\times 17$$

h-68

h

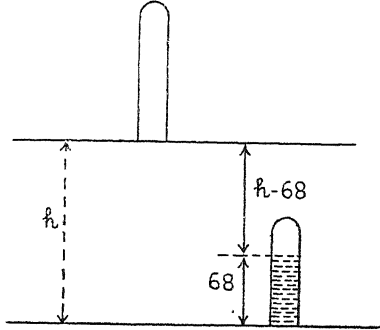
68

चित्र 145

$$\therefore h-68=\frac{76\times 13·6\times 17}{1·02}=\frac{760\times 136}{6}$$

या, $h=\left(68+\frac{380\times 136}{3}\right)$ सें० मी०

$=(68+17227)$ सें० मी०

$=172.95$ मीटर

3. दो वायु के कोष्ठ (chambers) जिनमें क्रमशः p_1 और p_2 दबावों पर क्रमशः m_1 और m_2 ग्राम की कोई गैस भरी है, एक दूसरे से संबद्ध कर दिए जाते हैं। मिश्रण का दबाव क्या होगा? मान लीजिए दोनों कोष्ठों के आयतन क्रमशः V_1 और V_2 हैं, और उनमें भरी गैस के घनत्व ρ_1 तथा ρ_2 हैं। यदि मिश्रण का दबाव P और घनत्व ρ हो, तो, बॉयल के नियमानुसार,

$$\frac{p_1}{\rho_1}=\frac{p_2}{\rho_2}=\frac{P}{\rho}$$

यहाँ $\rho_1 V_1=m_1,\ \rho_2 V_2=m_2$ एवं $\rho\ (V_1+V_2)=(m_1+m_2)$

$$\therefore \frac{p_1}{m_1/V_1}=\frac{p_2}{m_2/V_2}=\frac{P}{(m_1+m_2)/(V_1+V_2)}$$

अर्थात् $$\frac{p_1 V_1}{m_1}=\frac{p_2 V_2}{m_2}=\frac{P(V_1+V_2)}{(m_1+m_2)}$$

या, $\frac{V_1}{m_1/p_1} = \frac{V_2}{m_2/p_2} = \frac{V_1+V_2}{(m_1+m_2)/P}$

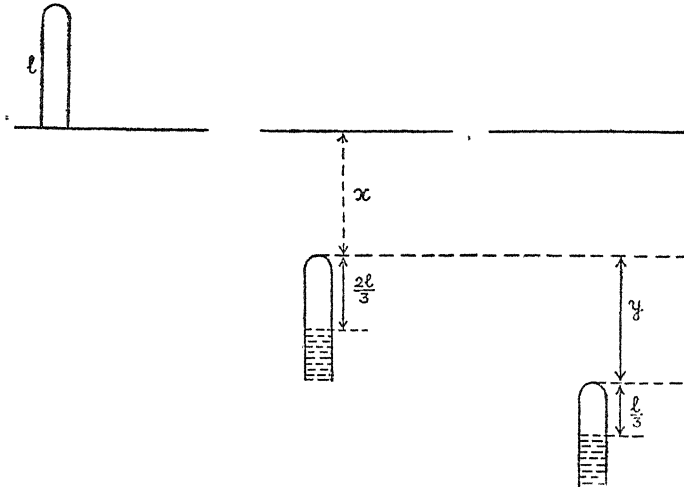
$= \frac{V_1+V_2}{\frac{m_1}{p_1}+\frac{m_2}{p_2}}$

$\therefore \frac{m_1+m_2}{P} = \frac{m_1}{p_1}+\frac{m_2}{p_2} = \frac{m_1p_2+m_2p_1}{p_1p_2}$

अर्थात्, $P = \frac{p_1p_2\,(m_1+m_2)}{m_1p_2+m_2p_1}$

4. एक बेलनाकार नली में वायुमंडलीय दबाव पर हवा भरी है। इसको मुंह नीचा करके पानी में धीरे-धीरे डुबाते हैं, यहां तक कि इसका $\frac{1}{3}$ भाग पानी से भर जाता है। अब इसे पानी में कितना और नीचे उतारा जाय कि इसका $\frac{2}{3}$ भाग जल से भर जाये? (पारे का आ० घ० 13·6 है। बैरोमीटर की ऊंचाई = 76 सें० मी०)

(यू० पी० बोर्ड, '53)

मान लीजिये, नली की लंबाई l है और उसका ऊपरी सिरा समुद्र तल से x सें०

चित्र 146

मी० की गहराई पर है; जब नली के तिहाई भाग में जल भरा है, तो दो तिहाई भाग में जल भरने के लिए नली को b सें० मी० डुबाया जाता है।

ब्वॉयल के नियमानुसार,

$$76\times 13{\cdot}6\times l=[\,76\times 13{\cdot}6+x+2l/3]\times 2l/3$$
$$=[\,76\times 13{\cdot}6+x+y+l/3]\times l/3$$

$\therefore$ $3\times 76\times 13{\cdot}6=2\times[\ 76\times 13{\cdot}6+x+2l/3]$
$=[76\times 13{\cdot}6+x+y+l/3]$

$\therefore$ $2x=76\times 13{\cdot}6\times(3-2)-4l/3$

या, $x=38\times 13{\cdot}6-2l/3$

अब, $2\times 76\times 13{\cdot}6+2x+4l/3=76\times 13{\cdot}6+x+y+l/3.$

$\therefore$ $y=76\times 13{\cdot}6+x+l$
$=76\times 13{\cdot}6+38\times 13{\cdot}6-2l/3+l.$
$=38\times 13{\cdot}6\times 3-l/3=(1550{\cdot}4-l/3)$ सें० मी०

यदि x और y की तुलना में नली की लंबाई को त्याज्य मान लें, तो
$y=1550{\cdot}4$ सें० मी०

5. एक बैरोमीटर का पाठ 30 इंच है और उसके ऊपर रिक्त स्थान 1 इंच है। यदि सामान्य वायुमंडलीय दबाव पर नली में 1 इंच स्थान घेरनेवाली वायु नली में डाल दी जाये, तो बैरोमीटर में पारे के स्तंभ की ऊंचाई क्या होगी ?

मान लीजिए, अभीष्ट ऊंचाई y है। नली की कुल लंबाई 31 सें० मी० है, और पारे के स्तंभ के ऊपर वायु, बैरोमीटर की $(31-y)$ सें० मी० में समा जाती है।

ब्वॉयल के नियम से, $30\times 1=(30-y)(31-y)$

($\because$ अशुद्धि के कारण, बैरोमीटर में पारे के स्तंभ का गिराव वही होगा, जो पारे के ऊपर बन्द वायु का दबाव है)

$\therefore$ $30=930-61y+y^2$

या, $y^2-61y+900=0$

$\therefore$ $(y-25)\ (y-36)=0$

अस्तु, $y=25$ सें० मी० या 36 सें0 मी0।

$\because$ नली कुल 31 सें० मी० लम्बी है; इसलिए y का मान 36 सें० मी० नहीं हो सकता। इसलिये, अभीष्ट ऊंचाई 25 सें० मी० है।

6. एक अशुद्ध बैरोमीटर में पारे के स्तंभ की ऊंचाई 29·8 तथा 29·4 इंच है जबकि शुद्ध बैरोमीटर की ऊंचाइयां क्रमशः 30·4 तथा 29·8 इंच हैं। जब अशुद्ध बैरोमीटर का पाठ 29 इंच हो, तो शुद्ध बैरोमीटर का पाठ बताओ।

मान लो नली की लंबाई l है, और अभीष्ट शुद्ध पाठ b है। ब्वॉयल के नियमानुसार,

$$(l-29{\cdot}8)\times(30{\cdot}4-29{\cdot}8)=(l-29{\cdot}4)\ (29{\cdot}8-29{\cdot}4)$$
$$=(l-29)\ (b-29)$$

$\therefore$ $(l-29{\cdot}8)\times{\cdot}6=(l-29{\cdot}4)\times{\cdot}4=(l-29)\ (b-29)$

$\therefore$ $(l-29{\cdot}8)\times 3=(l-29{\cdot}4)\times 2$

अर्थात् $3l-89\cdot4=2l-58\cdot8$

या, $l=30\cdot6$

$(30\cdot6-29\cdot8)\times(30\cdot4-29\cdot8)=(30\cdot6-29)(b-29)$

या, $\cdot8\times\cdot6=1\cdot6\times(b-29)$

$\therefore\ b-29=\cdot3$ या, $b=29\cdot3''$

प्रश्नावली

1. यह किस प्रकार सिद्ध करोगे कि वायु दबाव डालती है। इस दबाव को कैसे नापा जाता है?

(**कलकत्ता,** '17, '18, '19, '26, '37; **पटना,** '28; **ढाका,** '34)

2. फोर्टिन के बैरोमीटर का वर्णन करो, और समझाओ कि तुम उसको किस प्रकार प्रयोग में लाओगे।
3. 'निर्द्रव (Aneroid) बैरोमीटर' पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखो।
4. ब्वॉयल के नियम को बताओ और उसे सत्यापित करने के लिए किसी प्रयोग का विवरण दो। (**कलकत्ता,** '11, '13, '15, '16, '20, '23, '25, '31, '44; **पटना,** '22, '28, '36, '38, '47,)
5. एक बैरोमीटर में, जिसका अनुच्छेद 1 वर्ग सें० मी० है, पारे की ऊपरी जगह में थोड़ी हवा है। जब यथार्थ ऊंचाई 78 सें० मी० है, तो इसकी ऊंचाई 77 सें० मी० और जब यथार्थ ऊंचाई 71·8 सें० मी० है, तो इसकी ऊंचाई 71 सें० मी० होती है। पहली दशा में नली में मौजूद हवा का आयतन निकालो।

(**उत्तर** 24 घन सें० मी०)

6. बैरोमीटर में पारे की ऊंचाई 75 सें० मी० है, और पारे के ऊपर शून्य स्थान का आयतन 10 घन सें० मी० है। वायुमंडल के दबाव पर 1 घन सें० मी० हवा इस रिक्त स्थान में ठूंस दी जाती है। बैरोमीटर का नया वाचन क्या है? नली का अनुच्छेद इकाई है। (कलकत्ता, '21, '29)

(**उत्तर** 70 सें० मी०)

7. हवा का एक बुलबुला एक झील की तली से ऊपर आने पर पाच गुना हो जाता है। झील की गहराई निकालो (हवा का दबाव = 30"; पारे का घनत्व = 13.6 ग्राम प्रति घन सें० मी०।) (**उत्तर** 136 फीट)
8. किसी प्रयोग का विवरण दो, जिससे यह प्रकट हो कि आर्कमीदिस का सिद्धान्त वायु में डूबे हुए पिंडों पर लागू होता है।

इस कथन की आलोचना करो "एक पौंड पर का भार एक पौंड सीसे से कम होता है।" (**कलकत्ता,** '44)

9. टॉरीसेली का शून्य क्या है? क्या यह यथार्थ शून्य है? टारीसेली को प्रयोग करते समय शक हुआ कि कुछ हवा घुस गई है। वास्तव में ऐसा हुआ है, इसे तुम कैसे निश्चय करोगे।

10 किसी अच्छे प्रामाणिक बैरोमीटर का वर्णन करो। क्या किसी भी व्यास की नली, प्रामाणिक बैरोमीटर की नली के रूप में प्रयुक्त की जा सकती है? यदि नहीं, तो क्यों? बैरोमीटर के साथ तापमापक क्यों सदैव लगा रहता है?

(यू० पी० बोर्ड, '32)

किसी स्थान पर बैरोमीटर की ऊंचाई का निरंतर अभिलेख किस प्रकार मिल-सकता है। **(पटना, '27)**

11 एक 150 किलोग्राम का गुब्बारा 1000 घन मीटर हाइड्रोजन से भरा हुआ है तथा ·00129 आ० घ० की वायु से घिरा हुआ है। वह जो और वजन उठा सकता है, उसकी गणना करो। यह भी समझाओ कि गुब्बारा एक निश्चित् ऊंचाई पर स्थायी साम्य में कैसे तैरता रहता है (हाइड्रोजन का घनत्व = ·00009 ग्राम घन सें० मी० **(पटना, '41)** **(उत्तर 1050 किलोग्राम)**

12. एक डुबकनी घंटी को पानी के अन्दर कितना डुबाया जाय कि उसके अन्दर वायु का आयतन एक चौथाई कम हो जाय। घंटी की लम्बाई 3 मीटर, वायुमंडलीय दबाव 76 सें० मी० और पारे का वि० गु० 13·6 है। **(पटना, '43)**

13. हवा में भार है या नहीं; इसको ज्ञात करने के लिये वोल्टेयर ने एक लचीले ब्लैडर में पहले वायु भर कर फुला लिया, और बाद में वायु निकाल कर तोल लिया। उसने दोनों भारों को बरावर पाया, और यह निष्कर्ष निकाला कि वायु में कोई भार नहीं है। इस निष्कर्ष की आलोचना करो।

अध्याय 13

वायु दबाव पर आधारित यंत्र

(Instruments Based on Atmospheric Pressure)

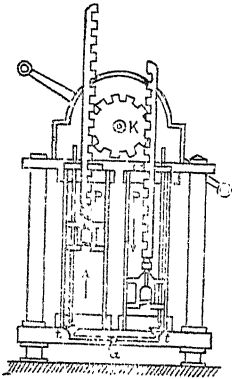
वायु पम्प :—यह एक यंत्र है, जिसके द्वारा किसी बर्तन में गैस का दबाव बढ़ाया या घटाया जा सकता है। इसका आविष्कार 1650 में ऑटो वॉन ग्वेरिक ने किया था। जिस बर्तन को रिक्त करना होता है, उसे ग्राहक (receiver) कहते हैं। एक नली द्वारा ग्राहक पंप से संबद्ध रहता है। पंप मूलत: एक बेलन होता है, जिसमें एक वायु-रोधक (air-tight) पिस्टन कार्य करता है। पिस्टन में एक छिद्र रहता है जो कपाट (Valve) A द्वारा बन्द होता है। यह कपाट ऊपर की ओर खुलता है। ग्राहक से जुड़ी हुई नली का सिरा एक कपाट B द्वारा बन्द होता है। यह कपाट भी ऊपर की ओर खुलता है। पिस्टन के नीचे आते समय, कपाट B बन्द हो जाता है और कपाट A खुल जाता है तथा बेलन के अन्दर बन्द सब वायु बाहर की ओर ठेल दी जाती है।

ऊपरी आघात (up-stroke) के समय कपाट A बन्द हो जाता है, और B खुल जाता हैं, तब कुछ वायु ग्राहक में से पंप के पीपे (barrel) में चली जाती है। पुनः पिस्टन के ऊपर चढ़ते समय कपाट A बन्द हो जाता है B खुल जाता है, और कुछ वायु ग्राहक से पंप में आ जाती है। तत्पश्चात् पिस्टन के नीचे उतरते समय यह वायु निकल कर वायु-मंडल में प्रवेश करती है। इस क्रिया की आवृत्ति से बर्तन में रिक्ति (vacuum) बढ़ती जाती है।

मान लीजिए कि ग्राहक एवं पीपे (barrel) के आयतन क्रमशः V एवं v हैं, और p, ग्राहक की वायु का प्रारंभिक दबाव हैं। एक आघात (stroke) के पश्चात् जो वायु V आयतन में बन्द थी, वह फैल कर $(V+v)$ आयतन में समा गई। यदि अब उसका दबाव p_1 हो, तो $p_1(V+v)=pV$ या $p_1=p.\ V/(V+v)$

इसी प्रकार दूसरे आघात के पश्चात् $p_2=p_1\ V/(V+v)=p.\ V/(V+v)^2$, और n वें आघात के पश्चात् $p_n=p\ V/(V+v)^n$. जैसे जैसे आघातों की संख्या n बढ़ती जाती है, रिक्ति भी बढ़ती जाती है, पर ग्राहक में वायु दाब कभी शून्य नहीं होता। यदि ताप (temperature) को स्थिर मान लिया जाय, तो घनत्व, दाब के समानुपाती होगा। यदि p_n एवं p से संबद्ध घनत्व क्रमशः ρ_n एवं ρ हों, तो,

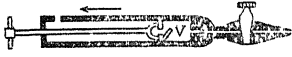
$$\rho_n=\rho\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$$

हॉक्सबी का दुनाली पंप (Hawksbee's Double-barrelled air pump)—एक नली वाले पंप की क्रिया लगातार नहीं होती। क्रिया लगातार होने के लिए दुनाली (double-barrelled) पंप को काम में लाते हैं। ऐसे पंप में दोनों पीपों में दोनों मूसलियां (pistons) एक ही दंड चक्री द्वारा एक साथ इस तरह चलाई जाती हैं कि जब एक मूसली ऊपर उठती है, तो दूसरी नीचे की ओर जाती है, यानी एक के बाद एक ऊपर और नीचे जाती हैं। दो में से हर पीपे मे निकली हुई एक नलिका ग्राहक G में जुड़ी रहती है। इस प्रकार के पंप में हवा निकालने की रफ्तार दुगनी होती है।

चित्र 147

नोट:—यह ध्यान देने की बात है (सूत्र को देखिए) कि पूर्ण शून्य कभी नहीं प्राप्त हो सकता, चाहे दबाव कितना ही कम किया जाए।

वायु संपीडक पम्प (Langmuirs's Condensation pump) :—ये पंप हवा भरने के लिए प्रयुक्त होते हैं। इनके कपाट (Valves) सदैव नीचे की

ओर खुलते हैं। (वायु-रिक्तक पंपों के कपाट ऊपर की ओर खुलते हैं।) जिस वर्तन में हवा भरनी होती है, उसे नीचे जोड़ देते हैं। बर्तन और पंप को जोड़नेवाली नली में एक रोधनी (stop-cock) लगा देते हैं। इसके द्वारा बर्तन को पंप से पृथक् किया जा सकता है।

पिस्टन को नीचे की ओर दबाने से पिस्टन और निचले कपाट के बीच की वायु संपीड़ित होती हैं, नीचे का कपाट खुल जाता है, और वायु बर्तन में चली जाती है। इस समय ऊपरी कपाट बन्द रहता है। ऊपर ले जाते समय निचला कपाट बन्द हो जाता है, पर वायुमंडल के दबाव के कारण ऊपरी कपाट खुल जाता है और हवा पिस्टन के नीचे आ जाती है। फिर जब पिस्टन नीचे उतरता है, तो हवा दब कर बर्तन में भर जाती है। पिस्टन के ऊपर जाने पर वह इसमें से निकलती नहीं।

चित्र 148

मान लो, कि ग्राहक का आयतन $= V$

पंप के पीपे का ,, $= v$

हवा का प्रारंभिक घनत्व $= \rho$

n आघातों के पश्चात्, दबाव का घनत्व $= \rho_n$

यह स्पष्ट है कि प्रत्येक नीचे के आघात के साथ-साथ v आयतन एवं ρ घनत्व की वायु ग्राहक के भीतर चली जाती है।

एक आघात में ग्राहक में प्रवेश करने वाली वायु की संहति $= v\rho$.

$\therefore$ n आघातों के पश्चात् ग्राहक में जानेवाली वायु की संहति $= nv\rho$.

ग्राहक में, प्रारंभ में $V\rho$ संहति की वायु थी।

n आघातों के पश्चात् संपूर्ण संहति

$= V\rho n = V\rho + nv\rho$

$\therefore \rho_n . V = \rho \, (V + nv)$

$$\text{या, } \rho_n = \left(1 + \frac{nv}{V} \right) \rho$$

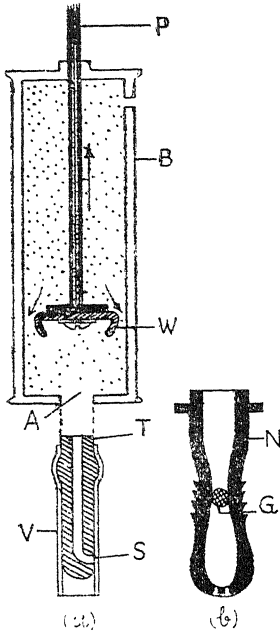
यदि संपीड़न काल में ताप (temperature) स्थिर रहे, तो बॉयल के नियमानुसार दबाव, घनत्व के समानुपाती होगा।

$\therefore p_n = (1 + nv/V)p$ (यहां p एवं p_n) प्रारंभिक दबाव और n आघातों के अनंतर दबावों को क्रमशः सूचित करते हैं।

विभिन्न प्रकार के संपीडक पम्प :—

बाइसिकिल पम्प—यह धातु या वल्केनाइट के बेलन से बना होता है। इसके पिस्टन

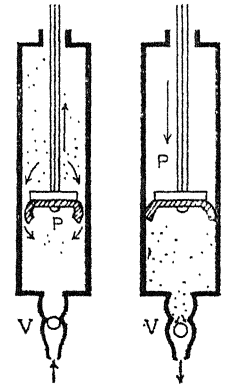
में चमड़े का एक 'वाशर' रहता है, जिसकी आकृति कटोरे की सी होती है। 'वाशर' का मुंह नीचे की ओर रहता है। पिस्टन को ऊपर खींचने पर, ऊपर की हवा धीरे से 'वाशर' के बगल से निचले भाग में चली जाती है। पिस्टन नीचे लाने पर निचले भाग की वायु के दबाव से 'वाशर' बेलन की दीवारों मे सट जाता है, और वायु ऊपर नहीं जा सकती। इस समय हवा पंप के नीचे के छिद्र में से होकर पहिए की नली में लगे हुए कपाट को धक्का देकर ट्यूब में चली जाती है। पिस्टन ऊपर खीचने पर, ट्यूब की वायु, वाल्व बन्द होने के कारण भीतर ही रुक जाती है। पिस्टन नीचे ले जाने पर पुनः वायु ट्यूब में प्रवेश करती है।

चित्र 149

टायर के ट्यूब के प्रवेश-स्थल पर लगा हुआ वाल्व एक विशेष प्रकार का होता है। धातु की एक पतली डंडी में एक सिरे से आधी लंबाई तक एक छिद्र रहता है, जो बगल में खुलता है। नीचे ठोस सिरे की ओर से इस पर वाल्व ट्यूब चढ़ाया जाता है। यह डंडी के शीर्ष तक जाता है। यह भाग, ट्यूब में लगे चौड़े मुंह की धातु की नली के भीतर सट जाता है, और इस पर ढिबरी कस दी जाती है। पंप की संपीड़ित वायु, वाल्व की डंडी के छिद्र द्वारा रबड़ की वाल्व-नली की दीवाल को ढकेल कर टायर के ट्यूब में चली जाती है। अंदर आकर फिर यह हवा निकल नहीं सकती।

फुटबाल पम्प :—यह भी इसी प्रकार का पंप है। इसके नीचे वाले सिरे पर एक टोंटी रहती है जिसमें एक धातु की गोली पड़ी रहती है। इसका वही प्रयोजन है जो बाइसिकिल के टायर के ट्यूब से जुड़े हुए वाल्व का है। चित्र 150

सोडावाटर मशीन :—यह कार्बन डाइ ऑक्साइड गैस को एक जल से भरी बोतल में ठूंस देती है। दबाव के कारण काफी मात्रा में गैस शोषित हो जाती है।

चित्र 150

वायु बन्दूक (Air gun) :—इसमें कोई कपाट (valve) नहीं रहता। प्रत्येक आघात से कुछ वायु पीपे (barrel) में आ जाती है। दबाव अचानक हटने पर, वायु धड़ाके से फैल जाती है।

इस बल से एक वायु बंदूक (air gun) की कमानी दब जाती है और गोली छूट जाती है।

यदि दबाव धीरे से हटाया जाय, तो एक स्थिर शक्ति मिल सकती है, जो किसी तल पर डाली जा सकती है। इस प्रकार की व्यवस्था 'वेस्टिंग हाउस' आत्मग आरोध (automatic broke) में रहती है जो कुछ रेलगाड़ियों में लगा रहता है।

वायु गद्दी (Air-Cushion) में एक खोखला चमड़े का थैला होता है जिसके तंग मुह पर एक वाल्व अथवा डाट रहती है। इसमें पंप से वायु भरने पर वह गद्दी (Cushion) का कार्य करती है। वायु ब्रुश (Air brush) में संपीड़ित वायु द्वारा चिकने तलों पर रंग बुरकाया जाता है, जिससे कोई ब्रुश का चिन्ह न रहे।

संपीड़ित वायु द्वारा किसी बर्तन में उदग्र नली के सहारे तेल को चढ़ाया जा सकता है। किसी उष्ण लिपटे तार के संस्पर्श से यह वाष्प में परिणत होकर गलने लगता है। संपीड़ित वायु से छेनी (drills) संचालित हो सकती है जो अनेक कामों में प्रयुक्त हो सकती है।

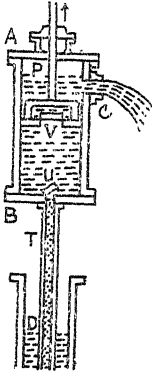
जल पम्प :—इनके द्वारा जल किसी निम्न स्तर से ऊंचाई तक ले जाया जाता है। इनके कुछ उदाहरण नीचे दिए जाते हैं।

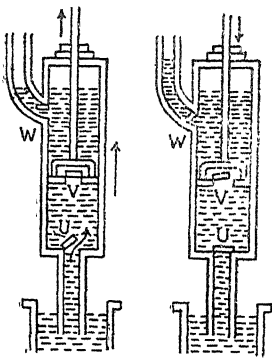
पिचकारी (Syringe) :—एक खोखले धातु या शीशे के बेलन में एक टोंटी लगी होती है। इसमें एक (water-tight) पिस्टन लगा होता है। टोंटी को द्रव में डुबा कर पिस्टन ऊपर ले जाने पर बेलन में पिस्टन के नीचे के भाग की वायु फैल जाती है और वायुमंडल के दबाव के कारण द्रव बेलन में चढ़ आता है। जब द्रव काफी मात्रा में आ जाता है, तो पिस्टन को ऊपर खींच कर पिचकारी निकाल ली जाती है। नीचे का दबाव अधिक होने के कारण द्रव टोंटी के बाहर नहीं निकल सकता। पिस्टन गिराने पर द्रव दब कर निकलने लगता है।

पूरक (Pen-filler)—इसमें एक रबड़ की वल्व, शीशे की एक नली के सिरे पर लगी रहती है। यह नली चोंच (Jet) के रूप में खिंची होती है। वल्व को दबाने पर, नली में से कुछ वायु निकल जाती है। चोंच (jet) को स्याही में डुबो कर दबाव हटाने से, स्याही बाहर के वायु के धक्के से नली में खिंच आती है।

स्वयं-पूरक (Self-filling) :—फाउन्टेनपेन में, पूरक (filler) कलम के भीतर रहता है। यह एक लंबा रबड़ का थैला होता है जो कलम के पीपे (barrel) की बगल में एक धातु के लीवर को बाहर खींचने से दबता है। लीवर, एक धातु की पत्ती को थैली से दबा देता है, जिससे कुछ वायु निकल जाती है। निब को स्याही में डुबोकर लीवर को हटाने पर, दबाव छूट जाता है और कुछ स्याही कलम में खिंच आती है।

सामान्य जल पम्प :—इसमें एक बेलन होता है, जिसके भीतर एक पिस्टन कार्य

करता है, जिसमें एक कपाट (valve) V होता है। कपाट ऊपर की ओर खुलता है और उसके छिद्रों में से जल पिस्टन के नीचे वाले भाग से ऊपर की ओर प्रेरित होता है। बेलन के निचले सिरे पर एक पतली नली रहती है, जो एक जलाशय (water reservoir) से संबद्ध होती है। इसके ऊपरी भाग में ऊपर की ओर खुलने वाला एक कपाट U होता है। सामान्यतः दोनों कपाट अपने ही भारों से बंद रहते हैं। बेलन के ऊपरी भाग में एक किनारे पर एक निकास रहता है, जिसमें से जल बाहर जाता है।

चित्र 151

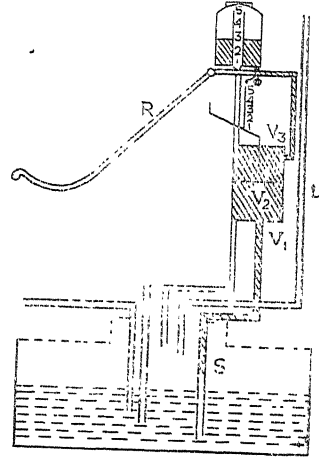
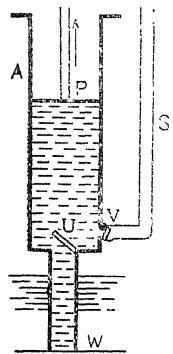
प्रारंभ में जलाशय का जल, नली के बाहर और भीतर एक ही तल पर रहता है। पिस्टन को ऊपर की ओर ले जाने पर कपाट U, वायु दाब के कारण खुल जाता है, पर V बंद रहता है। पिस्टन के ऊपर बेलन की वायु C में से होकर बाहर निकल जाती है। पिस्टन को नीचे लाते समय U बन्द हो जाता है। पिस्टन के नीचे की वायु के धक्के से V खुल जाता है, और पिस्टन के छिद्रों में से वायु ऊपर निकल जाती है। एक दो आघातों के पश्चात् जब पिस्टन ऊपर की ओर जाता है, तो वायु के दबाव से जल नली में चढ़ने लगता है। नीचे आते समय ऊपरी कपाट खुल जाता है, और U बन्द हो जाता है। इस क्रिया की आवृत्ति से नली में ऊपर तक जल भर जाता है। फिर पिस्टन को चढ़ाने पर धक्के से जल बेलन में प्रवेश कर जाता है। इस समय V बन्द रहता है। पिस्टन को नीचे लाते समय U बन्द रहता है, और जल पिस्टन के छिद्रों में से ऊपर को बहने लगता है। पुनः ऊपरी आघात के समय पिस्टन के ऊपर का जल, निकास द्वारा बाहर ठेला जाता है और नली में से कुछ जल बेलन में प्रवेश करता है। नीचे के आघात के समय पिस्टन के नीचे का जल छेदों में से ऊपर निकलता रहता है। इस प्रकार पिस्टन की गति जारी रखने पर टोंटी में से जल-धारा बाहर निकलती रहती है।

चित्र 152

यदि वायुमंडलीय दबाव पारे के 30″ इंच के स्तंभ के बराबर मान लें, तो स्पष्ट है कि जल $30 \times 13 \cdot 6/12$ फीट अर्थात् 34 फीट से ऊपर नहीं चढ़ सकता। सामान्यतः 30 फीट से अधिक लंबी नली प्रयोग में नहीं लाई जाती।

उत्थाप पम्प (Lift Pump) :—यह चूषक (Suction Pump) का एक संशोधित रूप है। इसके द्वारा जल किसी अभीष्ट ऊंचाई तक ले जाया जा सकता है। इसमें टोंटी ऊपर की ओर मुड़ी रहती है, और उसके प्रवेश-स्थल पर एक कपाट (Valve) W रहता है, जो बाहर की ओर खुलता है। पिस्टन

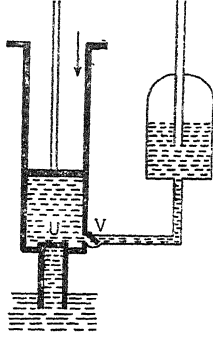
के ऊपरी संघात के समय, टोंटी का कपाट खुलता है, और यदि पंप का ऊपरी सिरा तथा दीवारें जलरोधक (water-tight) हों, तो जल टोंटी में चढ़ाया जा सकता है। नीचे के संघात के समय, कपाट W संचित जल के पिस्टन द्वारा दबने परे उत्पन्न धक्के से खुल जाता है। इस समय कपाट V भी पिस्टन के नीचे के जल के दबाव के कारण खुला रहता है, पर U बन्द रहता है।

यहां भी बेलन के आधार से संबद्ध जलवाहक नली की लंबाई 34′ से कम होनी चाहिए। यदि पिस्टन सुदृढ़ है, तो जल काफी ऊंचा उठाया जा सकता है। अधिक ऊंचाई तक जल ले जाने के लिए बल भी अधिक लगाना पड़ेगा, और पंप के अंगों को मजबूत बनाना होगा।

पेट्रोल पम्प :—यह एक प्रकार का उत्थापक (Lift) पंप है। पेट्रोल, पृथ्वी के नीचे गढ़ी हुई एक टंकी में रहता है। हत्थे को ऊपर नीचे चलाने से, S नली द्वारा पेट्रोल, नापने वाले हौज में खिंच आता है। हौज में अभीष्ट परिमाण का पेट्रोल आ जाने पर एक छोटे से हत्थे को बाईं ओर घुमा देते हैं। इससे पेट्रोल लाने वाली नली का रास्ता बन्द होकर एक दूसरी नली का रास्ता खुल जाता है, जो एक लचीली नली R द्वारा कार या लारी के इंजन की टंकी में पेट्रोल भेजती है। अतिरिक्त पेट्रोल एक नली से फिर टंकी में लौट आता है।

चित्र 153

चित्र 154

बल पम्प (Force Pump) :—इसका पिस्टन ठोस होता है और उसमें किसी कपाट (valve) का आयोजन नहीं होता। निकास के प्रारंभ में एक कपाट V रहता है, जो बाहर की ओर खुलता है। इसमें भी टंकी को बेलन से जोड़ने वाले नली की लंबाई 30 फीट से अधिक नहीं होती।

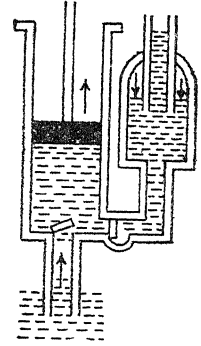
प्रारम्भ में इसकी क्रिया वायु-पंप जैसी होती है। नीचे के आघात के समय बेलन के नीचे का कपाट U बन्द रहता है, और निकास का कपाट V खुल जाता है। पिस्टन के धक्के से जल V में से ठेला जाकर निकास की उदग्र नली में चढ़ जाता है। पिस्टन को उठाते समय, V बन्द हो जाता है, और U खुल जाता है। इस समय बेलन जल से भर जाता है। इस प्रकार जल को किसी भी ऊंचाई तक ले जाया जा सकता है।

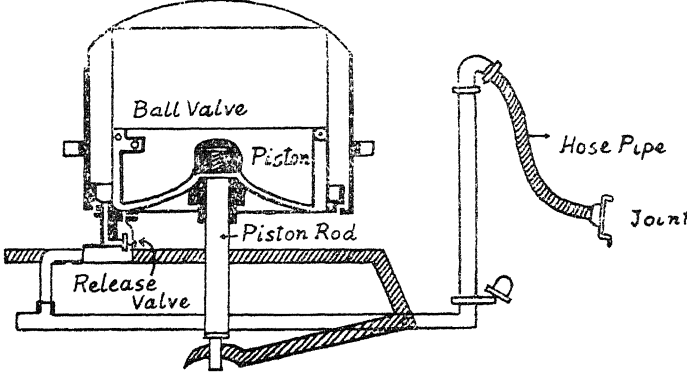
इस व्यवस्था में जल-विसर्जन रुक रुक कर (intermittent) होता है। निरंतर जल-प्रवाह के लिए, कपाट V के आगे विसर्जन नली के ऊपरी भाग से एक बड़े वायु-कोष्ठ (air-chamber) को संवद्ध कर दिया जाता है। नीचे के संघात के समय जल-विसर्जन के कारण कुछ जल वायु-कोष्ठ में चला जाता है, जिससे कोष्ठ (chamber) की वायु संपीड़ित हो जाती है। ऊपरी संघात के समय संपीड़ित वायु फैल जाती है, और नीचे के जल को कोष्ठ के मुख से वाहर निकलने वाली नली में ठेल देती है, जिससे निरंतर धारा प्रवाह मिल जाता है।

चित्र 155

आग बुझानेवाले इंजन (Fire-engines) :—ये केवल मशीन से चालित बल-पंप हैं, जिनमें वायु-कोष्ठ (Air-Chamber) के द्वारा निरंतर जल-प्रवाह की व्यवस्था होती है। क्रिया की सुचारुता बढ़ाने के लिए वायु-कोष्ठ (Air-Chamber) को दो बल-पंपों से संबद्ध कर देते हैं। जब एक बल पंप का पिस्टन नीचे जाता है, तब दूसरे का ऊपर चढ़ता है। इससे जल-धारा की मात्रा सदैव स्थिर रहती है।

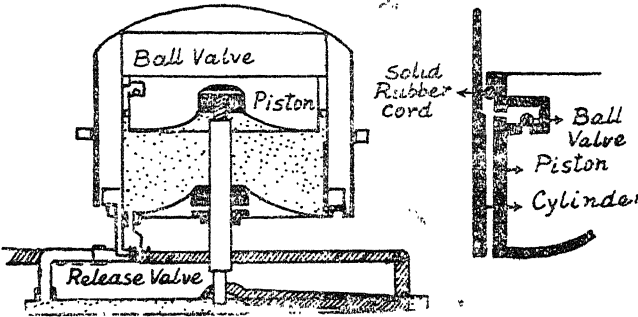
चित्र 156

बल-पंपों के द्वारा लगभग 300 फीट से अधिक ऊंचाई पर जल चढ़ाना खतरे से खाली नही है। प्रत्येक स्थिति में बेलन की स्थिति जल कुंड से 34 फोट की ऊंचाई से कम होना चाहिए।

कभी-कभी यात्रियों को व्यक्तिगत कारणों से अथवा आशंका के अनुमान से रेलगाड़ियां रोकने की आवश्यकता होती हैं। इसके लिए प्रत्येक डिब्बे में एक लाल जंजीर की व्यवस्था होती है, जिसे खींचते ही प्रत्येक पहिए से ब्रेक सट जाते हैं और गाड़ी गतिशून्य हो जाती है।

प्रत्येक डिब्बे के नीचे एक बेलनाकार लोहे का पीपा होता है। यह चक्की के आकार का होता है, और इसमें एक पिस्टन ऊपर नीचे गति करता है। एक गोल रबड़ का छल्ला (ring) पीपे और पिस्टन के बीच में व्यवस्थित होता है। इसके कारण पिस्टन सुगमतापूर्वक गति करता है, पर वायु नीचे से ऊपर नहीं जा पाती। पिस्टन की छड़ लीवरों से जुड़ी रहती है, जिनके कारण पिस्टन की उदग्र दिशा में गति, क्षैतिज आगे-पीछे की गति (to & fro motion) में परिणत हो जाती है, जिसमें ब्रेकों का समूह भाग लेता है। छल्ले के नीचे पिस्टन के वगल में तीन छिद्र रहते हैं, जो एक गोली कपाट

(Ball valve) से संबद्ध रहते हैं। इनके कारण ऊपर की वायु निकल जाती है, पर बाहर से भीतर नहीं आ सकती। पीपे के नीचे का भाग एक लम्बी नली से जुड़ा होता

चित्र 157 (i)

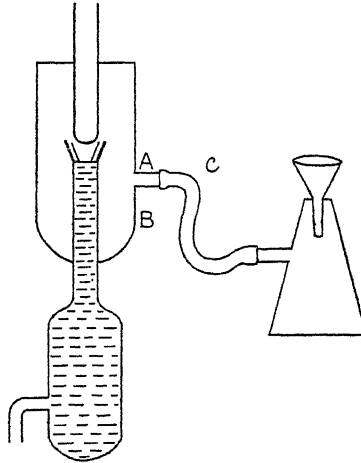
है, जिसे ट्रेन पाइप (train pipe) कहते हैं, और गाड़ी के एक सिरे से दूसरे तक फैली रहती है। ये नलियां एक लचीली नली, होज पाइप (hose pipe) द्वारा एक दूसरे से जुड़ी रहती हैं।

जब ड्राइवर, वाष्पापसारक में वाष्प खोल देता है, तो द्रुतगामी वाष्प पुंज में वायु के कण अटक कर बाहर की ओर ठेले जाते हैं। फलतः ट्रेन पाइपों में और पिस्टनों के नीचे, वायु का दबाव बहुत गिर जाता है, और पिस्टन अपने भार से खिसक जाता है। पिस्टन की छड़ के गिरने से ब्रेकों के गुटके पहियों से दूर हट जाते हैं। इस प्रकार ट्रेन पाइप के भीतर की वायु को वाष्पापसारक से खाली कराते रहने से गाड़ी चलती रहती है। गाड़ी

चित्र 157 (ii)

रोकने के लिए, वाष्पापसारक को रोक कर ट्रन पाइप में वायु जाने दी जाती है।

पिस्टन की छड़ पर ऊपर को धक्का लगता है। तब ब्रेकों के गुटके पहियों को जकड़ लेते हैं, और गाड़ी ठहर जाती है। गार्ड के डिब्बे में एक कपाट रहता है, जिससे ट्रेन पाइप में वायु भेज कर गाड़ी रोकी जा सकती है। जंजीर खींचने से भी वही क्रिया होती। अस्तु, ड्राइवर, यात्री और गार्ड तीनों ही गाड़ी को रोक सकते हैं।

निःस्यन्दक पंप (Filter Pump) :—जब दबाव 7 मि० मी० से कम न लाना हो, तो इस पंप का प्रयोग करते हैं। यह बहुत सस्ता होता है। इसमें एक कांच की नली होती है, जिसके ऊपरी भाग में एक चोंच (jet) रहती है। चोंच के बीचोबीच से एक दूसरी शीशे की नली निकलती है, जिसमें से एक नल के द्वारा, एक जलधारा चोंच पर गिरती है। नीचे वाली नली से संबद्ध एक चौड़ा शीशे का बर्तन होता है, जिसमें पानी निकालने के लिए एक नली रहती है। दोनों उदग्र नलियों का अधिकांश भाग एक बेलनाकार बर्तन से घिरा रहता है। यह एक बगल की नली द्वारा रिक्त किए जानेवाले बर्तन से संबद्ध रहता है।

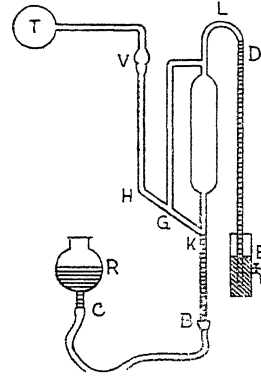
जब तेजी से जलधारा चोंच पर गिरती है, तो आस-पास की हवा को भी घसीट

चित्र 158

लाती है। इससे बर्तन की कुछ हवा बाहर निकल जाती है। धारा के निरंतर प्रवाह से रिक्ति बढ़ती जाती है।

यह पंप द्रवों को शीघ्र छानने के काम में भी आता है। द्रव को कुप्पी (funnel) में छन्ने कागज के ऊपर भर देते हैं। पंप में तीव्र जल धारा प्रवाहित करने पर फ्लास्क

में वायु का दवाव कम हो जाता है, और कुप्पी के ऊपर वायुमंडलीय दबाव पूरा रहता है। इससे द्रव जल्दी-जल्दी छन्ने कागज में से निकलने लगता है।

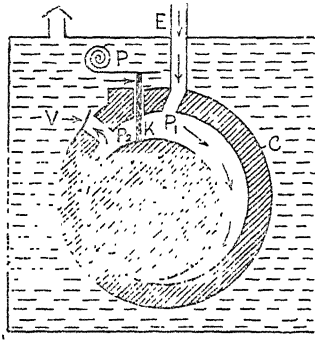
टौपलर पंप (Topler's Pump) :—अधिक शून्यीकरण होने पर रिक्त होने वाले बर्तन की वायु अपने दबाव से कपाट (valves) नहीं खोल सकती। तब टौपलर पंप का प्रयोग किया जाता है।

इस पंप में पारे की टंकी का निचला भाग एक रबड़ की नली से जुड़ा रहता है जिसके दूसरे सिरे से एक पतली नली निकल कर ऊपर की ओर चौड़े आकार की नली में परिणत हो जाती है। इसके ऊपरी भाग से एक बैरोमीटर की नली जुड़ी रहती है, जो पारे के एक प्याले में डूबी रहती है। रबड़ की नली से जुड़ी हुई उदग्र नली, चौड़ी होने से पहले, बगल में एक तिरछी नली से संबद्ध होती है, जो आगे जाकर उदग्र ही जाती है। उदग्र भाग के ऊपर की ओर एक बल्ब में एक कपाट (valve) V रहता है, जो रिक्त किए जाने वाले बर्तन से आनेवाली नली से जुड़ा रहता है। चौड़ी नली के ऊपर की ओर से एक नली बगल में जुड़ी रहती है जो नीचे की नली से संबद्ध तिरछी नली से मिल जाती है। ये सब नलियां शीशे की होती हैं।

चित्र 159

उपकरण का कपाट अपने ही भार से खुलता है। सामान्यत: पारा, रबड़ की नली से संबद्ध नली में तिरछी नली के प्रवेश-स्थल तक भरा रहता है। पर जब टंकी को उठा-कर बैरोमीटर नली के ऊपरी भाग के स्तर पर लाया जाता है तो चौड़ी नली और बगल की सब नलियां पारे से भर जाती हैं, और हवा बैरोमीटर नली के पारे में से बुलबुले देती हुई निकल जाती है। कपाट V, पारे को वर्तन में जाने से रोकता है। टंकी को नीचे लाने पर पारा फिर पूर्व स्थिति में आ जाता है। बर्तन की हवा कपाट में से निकल कर नलियों में भर जाती है। टंकी उठाने पर यह हवा बैरोमीटर नली के नीचे की ओर ठेल दी जाती है। क्रिया बार-बार होने से बर्तन की हवा का दबाव ·0001 मि० मी० तक हो जाता है। शून्यीकरण होने के साथ बैरोमीटर नली में पारे की ऊंचाई बढ़ती जाती है। इस नली और रबड़ की नली से संबद्ध नली की लंबाइयां बैरोमीटर की ऊंचाई (30") से कुछ अधिक होना चाहिए। अत्यधिक शून्यीकरण होने पर बैरोमीटर नली में पारे के स्तंभ की ऊंचाई, वायुमंडलीय दाब पर टिके हुए पारे के स्तंभ के बराबर हो जाती है।

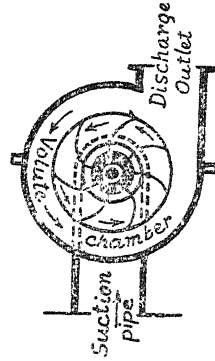
परिभ्रामी (Rotary) **पंप** :—इस प्रकार के पंप में पिस्टन नहीं होता, जिससे जगह की बचत होती है। इससे निरंतर जल-प्रवाह होता है। यह अत्यंत सरल

और द्रुतगामी व्यवस्था है। इसमें शून्यीकरण भी अधिक होता है। परिभ्रामक तलों से द्रव चू-जाने (leakage) के कारण कार्यदक्षता में कुछ कमी आ जाती है।

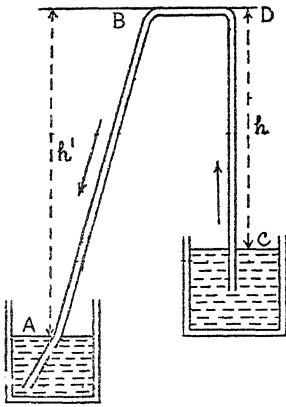
इसमें एक वेलनाकार ढोल परिभ्रामक का कार्य करता है। यह केन्द्र से थोड़ा हट कर एक धुरा दंड (shaft) से जुड़ा रहता है, जो बेलन के अक्ष पर बैठाया जाता है। धुरादंड (shaft) को एक विद्युत् मोटर घुमाता है। घूमते समय ढोल का तल, बेलन के भीतरी तल पर धीरे से सट कर खिसकता रहता है। इसके लिए ढोल और बेलन मशीन से सावधानी से ढाले जाते हैं। रिक्त किए जाने वाले बर्तन से वायु प्रवेश द्वार P_1 के द्वारा बेलन में प्रवेश करती है। निकास P_2 द्वारा हवा बेलन के बाहर जाती है। घूमते समय एक छीलनेवाली पंखी K, प्रवेश एवं निकास स्थलों के बीच, ढोल को सदैव दावे रहती है। उपकरण, एक कम वाष्प दवाव वाले किसी तेल में डूबा रहता है।

चित्र 160

ढोल D, दक्षिणावर्त दिशा में लगभग 100 चक्र प्रति मिनट की दर से घुमाया जाता है। जिस समय प्रवेश-स्थल और ढोल तथा बेलन के संस्पर्श-तल के बीच का आयतन, घुमाव के कारण बढ़ता है, उस समय दवाव की कमी के कारण, रिक्त होनेवाले बर्तन से वायु इसमें प्रवेश करती है। साथ ही निकास की ओर अर्थात् चक्रवाहक के शीर्ष के सिरे पर आयतन घट जाता है। चक्रवाहक के सामने की हवा, वाल्व V द्वारा बाहर ठेल दी जाती है। छीलने वाली (scraper) पंखी वायु को चक्रवाहक के शीर्ष से दुम तक जाने से रोकती है। घूमते हुए स्पर्श तल L निकास स्थान P_2 के सामने आ जाता है। तब वायुमंडलीय दवाव के कारण कपाट (valve) V बन्द हो जाता है। इसके ठीक बाद स्पर्श-तल, प्रवेश-स्थल P_1 से गुजरता है। फिर पुरानी क्रिया दुहराई जाने लगती हैं। बार बार वायु परिभ्रमण के कारण फंस कर बाहर द्रुतगति से ठेली जाती है। इस पंप के द्वारा रिक्ति पारे के ·001 मि० मी० तक की जा सकती है।

केन्द्रापसारी पंप (Centrifugal Pump) :—यह भी एक अविरल प्रवाह का चक्रवाहक पंप है। इसमें एक प्रेरक को घुमा कर किसी द्रवपुंज को दबाया जाता है जिससे उसमें गतिरोध के कारण शक्ति उत्पन्न हो जाती है। चक्र पर कई वक्र फल होते हैं, जो द्रव को फंसा लेते हैं। यह एक ढकने में घूमता है। द्रव एक चूषक नली (suction pipe) द्वारा प्रेरक के केन्द्र (जिसे 'आंख' कहते हैं)

की ओर जाता है। चक्र की तेजी से घुमाने पर द्रव में एक भंवरमय गति उत्पन्न होती है जिससे व्यास की दिशा में बाहर को दबाव में वृद्धि होती है। वेग अधिक होने पर साधारण स्थैतिक उत्सेध (static head) के अवरोध को चीरता हुआ द्रव अत्यधिक मात्रा में प्रवाहित होने लगता है। इस प्रकार दबाव कम होने के कारण द्रव चूषक नली में चढ़ने लगता है। बहाव के वेग से द्रव एक बाहरी खोल (घुमावदार अलंकृत कोष्ठ) में चला जाता है, जहां से वह पंप की निकास नली में जाता है।

चित्र 161

यह पंप काफी गतिभेदों पर काम कर सकता है।

निनाल (Siphon) :—यह एक टेढ़ी नली होती है, जिसकी एक भुजा दूसरी से बड़ी होती है। पहले इसे उस द्रव से भरते हैं, जिसे निकालना होता है। दोनों सिरों को उंगली से बन्द करके, छोटी भुजा को खाली किए जाने वाले द्रव के बर्तन में तल के नीचे डुबा देना चाहिए। उंगली हटाने पर द्रव प्रवाहित होने लगता है।

चित्र 162

मान लीजिए, छोटी और बड़ी भुजाओं के शीर्ष विन्दुओं की संगत द्रव-तलों से ऊंचाइयां क्रमशः h एवं h' हैं, और उनके शीर्ष विन्दुओं पर दबाव क्रमशः p_1 एवं p_2 हैं। यदि P वायुमंडलीय दबाव हो (जो दोनों खुले सिरों पर कार्य करता है), तो

$$p_1 = P - h\rho g, \text{ एवं } p_2 = P - h'\rho g$$

$$\therefore \; p_1 - p_2 = (h' - h)\rho g.$$

चित्र में, $h' > h$ इसलिए $p_1 > p_2$ अर्थात् द्रव शीर्ष-विन्दु D से B की ओर बहेगा। रिक्ति की पूर्ति के लिए वायुमंडलीय दबाव के कारण कुछ जल D पर चढ़ जायगा, और अविरल धारा प्रवाह मिलेगा।

निनाल की क्रिया के लिए निम्न बातें आवश्यक हैं।

(1) प्रारंभ में संपूर्ण नली द्रव से भरी होना चाहिए।

(2) लम्बी भुजा का द्रव-संस्पर्श-तल, छोटी भुजा के द्रव-संस्पर्श तल से नीचे होना चाहिए ($h' > h$)

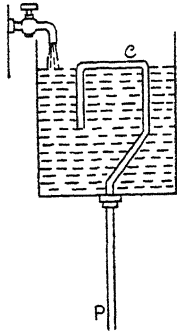
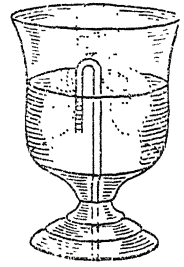
यदि लम्बी भुजा में छोटी भुजा की ओर के द्रव-तल से ऊंचे किसी विन्दु पर छिद्र किया

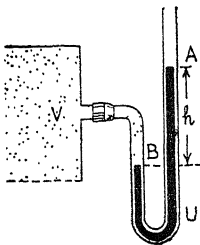
जाय, तो क्रिया बन्द हो जायगी, क्योंकि इस स्थिति में B पर दबाव D के दबाव से कम न हो पायेगा, और द्रव D से B की ओर बह न सकेगा।

(3) छोटी भुजा के द्रव-तल से भुजा के शीर्ष की ऊंचाई h, उसी द्रव के बैरोमीटर की ऊंचाई से कम होना चाहिए। अन्यथा जल, वायुमंडलीय दबाव से भुजा के शीर्ष तक नहीं पहुंच पायेगा।

(4) निनाल, शून्यीकरण की स्थिति में कार्य नहीं करेगा, क्योंकि वायुमंडलीय दबाव लुप्त होने के कारण भुजा-शीर्ष तक द्रव नहीं चढ़ सकेगा।

आत्मचालित फ्लश (Automatic Flush) :—ये टट्टियां अपने आप समय-समय पर साफ होती रहती हैं। टट्टी के ऊपर एक छोटी नांद में नल चलता रहता है। नांद के पेंदे से एक साइफन की लंबी भुजा निकल कर टट्टी में चली जाती है। जब पानी का तल साइफन के उच्चतम विन्दु को स्पर्श करने लगता है, तो साइफन कार्य करने लगता है और टट्टी जल के वेग से साफ हो जाती है। फिर नांद में नल का पानी धीरे-धीरे भरता है और पुरानी क्रिया दुहरा जाती है।

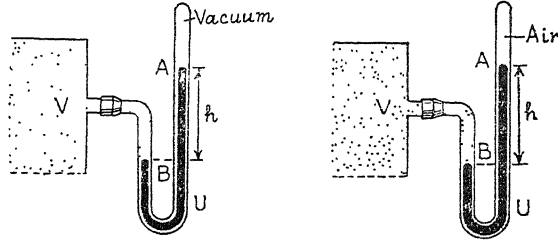
चित्र 163

वासुदेव प्याला (Tantalus Cup) :—यह साइफन के सिद्धान्त पर आधारित एक छोटा-सा खिलौना है। कृष्ण गाथाओं के अनुसार जब वासुदेव बालकृष्ण को लेकर यमुना पार करने लगे, तो नदी ऊपर को बढ़ने लगी और कृष्ण के चरण-स्पर्श कर उतरने लगी। खिलौने में पानी भरने पर पहले तो जल का तल चढ़ता जाता है। श्रीकृष्ण के चरण छूने के साथ ही एक साइफन कार्य करने लगता है। चरण साइफन के उच्चतम विन्दु पर होते हैं।

चित्र 164

दबाव प्रमापक (Pressure Gauges) :—ये यंत्र किसी गैस का दबाव नापने के काम में आते हैं। विभिन्न दबावों पर एक ही प्रकार के दबाव प्रमापक संतोषप्रद कार्य नहीं कर सकते। आवश्यकता के अनसार उनकी रचना भी भिन्न होती है। यहां कुछ प्रमापकों का विवरण दिया जाता है।

चित्र 165

(क) खुली नली का मैनोमीटर :—जब दबाव की मात्रा, वायु मंडलीय दबाव से अधिक भिन्न नहीं होती, तब इसका प्रयोग किया जाता है।

दोनों सिरों पर खली यू-नली में किसी द्रव को

(सामान्यतः जल, पारा या तेल) लगभग आधा भर देते हैं। नली के एक सिरे को उस बर्तन से सम्बद्ध कर देते हैं, जिसमें दबाव निकालना है। यू-नली की जिस भुजा में पारे का तल नीचा हो, उसी ओर का दबाव अधिक होगा। खुली भुजा में द्रव-तल पर वायुमंडलीय दबाव कार्य करता है। यदि h, द्रव तलों के बीच की ऊंचाई और ρ द्रव का घनत्व हो, तो दोनों ओर के दबावों का अंतर $h\rho g$ होगा।

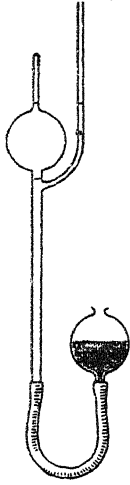
(ख) बन्द नली के मैनोमीटर :—(i) जब नापा जानेवाला दबाव, वायुमंडलीय दबाव का छोटा सा अंश होता है, तो पूर्व व्यवस्था में खुली भुजा को वायु रिक्त करके, बन्द कर देते हैं। अब दूसरी भुजा में द्रव-तल, दूसरी ओर के द्रव-तल से नीचा होगा। यदि h पूर्ववत् द्रव-तलों के बीच की दूरी प्रकट करे, तो दबावान्तर $h\rho g$ ही गैस का अभीष्ट दबाव होगा।

चित्र 166

(ii) जब किसी गैस का दबाव $1\frac{1}{2}$ वायुमंडल से अधिक, पर अत्यधिक न हो, तो खुली भुजा में द्रव तल के ऊपर कुछ वायु प्रविष्ट कराके ऊपरी सिरा बंद कर देते हैं। इस भुजा पर दबाव की मात्रा प्रकट करने वाले चिह्न बना दिए जाते हैं। (दबाव, वायु के आयतन का उत्क्रमानुपाती है।)

(ग) बोर्डन दबाव प्रमापक (Bourdon Pressure Gauge) :—बहुत अधिक या बहुत कम दबावों को नापने के लिए इसका प्रयोग किया जाता है। इसमें एक धातु की खोखली नली होती है, जिसका एक सिरा बंद रहता है, और दूसरा सिरा दबाव नापने के बर्तन से संवद्ध कर दिया जाता है। नली का अनुप्रस्थ परिच्छेद अंडाकार बना दिया जाता है। बन्द सिरा एक पत्ती द्वारा किसी लीवर की एक भुजा से संबद्ध कर दिया जाता है। लीवर की दूसरी भुजा के सिरे पर एक दांतेदार चाप रहता है, जिसके दांत एक अन्य पहिये के दांतों से सटे रहते हैं। पहिया, एक निर्देशक को स्केल पर घुमाता है।

नली के अन्दर गैस का दबाव पड़ने से उसकी गोलाई बढ़ जाती है, और वक्रता कम हो जाती है। नली का बन्द और स्वतंत्र सिरा दबाव के अनुसार गति प्राप्त करता है। यह गति लीवर की क्रिया से संवर्धित होकर निर्देशक द्वारा प्रकट होती है।

(घ) मैक्लोयड दबाव प्रमापक (Mecleod Pressure Gauge) :—इसके द्वारा अत्यंत क्षीण दबावों को नापा जा सकता है। इसमें एक शीशे का बल्ब, एक मोटी दीवाल की केशिका नली से जुड़ा रहता है। बल्ब की बगल से जाने वाली एक नली, जो दबाव

नापे जाने वाले बर्तन से संबद्ध होती है, बल्ब को नीचे की ओर आकर मिलाती है। संधान-स्थल से कुछ नीचे एक रबड़ की नली जुड़ी होती है, जिसका दूसरा सिरा, पारे की एक टंकी से सम्बद्ध रहता है।

चित्र 167

केशिका नली का आयतन अंकित चिन्हों द्वारा प्रकट होता है। बल्ब का आयतन ज्ञात होता है। यह केशिका नली के संपूर्ण आयतन का 1000 गुना अथवा और अधिक होता है।

प्रारंभ में, जब टंकी का तल नीचा होता है, तो पारा बल्ब के बगल वाली नली के संधान-स्थल से नीचे होता है और केशिका नली में वायु का दबाव, नापे जाने वाले दबाव p के बराबर होता है। फिर जब टंकी को ऊंचा किया जाता है, तो पारा बल्ब के ऊपर केशिका नली में चढ़ जाता है। यदि बर्तन से सम्बद्ध नली में पारे का तल इस ओर से h अधिक ऊंचा हो और V, बल्ब तथा केशिका नली का संयुक्त आयतन हो, तो केशिका नली में दबी हुई वायु का आयतन v बॉयल नियम के अनुसार निम्न समीकरण द्वारा प्रकट होगा—

$$pV=(p+h)v$$

$$\therefore\ p\ (V-v)=hv \text{ अर्थात् } p=\frac{h.\ v}{V-v}.$$

हल किये हुए प्रश्न

1. यदि किसी वायु-पंप का बेलन, आकार में ग्राहक का एक तिहाई हो, तो 5 आघातों के पश्चात् पहले की हवा का कौन-सा भाग रह जायगा। यदि बाहरी दबाव 76 सें० मी० है, तो ग्राहक के अन्दर बैरोमीटर क्या पाठ देगा? **(पटना, 1929)**

$$\frac{d_5}{d}=\left(\frac{V}{V+V'}\right)^5=\left(\frac{3V'}{V'+3V'}\right)^5=\left(\tfrac{3}{4}\right)^5 \text{ क्योंकि } V=3V'$$

$$\because\ \frac{P_5}{d_5}=\frac{P}{d},\quad \therefore\ P_5=P\times\left(\frac{d_5}{d}\right)=76\times\left(\tfrac{3}{4}\right)^5=18{\cdot}04 \text{ सें० मी०}$$

2. एक पारे का बैरोमीटर, किसी वायु पंप के ग्राहक में है। प्रारंभ में उसकी ऊंचाई 76 सें० मी० है, और दो आघातों के पश्चात् वह 72 सें० मी० हो जाती है। तो बताओ कि दस आघातों के पश्चात् वह क्या होगी? (बैरोमीटर का आयतन त्याज्य है)

$$P_2 = P\left(\frac{V}{V+V'}\right)^2 ;\therefore 72 = 76\left(\frac{V}{V+V'}\right)^2 \text{अर्थात्} \left(\frac{V}{V+V'}\right) = \sqrt{\tfrac{72}{76}} = \sqrt{\tfrac{18}{19}}$$

$$P_{10} = P\left(\frac{V}{V+V'}\right)^{10} = 76\ \left(\tfrac{18}{19}\right)^5 \text{ लगभग} = 58 \text{ सें॰ मी॰ लगभग}$$

3. किसी साइफन की भुजाओं की लंबाइयां क्रमशः 1 फुट और 8 इंच हैं, और उनके व्यास 2 इंच हैं। छोटी भुजा किसी द्रव में 2 इंच की गहराई तक डूबी रहती है। द्रव के बहाव का वेग निकालो और बताओ कि साइफन द्वारा कितना जल बह जाता है। ($g = 32{\cdot}2$ फीट प्रति सेकिंड^2)

मान लीजिए h_1 और h_2 क्रमशः बड़ी और छोटी भुजाओं की लम्बाइयां हैं।

यहां $h_1 = 1$ फुट, $h_2 = 8-2$ इंच $= 6$ इंच $= \frac{1}{2}$ फुट

$\therefore\ v = \sqrt{2g\ (h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \times 32{\cdot}2 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{32{\cdot}2} = 5{\cdot}67$ फीट प्रति सेकिंड।

1 सेकिंड में द्रव का निकास $= \pi r^2 v = 3{\cdot}14 \times \left(\frac{1}{12}\right)^2 \times 5{\cdot}67$ घन फीट $= {\cdot}124$ घन फीट

प्रश्नावली

1. चित्र बनाकर एक वायु-पंप का विस्तृत वर्णन करो। इसके कुछ उपयोगों का विवरण दो। **(यू॰ पी॰ बोर्ड**, 1925, '27, '38; **पंजाब**, '29; **कलकत्ता**, '23)
   चार आघातों के पश्चात्, वायु-पंप के ग्राहक में हवा का घनत्व तथा हवा के पहले घनत्व का अनुपात 256 : 625 है। पीपे और ग्राहक के आयतनों का क्या अनुपात है? **(कलकत्ता**, 1923)
2. संपीडक और चूषक वायु-पंपों में बराबर आघातों के पश्चात् दाबों की तुलना करो, और बताओ कि दोनों के व्यंजकों में मौलिक भेद क्यों है? **(पटना**, 1931)
   चित्र सहित संपीडक पंप की क्रिया पर प्रकाश डालो। **(कलकत्ता**, 1925)
3. दुनाली वायु का पंप का वर्णन करो, और उसकी क्रिया समझाओ। **(कलकत्ता**, 1938, '47)
4. बाइसिकिल के पंप की क्रिया समझाओ। ऐसे पंप में साधारण रिक्तक पंप (Exhaust pump) से क्या अन्तर है? **(पटना**, 1948; **यू॰ पी॰ बोर्ड**, '43)
5. 'छन्ना पंप' (Filter pump) की क्रिया विधि पर प्रकाश डालो। **(यू॰ पी॰ बोर्ड**, '46)
6. फुटबाल फुलानेवाले पंप के कार्य करने वाले तरीके को समझाओ **(पटना**, 1929)
7. सामान्य उत्थापक या बल पंपों की क्रिया पर प्रकाश डालो।
   किसी निचली टंकी से ऊपरवाली टंकी में तेल (वि॰ गु॰ ·8) को उठाने के लिए उत्थापक पंप का प्रयोग किया जाता है। निचली टंकी से पंप की अधिकतम क्या

ऊंचाई संभव है ? क्या व्यवहार में यह ऊंचाई मिल सकती है ? सकारण उत्तर दो। (वायुमंडल की दाव=76 सें० मी०) (**पटना**, 1920)

(**उत्तर**, 1292 सें० मी०)

8. किसी चूषण-पंप का पिस्टन, जल की सतह से 10 फीट ऊपर है, और पिस्टन के ऊपर पानी की ऊंचाई 4 फीट है। यदि पीपे का व्यास 6 इंच हो, तो पिस्टन को संभाले रहने के लिए कितना बल अभीष्ट होगा ?
(एक घनफुट पानी का भार=62·5 पौंड)

(**उत्तर**, 171·87 पौंड)

9. एक संपीडक पंप के पीपे और ग्राहक के आयतन क्रमशः 75 घन सें० मी० और 1000 घन सें० मी० हैं। ग्राहक में हवा का दबाव 1 वायुमंडल से चार वायुमंडल तक बढ़ाने के लिये कितने आघातों की आवश्यकता होगी ? (**कलकत्ता**, 1925)
(**उत्तर**, 50)

10. साइफन की क्रिया समझाओ। (**यू०पी०बोर्ड**, '46, **कलकत्ता**,'26, '27, **पटना**,'21) इस सिद्धान्त का प्रयोग वासुदेव प्याले (Tantalus Cup) में किस प्रकार होता है ? (**कलकत्ता**, '28)

11. चूषण पंप का वर्णन करो। ऐसे पंप के द्वारा पानी 30 फीट से अधिक ऊंचाई पर नहीं उठाया जा सकता है। सकारण समझाओ। अपनी व्याख्या की पुष्टि में, प्रयोगशाला के किसी प्रयोग का विवरण दो।

(**यू० पी० बोर्ड**, '40, '51, **कलकत्ता**, '24, '30, **ढाका**, '32)

स्पष्ट चित्र द्वारा, 15 फीट से अधिक गहराई से कुएं के जल को उठाने की किसी व्यवस्था का विवरण दो। यदि कुआं 30 फीट से अधिक गहरा हो, तो क्या कठिनाई होगी ? (**यू०पी० बोर्ड**, '45) 60 फीट से अधिक गहरे कुएं से जल निकालने के लिए क्या व्यवस्था काम में लाओगे ? (**यू० पी० बोर्ड**, '37) अग्नि बुझाने वाले पंप का विवरण दो। (**यू० पी० बोर्ड**, '43) 34 फीट से अधिक गहरे कुएं से जल निकालने की व्यवस्था का विवरण दो। (**यू० पी० बोर्ड**, '39)

12. पारे से भरे हुए एक बेलनाकार बर्तन को रिक्त करने के लिए एक साइफन का प्रयोग किया जाता है। साइफन की छोटी भुजा, बर्तन की तली तक पहुंचती है, जिसकी गहराई 45 इंच है। यह देखा जाता है कि बर्तन के खाली होने से पहले ही पारे का बहना बन्द हो जाता है। इसको समझाओ, और बताओ कि बर्तन का कितना हिस्सा पारे से भरा रहेगा। (बैरोमीटर की ऊंचाई=30")

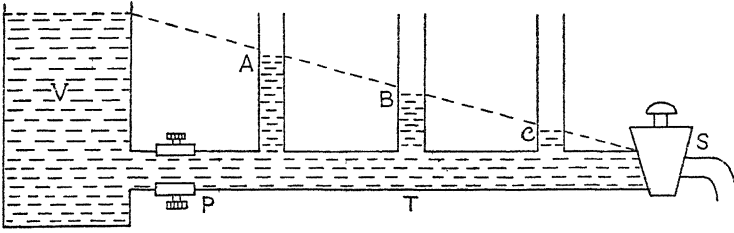
(**उत्तर**, $\frac{1}{3}$.) (**पटना**,'35; **कलकत्ता**, '26; **ढाका**, '30

13. निर्वात ब्रेक (Vacuum Brake) की क्रिया सचित्र समझाओ। जंजीर खींचने से गाड़ी क्यों रुक जाती है ?

14. टॉप्लर पंप की कार्यविधि पर प्रकाश डालो। इसके द्वारा चूषण पंप से अधिक शून्य क्यों संभव है ?

अध्याय 14

तरल-गतिविज्ञान (Hydrodynamics)

बहता हुआ द्रव, स्थिर द्रव से कुछ बातों में भिन्न होता है। स्थिर द्रव के भीतर एक ही समतल पर प्रत्येक विन्दु पर दबाव समान होता है, पर बहते हुए द्रव में दवाव, बहाव की ओर घटता जाता है।

चित्र 718

इसे दिखाने के लिए एक पीतल की टंकी को जल से भर दिया जाता है। उसकी पेंदी के पास बगल में एक छिद्र रहता है जिसमें एक काग लगा होता है। काग के छिद्र में एक छोटी नली लगी रहती है, जो कांच की एक बड़ी नली T के साथ रबड़ की एक छोटी नली से जोड़ दी जाती है। नली T में बराबर दूरी पर कांच की नालियां A,B,C ऊर्ध्वाधर स्थिति में व्यवस्थित रहती हैं। एक चमोटीदार काग P द्वारा जल का प्रवाह नियंत्रित किया जा सकता है। जब टोंटी बन्द रहती है, तो प्रत्येक नली में जल-स्तंभ की ऊंचाई बराबर होती है। टोंटी खोल कर जल-प्रवाह कराने पर सब नलियों में द्रव-तल गिर जाता है। टंकी के सबसे निकट की नली में द्रव-स्तंभ सबसे अधिक ऊंचा होता है; ज्यों-ज्यों हम टोंटी की दिशा में बढ़ते हैं, त्यों-त्यों द्रव-स्तंभ की ऊंचाई कम होती जाती है। यह कमी, टंकी से नली की दूरी के समानुपाती होती है।

हम जानते हैं कि टंकी में स्थिर अवस्था में जल भरने के कारण उसमें स्थितिज ऊर्जा होती है। जब चमोटीदार काग को खोल कर जल-प्रवाह कराया जाता है, तो वर्तन में भरे जल के दाब के कारण जल नीचे को ओर नली में बहने लगता है। इस बहनेवाले जल को नली की दीवाल से कुछ अवरोध मिलता है। यह अवरोध जल के निकटवर्ती कणों के दबावान्तर से निष्क्रिय होता है। जब पानी धीमी और समगति से नली में बहता है, तो दबाव केवल इसी अवरोध को दूर करने में लगता है, पर जब पानी का प्रवाह अधिक वेग से होता है, तो दबाव का विशेष भाग, जल में गतिज ऊर्जा उत्पन्न करता है, और दीवाल के अवरोध को नष्ट करने में उसका बहुत कम भाग व्यय होता है।

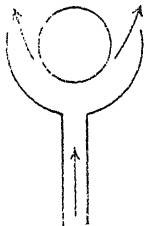
द्रव-प्रवाह के विषय में एक प्रमुख तथ्य यह भी है कि किसी विषम अनुच्छेद की नली में किसी विन्दु पर द्रव का वेग, अनुच्छेद का उत्क्रमानुपाती होता है, अर्थात् जहां नली चौड़ी होती है, वहां वेग कम और जहां पतली होती है, वहां वेग अधिक होता है। इसका कारण यह है कि दबाव के कारण द्रवों के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं होता। नली का अनुच्छेद किसी भी विन्दु पर कुछ भी हो, द्रव समान मात्रा में नली के प्रत्येक इकाई अनुच्छेद से होकर बहता है। यदि किसी विन्दु पर r, नली के अनुच्छेद की त्रिज्या हो, और v उस विन्दु पर द्रव का वेग हो, तो एक सेकिंड में उस स्थल से प्रवाहित होनेवाले जल की मात्रा, $\pi r^2 v$ होगी। यह सदैव स्थिरांक रहेगी। इसलिए नली का व्यास दुगना होने पर वेग चौथाई रह जायगा। नली के चौड़े भाग में जहां वेग कम होता है, दवाव अधिक होता है, और संकरे भाग में जहां वेग अधिक होता है, दवाव कम होता है। यदि चौड़े भाग में दबाव, वायु-दबाव के बराबर हो, तो संकरे भाग में दबाव वायु-दबाव से अधिक होगा। इसलिए संकरे भाग की ओर एक स्वाभाविक खिचाव उत्पन्न हो जाता है। इसी सिद्धान्त पर छन्ना पंप बनाये जाते हैं और बुन्सेन ज्वालक तथा मोटर के कार्बुरेटर में नली का सिरा पतला बना कर गैस में हवा मिलाई जाती है।

बर्नोली (Bernoulli) का सिद्धांत:—तरल पदार्थों की गति के विषय में बर्नोली ने यह सिद्धान्त बनाया कि नली के भीतर दबाव बढ़ने से वेग में कमी आ जाती है। दबाव और वेग में सम्बन्ध निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त होता है :—

$\frac{p}{\rho}+\frac{1}{2}q^2+V=C$ (C एक स्थिरांक है)। सूत्र में व्यवहृत संकेतों का तात्पर्य नीचे दिया है :

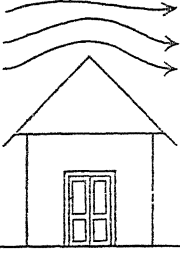
p=दबाव; ρ=तरल का घनत्व, q=गति

V=विभव, अर्थात् इकाई संहति के तरल की स्थितिज ऊर्जा (प्रामाणिक स्थिति में $V=O$)

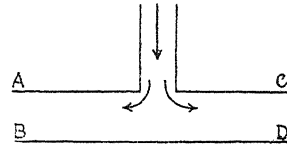
यह सिद्धान्त बहुत व्यापक महत्व का है। अब हम कुछ साधारण उदाहरणों से इस सिद्धांत को लक्षित करेंगे।

चित्र 169

(1) प्लेटफार्म पर चलती हुई रेलगाड़ी के निकट खड़ रहनेसे मना किया जाता है, क्योंकि ट्रेन का वेग अधिक होता है। इसी वेग के कारण गाड़ी की ओर दबाव घट जाता है। गाड़ी के निकट खड़े आदमी के दूसरी ओर वायु का वेग कम रहता है। इसलिए उधर से दबाव अधिक लगता है और मनुष्य के गाड़ी की ओर खिंच जाने का भय रहता है।

यदि एक हल्की गेंद को उल्टी कुप्पी के मुंह के निकट आयोजित करें और पानी को कुप्पी की नली में से गिराया जाय,

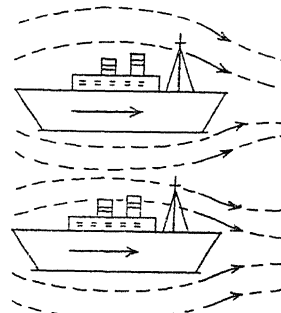
तो बाहरी दबाव के अधिक होने से, गेंद गुरुत्वाकर्षण के प्रतिकूल टिकी रहती है।

चित्र 170

आंधी, तूफान में अक्सर घरों के छप्पर अथवा टिन की छतें उड़ जाती हैं। बाहर की ओर वेगाधिक्य से दबाव घट जाता है, पर भीतर की ओर स्थिर वायु का दबाव अधिक रहता है। भीतरी हवा के दबाव से छत उड़ जाती है।

एक गोल तख्ते के बीच में एक नली बैठाई जाती है, और दूसरी ओर बीच के सूराख के पास एक कागज का बड़ा टुकड़ा BD रखा गया है। जब नली में हवा जोर से फूंकी जाती है, तो उड़ जाने के बजाय कागज का टुकड़ा नली से आकर सट जाता है। हवा के वेग के कारण दबाव घट जाता है, और बाहरी दबाव से कागज निकट आ जाता है।

चित्र 171

(5) यदि दो दफ्तियों के बीच हवा को जोर से फूंका जाय, तो वायु के वेग के कारण उन दोनों के बीच में दबाव कम हो जाता है। बाहर से वायु-मंडल का दबाव अधिक रहने के कारण दपितयां निकट आ जाती हैं।

(6) गेहूँ की हरी डंठल की खोखली नली से बच्चे खेलते हैं। नली का एक सिरा मुंह में रख कर दूसरे सिरे को ठीक ऊपर रखते हैं। इस ऊपरी सिरे को त्रिफल में विभाजित कर फलों को थोड़ा फैला देते हैं। ऊपरी सिरे पर मटर अथवा गोली रख कर फूंकने से मटर ऊपर-नीचे उछलती हुई नाचती रहती है, क्योंकि वेग के कारण ऊपरी सिरे से निकलने वाली वायु में आंशिक शून्यता आ जाती है, और बाहरी हवा के दबाव से मटर थिरकने लगती है।

(7) किसी नल की टोंटी से थोड़ी दूरी पर धागे से लटका कर सेलुलाइड की एक गोली रखिए, और टोंटी खोल दीजिए। जलधारा के तीव्र वेग से आंशिक शून्यता उत्पन्न होती है, और गोली बाहरी दबाव से खिंच कर धार से सट जाती है। यह खिंचाव, तल तनाव (Surface Tension) के कारण और भी बढ़ जाता है।

चित्र 172

(8) जल के फव्वारों में सेलुलाइड की गोलियां नाचती हुई दिखाई देती हैं। जब कोई

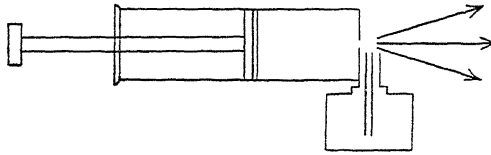
गोली जल स्रोत से ऊपर की ओर चलती है, तो बाहरी दबाव के कारण वह पुनः भीतर की ओर ठेल दी जाती है।

(9) यदि दो जहाज समुद्र में एक ही दिशा में समान्तर जा रहे हों, और एक दूसरे के काफी निकट हों, तो वे टकरा जाते हैं। जहाजों के बीच में जलधारा का वेग, बाहर की अपेक्षा अधिक होता है, जिससे वहां एक आंशिक शून्यता की उत्पत्ति होती है। इस कारण बाहर से अन्दर की ओर दबाव पड़ता है और जहाजों में पारस्परिक खिचाव होता है। चित्र 172.

बर्नौली सिद्धान्त के उपयोग :—

बुन्सेन ज्वालक—ज्वालक की पेंदी पर एक नली होती है, जिसका ऊपरी सिरा पतला बनाया जाता है। एक बारीक सूराख से गैस घुसती है। इसी सिरे के चारों ओर ऊपर की चौड़ी नली में हवा आने के लिए छिद्र रहते हैं। जब बारीक सूराख से गैस, नली में प्रवेश करती है, तो पतले सिरे के निकट दबाव में कमी आ जाती है, जिसकी पूर्ति के लिए वायु चारों ओर से आकर गैस में मिल जाती है। बड़े छिद्रों के द्वारा आनेवाली वायु की मात्रा को नियंत्रित किया जा सकता है।

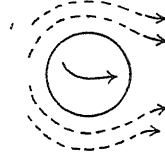
मोटर के कार्बुरेटर में नली का सिरा पतला बनाया जाता है, जिससे हवा खिच कर पेट्रोल वाष्प में मिल जाये।

फुहारेदार पिचकारी (Atomiser):—इसमें एक साधारण पिचकारी रहती है, जिसका मुंह एक पतली नली के खुले सिरे के निकट रखा जाता है। यह नली बर्तन के भीतर, पिचकारी के लंबवत् रखी जाती है, और द्रव में डूबी रहती है। जब पिचकारी का पिस्टन दबाते हैं, तो हवा वेग के साथ निकलती है। आंशिक शून्यता उत्पन्न होने से द्रव नली में खिच जाता है, और फुहारे के रूप में हवा के साथ निकलता है। इसके द्वारा छोटे-छोटे कीड़े मारे जाते हैं।

चित्र 173

इसी सिद्धान्त पर रंग पोतने की कूचियों (Air brushes) का निर्माण होता है। तल पर रंग एक रूप पोता जाता है। उस पर कूचियों के दाग नहीं पड़ते।

गोल्फ (Golf) में गेंद की उड़ान :—जब बल्ले की चोट ठीक गति के विरुद्ध पड़ती है, तो गेंद साधारण रूप से वापस चली आती है। पर जब खिलाड़ी बल्ले की सतह झुकी रख कर थोड़ा सा एक ओर को झुका कर आघात पहुंचाता है, तो गेंद नाचती हुई विकृत गति से वापस जाती है। यदि आघात से गेंद क्षितिज धुरी पर नाचती है, तो बहुत ऊपर उठ जाती है, और जब विपरीत दिशा में नाचती है, तो नीचे की ओर जाती

है। यदि वह किसी ऊर्ध्व धुरी पर नाचती है, तो परिभ्रमण (spin) के अनुसार दाहिनी या बांई ओर मुड़ जाती है।

मान लीजिए गेंद दाहिनी ओर से बाईं ओर जा रही है और अपनी एक क्षितिज धुरी पर वामावर्त घूम रही है। गेंद के ऊपरी भाग में हवा की गति और परिभ्रमण की दिशा एक दूसरे के अनुकूल है, और नीचे की ओर वह प्रतिकूल है। इसलिए नीचे का परिणामी वेग कम और ऊपर की ओर अधिक होता है। इससे नीचे दबाव अधिक और ऊपर कम होता है, जिसके कारण गेंद ऊपर उठ जाती है। इसी प्रकार अन्य स्थितियों को भी समझा जा सकता है।

चित्र 174

हल किए हुए प्रश्न

1. एक विषम नली का अर्धव्यास एक स्थल पर 1 इंच है, और दूसरे स्थल पर 3 इंच है। यदि पहले स्थल पर जल का वेग 60 फुट प्रति सेकंड है, तो दूसरे स्थल पर क्या होगा।

जल प्रवाह की दर $=\pi r^2 v=$ नियतांक

$$r_1^2 v_1 = r_2^2 v_2$$

या,
$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{r_1}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$v_2 = \frac{v_1}{9} = \frac{60}{9} = \frac{20}{3} \text{ फीट} = 6\tfrac{2}{3} \text{ फीट प्रति सेकिंड}$$

2. एक विषम अनुच्छेद की क्षैतिज नली में पानी बह रहा है। एक विन्दु पर जहां गति 50 फीट प्रति सेकिंड है, दबाव 20 पौंड प्रति वर्ग इंच लग रहा है। यदि किसी विन्दु पर गति 40 फीट प्रति सेकिंड हो, तो वहां पर दबाव कितना होगा ?

बर्नोली के सूत्र से,

$$\frac{p_1}{\rho} + \tfrac{1}{2}q_1^2 = \frac{p_2}{\rho} + \tfrac{1}{2}q_2^2 \quad (V=0)$$

यहां, $p_1 = 20\times 144$ पौंड प्रति वर्गफुट

$= 20\times 144\times 32$ पौंडल प्रति वर्गफुट

$\rho = 62{\cdot}5$ पौंड प्रति घनफुट

$$\frac{20\times 144\times 32}{62{\cdot}5} + \tfrac{1}{2}\times 50^2 = \frac{p_2}{62{\cdot}5} + \tfrac{1}{2}\times 40^2$$

$$p_2 = 62{\cdot}5\left\{\frac{20\times 144\times 32}{62{\cdot}5} + \frac{1}{2}\times(50^2 - 40^2)\right\} \text{ पौंडल प्रति वर्गफुट}$$

$$= (20\times 144\times 32 + 450\times 62{\cdot}5) \text{ पौंडल प्रति वर्गफुट}$$

$$= \left(20\times 144 + \frac{450\times 62{\cdot}5}{32}\right) \text{ पौंड प्रति वर्ग फुट}$$

$$= \left(20 + \frac{450\times 62{\cdot}5}{32\times 144}\right) \text{ पौंड प्रति वर्ग इंच}$$

$$= 26{\cdot}1 \text{ पौंड प्रति वर्ग इंच}$$

प्रश्नावली

1. बहते हुए द्रवों और स्थिर द्रवों में क्या अन्तर होता है ? पतली नली में से निकलने वाले जल का वेग क्यों अधिक होता है ?
2. बर्नोली सिद्धान्त की व्याख्या करो और उस पर आधारित घटनाओं का उल्लेख करो ?
3. बुन्सन ज्वालक और फुहारेदार पिचकारी की क्रिया प्रणाली समझाओ ।
4. (a) नली की टोंटी में से निकलती हुई जलधारा के निकट कोई गेंद लाने से वह धार में सट क्यों जाती है ?

   (b) तूफान में बहुधा छप्पर घरों से उड़ जाते हैं, जबकि अन्य भागों पर कोई प्रभाव नहीं होता ।
5. एक विषम अनुच्छेद की क्षैतिज नली में पानी वह रहा है । एक विन्दु पर जहां गति 20 फीट प्रति सेकिंड है, दाब 25 पौंड प्रति वर्गइंच लग रहा है । यदि किसी विन्दु पर गति 10 फीट प्रति सेकिंड हो, तो दाव क्या होगा ।

   (उत्तर, 27.03 पौंड प्रति वर्ग इंच)
6. चलती हुई रेलगाड़ी के निकट प्लेटफार्म पर खड़ा होने को मना किया जाता है। क्यों ? यदि किसी विषम नली का अर्धव्यास एक स्थल पर 4 इंच है, और वेग 100 फीट प्रति सेकिंड है, तो जिस स्थल पर व्यास 2 इंच है, वहां वेग क्या होगा ?

   (उत्तर, 1600 फीट प्रति सेकिंड)

द्वितीय प्रकरण

उष्मा

(HEAT)

अध्याय 1

उष्मा का स्वरूप––तापमापक यंत्र

(Thermometers)

उष्मा, पदार्थों का वह सर्वव्यापी गुण है कि जिसके विना उनकी कल्पना करना भी कठिन है। वह कोई द्रव्य नहीं, वरन् अनुभूति से संबंध रखती है। वह शक्ति का एक रूप है। सभ्यता के आदि काल से आज तक जीवन के विभिन्न स्तरों पर उष्मा एक अभिन्न सहचर है।

उष्मा उत्पन्न करने के लिए, किसी न किसी प्रकार की शक्ति का व्यय होना आवश्यक है। सभ्यता के शैशव काल में पत्थरों को रगड़ कर आग उत्पन्न की जाती थी। मुख्यतः उष्मा की प्राप्ति का मुख्य साधन, यांत्रिक शक्ति थी।

रासायनिक, विद्युत्, प्रकाश आदि शक्तियां भी उष्मा में परिणत की जा सकती हैं। तीव्र गन्धक के तेजाब में पानी मिलाने से घोल गर्म हो जाता है। लकड़ी, मिट्टी के तेल आदि जलाने से उनमें संचित रासायनिक शक्ति, उष्मा में परिणत की जा सकती है। विद्युत् भट्टियां, कठोर से कठोर धातुओं को गला देती हैं।

सूर्य, उष्मा का सबसे बड़ा स्रोत है। उसकी उष्मा को रासायनिक शक्ति में परिणत करते हैं, जिसको हम पुनः उष्मा में रूपान्तरित करते हैं। वास्तव में सूर्य को आदि स्रोत माना जा सकता है।

ताप––किसी वस्तु में (भौतिक परिवर्तन के अभाव में) उष्मा के प्रवेश की अनुभूति हम अपनी स्पर्शेन्द्रियों द्वारा कर सकते हैं। हमें वस्तु की गर्माहट में वृद्धि की प्रतीति होती है। यह एक सापेक्ष अनुभव है। वास्तव में ठंड और गर्मी दो विभिन्न गुणों को प्रकट नहीं करते, वे एक ही गुण की न्यूनाधिक मात्रा को प्रकट करते हैं। किसी वस्तु की गर्माहट उस वस्तु के ताप द्वारा व्यक्त की जाती है। यह गर्माहट वास्तव में वस्तु के अणुओं की गति से उत्पन्न होती है।

अणुओं के बीच में कुछ जगह सामान्यतः छूटी रहती है। भ्रमण करते हुए अणु एक दूसरे से टकराते हैं। ताप की वृद्धि से अणुओं के आन्दोलन बढ़ जाते हैं। और पारस्परिक संघातों में भी वृद्धि हो जाती है। ताप, वास्तव में उस गतिज ऊर्जा का द्योतक है।

यदि भिन्न तापों पर दो वस्तुओं को संबद्ध कर दिया जाय, तो उष्मा, अधिक तापवाली वस्तु से निकलकर दूसरी वस्तु में प्रवेश करेगी। उष्मा का प्रवाह तब तक होता रहता है, जब तक दोनों वस्तुओं का ताप एक नहीं हो जाता। यह स्वाभाविक ही है, क्योंकि

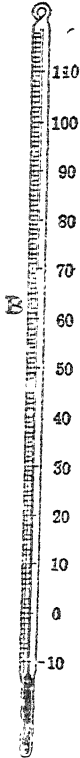
अणु, तीव्र आन्दोलन के स्थल से, (जहां उनकी स्वछंद गति में अधिक बाधा होती है) कम आन्दोलन वाले स्थल की ओर जाने की चेष्टा करते हैं।

ताप की विभिन्न मात्राएं एक ही भौतिक दशा के विभिन्न स्तरों को प्रकट करती हैं। जिस प्रकार जल की ऊंचे तल से नीचे की ओर वहने की स्वाभाविक प्रवृत्ति होती है, (पानी टंकी से अधिक ऊँचा नहीं चढ़ सकता। जितना ही नीचा तल होगा, उतना ही अधिक जल-शीर्ष का दवाव होगा।) उसी प्रकार ताप भी पिंड की उस उष्मीय अवस्था का परिचायक है, जिससे एक पिंड से दूसरे पिंड में उष्मा के प्रवाह की दिशा निर्धारित होती है। जलप्रवाह की दिशा, जल की मात्रा द्वारा नहीं, वरन् उसके स्तर द्वारा निर्धारित होती है। इसी प्रकार, उष्मा की मात्रा की वजाय, उष्मीय स्तर ताप द्वारा उष्मा का प्रवाह निर्धारित होता है। दो वस्तुएं बरावर ताप पर होने पर भी उनमें उष्मा की मात्रा भिन्न हो सकती है। कम ताप वाले पदार्थ की उष्मा, अधिक तापवाले पदार्थ की उष्मा से अधिक हो सकती है। लोहे की दो तिपाइयों पर क्रमशः, एक कटोरा और एक देगची रखो और उन्हें जल से भर कर एक एक वर्नर से गर्म करो। थोड़ी देर बाद कटोरी का जल खौलने लगता है, पर देगची का जल उसी ताप पर वहुत समय बाद पहुंचता है।

ताप की विशुद्ध माप के लिए तापमापकों की रचना की गई है। इनमें ताप के साथ, पदार्थों के विभिन्न भौतिक गुणों में परिवर्तन का उपयोग किया जाता है। सामान्य वस्तुओं के गर्मी पाकर प्रसारित होने के गुण पर अधिकतर तापमापक आधारित होते हैं। ठोसों को सामान्यतः इसलिए व्यवहार में नहीं लाते क्योंकि उनका प्रसार वहुत कम होता है। द्रवों के प्रसार का गुण, पारा तापमापक, अल्कोहल तापमापक आदि में किया गया है। गैसों को स्थिर दवाव तापमान और स्थिर आयतन तापमान में प्रयुक्त किया जाता है, जिनमें क्रमशः आयतन और दवाव की, ताप के अनुसार नियमित वृद्धि का उपयोग किया जाता है। ताप की वृद्धि से किसी धातु के तार के विद्युतीय प्रतिरोध (electrical resistance) की वृद्धि का उपयोग प्लैटिनम प्रतिरोध तापमान में किया गया है। दो असमान धातु के टुकड़ों को मिलाकर एक बन्द परिपथ के दोनों संधान-स्थलों के विभिन्न तापों पर व्यवस्थित होने से एक ऊष्मिक विद्युतीय (thermo-electric) वल की उत्पत्ति होती है, जिसे ज्ञात करने से किसी वस्तु के ताप का निर्धारण किया जा सकता है।

पारे का तापमापक—एक मोटी दीवार की केशिका-नली लेते हैं, जिसके एक सिरे पर घुंडी और दूसरे सिरे पर प्याली हो। प्याली में कुछ पारा भर देते हैं। पर नली में वायु के कारण और तल तनाव के कारण पारा अन्दर नहीं जा पाता। घुंडी को लौ से थोड़ा दूर हटा कर गर्म करने से कुछ वायु पारे में से बुलबुले देती हुई वाहर चली जाती है। ठंडा करने से नली की वायु सिकुड़ जाती है, और बाहरी हवा के दबाव से कुछ पारा नली में चला जाता है। बार-बार गर्म और ठंडा करने से नली पारे से भर जाती है। अधिक से अधिक जितना ताप नापना हो, उससे लगभग 20° अधिक ताप पर तापमापक

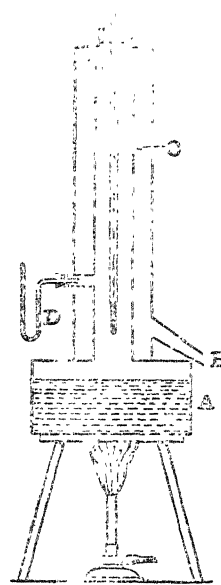
की घुंडी रखते हैं, जिससे उचित मात्रा में पारा नली में भर जाता है। अतिरिक्त पारा, ऊपर की प्याली में रह जाता है। प्याली को हटा कर, नली का मुह बन्द कर देते हैं। फिर एक सप्ताह बाद (जिससे घुंडी स्थायी स्थिति पर आ जाय) नली में दो स्थिर विन्दु लगाते हैं। ये विन्दु पिघलते बर्फ और भाप के तापों को प्रकट करते हैं।

चित्र 1

स्थिर विन्दुओं का निर्धारण (Determination of fixed points)—बर्फ को कूट कर एक कुप्पी में भर देते हैं, और उसमें तापमापक की घुंडी गाड़ देते हैं। घुंडी के निकट थोड़ा सा स्रवित जल (distilled water) डाल देते हैं, जिससे घुंडी और बर्फ का संस्पर्श अच्छा हो जाये। लगभग आधे घंटे में पारे का तल स्थिर हो जाता है। यह अधोविन्दु है।

चित्र 2

ऊर्ध्व विंदु (Upper fixed point) का निर्धारण करने के लिए ताप-मापक को आधे घंटे लगभग उबलते पानी की भाप में रखते हैं। पानी खौलाने के लिए एक विशेष प्रकार के बर्तन को काम में लाते है, जिसे हिप्सोमीटर (Hypsometer) कहते हैं। तापमापक का केवल थोड़ा-सा भाग बर्तन के ऊपरी सिरे पर लगे काग के बाहर निकला रहता है, जिससे पारे के तल को पढ़ा जा सके। तापमापक की घुंडी बर्तन में पानी के तल के ऊपर रहती है, जिससे पानी में घुली हुई अशुद्धियों का कोई प्रभाव न पड़े। इन अशुद्धियों के कारण द्रव के खौलने का ताप बढ़ जाता है, पर भाप का ताप वही रहता है।

चित्र 3

प्रयोग के समय का दवाव, प्रामाणिक दवाव से कुछ भिन्न होता है। ऊर्ध्वविन्दु की विशुद्ध स्थिति, संशोधन की गणना द्वारा निकाली जाती है।

तापमापकों में पारे का प्रयोग निम्न कारणों से किया जाता है।

(i) पारे का ताप के अनुसार बड़े परास में नियमित प्रसार होता है।

(ii) पारा सरलता से शुद्ध स्थिति में प्राप्त हो सकता है।

(iii) पारे की विशिष्ट उष्मा बहुत कम होती है। बल्ब का पारा, किसी वस्तु के संस्पर्श में आने पर शीघ्रता से वस्तु का ताप ग्रहण कर लेता है। इस क्रिया में वस्तु का ताप नहीं बदलता, क्योंकि उष्मा की बहुत कम मात्रा शोषित होती है।

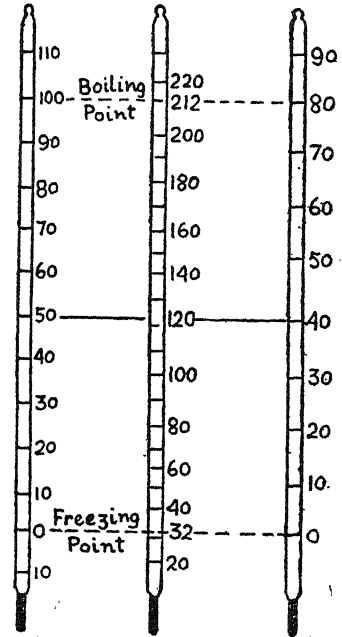
(iv) शुद्ध पारा, शीशे की नली की दीवारों को नहीं भिगोता।

(v) पारे का द्रवणांक बहुत कम और क्वथनांक बहुत अधिक होता है।

(vi) पारा एक चमकीला और अपारदर्शक द्रव है। उसका अर्द्धेन्दु स्पष्ट ही दिखाई देता है।

ताप नापने के पैमाने—मुख्यतः तीन पैमानों का प्रयोग किया जाता है (a) सेंटीग्रेड इसमें अधोविन्दु पर शून्य और ऊर्ध्व विन्दु पर 100° अंकित रहता है। बीच की जगह 100 बराबर खानों में बंटी रहती है।

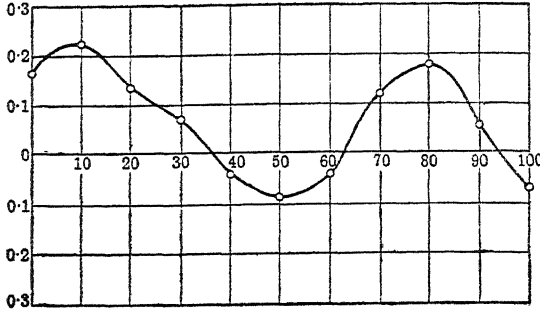
(b) **फैहरनहाइट पैमाना**—इसमें अधोविन्दु पर 32° और ऊर्ध्वविन्दु पर 212° अंकित रहता है। इसका शून्य हिम मिश्रण के न्यूनतम ताप को व्यक्त करता है।

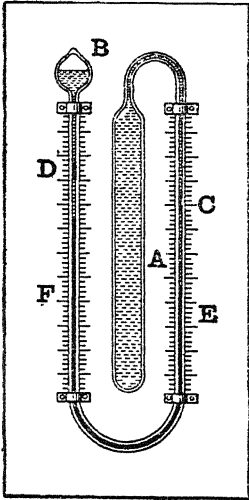
(c) **र्‌यूमर (Reaumur) पैमाना**—इस पैमाने में अधोविन्दु 0° और ऊर्ध्व विन्दु 80° होता है। इसका $\frac{5}{4}$ खाना सेंटीग्रेड के एक खाने के बराबर होता है। दोनों स्थिर विन्दुओं के बीच की दूरी को मूलान्तर कहते हैं।

चित्र 4

स्पष्टतः $\frac{C}{100}=\frac{F-32}{180}=\frac{R}{80}$

या, $\frac{C}{5}=\frac{F-32}{9}=\frac{R}{4}$

तापमापकों द्वारा व्यक्त पाठों की किसी प्रामाणिक तापमापक से तुलना करके एक

अंशांकन वक्र (correction curve) खींच लेते हैं, जिसकी सहायता से अन्य व्यक्त तापों को परिशोधित किया जा सकता है।

चित्र 5

सिक्स का उच्चतम और न्यूनतम तापमापक (Six's Maximum & Minimum Thermometer)—यह एक यू-नली जैसा होता है, जिसकी एक भुजा एक उदग्र घुंडी से जुड़ी रहती है, और दूसरी भुजा समकोण पर मुड़ कर एक चौड़ी बन्द नली से संबद्ध रहती है, जो नीचे की ओर दोनों यू-भुजाओं के समान्तर और उनके बीच में व्यवस्थित होती है। यू-भुजाओं में पारा रहता है। पारे के तल के ऊपर दोनों ओर रिक्त भाग में अल्कोहल भरा रहता है। पारे के दोनों तलों पर एक-एक निर्देशक रहता है। प्रत्येक निर्देशक के साथ एक कमानी रहती है, जो नली की दीवालों पर चिपक जाती है। इस कारण निर्देशक नली में कहीं भी टिक सकते हैं। ताप की वृद्धि होने पर, चौड़ी भुजा का अल्कोहल फैल जाता है, और उससे संबद्ध पारे का तल नीचे की ओर दब जाता है। दूसरी भुजा में पारे का तल उठ कर तल के निर्देशक को ऊपर ठेल ले जाता है। यह निर्देशक पारे के सिकुड़ने पर लौट नहीं सकता। इसकी अंतिम स्थिति अधिकतम ताप को व्यक्त करती है। इसी प्रकार ताप के गिरने से चौड़ी भुजा में अल्कोहल संकुचित होता है और उससे संबद्ध पारे का तल ऊपर की ओर उठ जाता है। इस ओर के निर्देशक की अंतिम स्थिति न्यूनतम ताप को प्रकट करती है। तापमापक में सामान्यतः फैह्रेनहाइट स्केल लगा रहता है। किसी चुम्बक के द्वारा निर्देशकों को पुनः पारे के तलों पर लाया जा सकता है।

चित्र 6

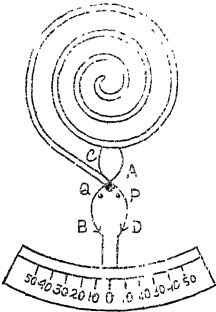
डाक्टरी तापमापक (Clinical thermometer)—यह एक का पारे का तापमापक है, जिसे डॉक्टर लोग, शरीर का ताप नापने में प्रयुक्त करते हैं। इसमें 95° से 110° तक के अंक बने होते हैं। तापमापक में घुंडी के ऊपर एक संकिरण (constriction) बना देते हैं। वहां पारे का स्तंभ कुछ मुड़ा हुआ और पतला होता है। तापमापक को बीमार के मुह या बगल से निकालने पर एकदम पारे का स्तंभ नीचे नहीं आता। उसे झटका देकर उतारा जाता है। यदि ऐसी व्यवस्था न हो, तो तापमापक रोगी के शरीर का ताप ठीक से नहीं पढ़ सकता, क्योंकि मुंह या बगल से निकालते ही वह वायुमंडल के ताप पर आ जाता है। तापमापक का एक छोटा खाना 2° के बराबर होता है। स्वस्थ व्यक्तियों का ताप 98·4° के लगभग होता है। ताप कभी 96° से कम और 107° से अधिक नहीं हो सकता।

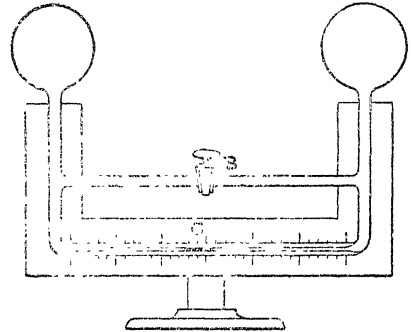
फैहरनहाइट

S C B

95 100 105 110

चित्र 7

कुंतल (Spiral) **तापमापक** :—यह एक प्रकार का ठोस महत्तम न्यूनतम तापमापक है। इसमें एक यौगिक पट्टी रहती है जिसके बाहरी ओर फौलाद और भीतर की ओर पीतल रहता है। यह एक कुंतल के रूप में बना रहता है, जिसका एक सिरा एक चौखटे पर बैठा रहता है और दूसरा सिरा दो पिन-विन्दुओं (pin-points) P और Q के बीच में उन्मुक्त रहता है। दो निर्देशक AB और CD इस प्रकार नियंत्रित रहते हैं कि कुंतल द्वारा P पर दबाव पड़ने से निर्देशक AB, एक स्केल पर चलने लगता है, जो तापांशों में अंकित रहता है। इसी प्रकार कुंतल द्वारा Q पर दबाव पड़ने से दूसरा निर्देशक CD, स्केल पर चलता है।

चित्र 8

विभेदात्मक वायु तापमापक (Differential Air Thermometer):—ताप के अन्तरों की नाप के लिए इन तापमापकों का प्रयोग किया जाता है। दोनों शीशे की नलियों में वायु रहती है। C एक रंगीन द्रव का छोटा-सा निर्देशक है। पहले बल्बों को टंकी B द्वारा संबद्ध करते हैं, और फिर उसे बंद कर देते हैं। अब यदि एक

चित्र 8 (a)

वल्ब को थोड़ा गर्म किया जाय, तो उनकी वायु प्रसरित होकर फैल जाती है और निर्देशक खिसक जाता है।

सबसे पहले अल्कोहल के तापमापकों का प्रयोग किया गया था। पर उसके कम उवाल-विन्दु और उवाल-विन्दु के निकट अनियमित प्रसार से कठिनाइयां उत्पन्न हुई।

पारे और अल्कोहल तापमापकों की तुलना :—(1) पारा 39°C पर जमता है और 357°C पर उवलता है। इसलिए इसे ताप की काफी सीमाओं तक प्रयुक्त किया जा सकता है। अल्कोहल इतने अधिक ताप-क्षेत्र में नहीं उपयोग किया जाता; पर निम्न तापों की नाप के लिए वह विशेष रूप से उपयुक्त है, क्योंकि वह 130°C पर जमता है।

(2) पारे का प्रसार सब तापों पर समान होता है; पर अल्कोहल का प्रसार उतना नियमित नहीं होता है, क्योंकि अल्कोहल, पारे से अधिक फैलता है।

(3) पारा चमकीला और अपारदर्शी होने के कारण, उसे शीशे की नली में से सरलता से देखा जा सकता है। पर अल्कोहल को किसी रंग से रंगना होता है, जिससे वह पारदर्शी हो जाय।

(4) पारे की विशिष्ट उष्मा कम होती है, और अल्कोहल का विशिष्ट गुरुत्व कम होता है। जिस वस्तु के संपर्क में वे आते हैं, उससे बहुत कम उष्मा खींचते हैं।

(5) पारा, उष्मा का सुचालक है; अल्कोहल उतना अच्छा चालक नहीं है। इसलिये अल्कोहल का तापमापक, किसी द्रवागार (bath) का ताप उतनी शीघ्रता से नहीं ग्रहण कर सकता, जितना पारे का तापमापक।

(6) अपने उवाल विन्दु (78°C) के निकट अल्कोहल का प्रसार अनियमित होता है। इससे अल्कोहल तापमापक का ऊर्ध्व विन्दु (upper point), पारे के तापमापक से तुलना करके निकाला जाता है।

(7) पारा, शीशे को गीला नहीं करता, और उसमें झटके से सरकने की प्रवृत्ति होती है। पर अल्कोहल में यह दोष नहीं होता, क्योंकि वह शीशे को गीला करता है।

हल किए हुए प्रश्न

1. एक खोटा तापमापक, पिघलते वर्फ में 1° का ताप बताता है और सामान्य दवाव पर भाप में 96° प्रकट करता है। यदि सूराख और अंकों को समान माना जाय, तो जब यह तापमापक 39° ताप बताता है, उस समय शुद्ध ताप क्या होगा ?

मूल अन्तर=95 विभाग। शुद्ध तापमापक का मूल अंतर 100° भागों में बंटा होता है। 39° ताप लक्षित करते समय, तापमापक के 38 खाने पारे से भर जाते हैं। शुद्ध तापमापक पर तत्संगत खानों की संख्या $=38\times\frac{100}{95}=40$. शुद्ध तापमापक का हिमांक शून्य होता है। इसलिए, अभीष्ट पाठ=40°.

2. किस ताप पर (i) सेंटीग्रेड पाठ, फैहरनहाइट के पाठ से तिगुना होगा ?
(सेंटीग्रेड तापमापक का पाठ निकालो)

(ii) फैहरनहाइट का पाठ, सेंटीग्रेड से दुगना होगा ?
(फैहरनहाइट का पाठ निकालो)

(iii) र्‌यमर (Reaumur) का पाठ फैहरनहाइट पाठ के बराबर होगा ।

(i) $\frac{F-32}{180}=\frac{C}{100}$

यहां $C=3F$; $\therefore \frac{F-32}{180}=\frac{3F}{100}$

या, $5(F-32)=9\times 3F=27F$

$\therefore 22F=-160$ या, $F=-\frac{80}{11}$

$\therefore C=-\frac{240}{11}=-21\frac{9}{11}^{\circ}$

(ii) यहां $F=2C$

$\therefore \frac{2C-32}{180}=\frac{C}{100}$

$\therefore 5(2C-32)=9C$ या, $C=160^{\circ}$; $\therefore F=320^{\circ}$

(iii) यहां $\frac{F-32}{180}=\frac{R}{80}$; $\therefore 9R=4(R-32)$ $(\because R=F)$

$5R=-128$ अर्थात् $R=-\frac{128}{5}=-25{\cdot}6^{\circ}$

प्रश्नावली

1. ताप और उष्मा में क्या अंतर है ? (कलकत्ता, 34, पटना '21)
तापमापक यंत्रों के निर्माण की क्या आवश्यकता है ?

2. ताप नापने के विभिन्न अनुमापों का वर्णन करो, और उनके पारस्परिक संबंध को व्यक्त करो ।
किस ताप पर फैहरनहाइट और सेंटीग्रेड, दोनों प्रकार के तापमापकों का पाठ एक ही होगा ? (-40°)

3. तुम एक पारे का तापमापक किस प्रकार बनाओगे ? उसके स्केल के चिन्ह् और दूसरे तापमापकों के स्केल के चिन्हों से किस प्रकार मिलाओगे ? आवश्यक सावधानियों और संशोधनों का वर्णन करो । (यू० पी० बोर्ड, '39)

4. तुमको दो तापमापक दिए जाते हैं; एक वह जिसका बल्ब बड़ा है, और दूसरे का सूराख पतला है । तुम किस तापमापक को पसंद करोगे ? प्रत्येक के हानि-लाभ लिखो । (उत्तर, दूसरा)

5. किसी तापमापक के स्केल के 'मूल अंतर' (Fundamental interval) से क्या अभिप्राय है ? इसे किस प्रकार शुद्धता से निर्धारित करोगे ?

   किसी तापमापक का मूल अंतर 45 सम भागों में और दूसरे का, 100 सम भागों में विभक्त है। यदि पहले और दूसरे तापमापकों के निम्न विन्दुओं पर क्रमशः 0 और 50 के चिह्न बने हुए हैं, तो बताओ कि यदि दूसरे का ताप 110 है, तो पहले का क्या होगा ? (**पटना**, '27) (**उत्तर**, $27^\circ C$)

6. एक फैहरनहाइट तापमापक का हिमांक बिलकुल ठीक है, और नली का अनुच्छेद सर्वत्र सम है। पर जब किसी प्रामाणिक सेंटीग्रेड तापमापक का पाठ 25° है, तो उसका पाठ $76{\cdot}5^\circ$ है। इस तापमापक पर उबाल-विन्दु (Boiling Point) का पाठ क्या होगा ? (**उत्तर**, $210^\circ C$)

7. तापीय वस्तु के लिए अल्कोहल और पारे के आपेक्षिक लाभों की तुलना करो। (**यू० पी० बोर्ड**, '16; **कलकत्ता** '19, '41)

8. किन्हीं दो प्रकार के महत्तम और न्यूनतम तापमापकों (Maximum and Minimum Themometers) का वर्णन करो। (**यू० पी० बोर्ड**, '16; **पटना**, '21)

9. ज्वरमापक (Clinical thermometer) में क्या विशेषता है ? यदि यह सामान्य तापमापक ही की तरह होता, तो क्या कठिनाई होती ?

10. तुम किस प्रकार ज्ञात करोगे कि पारे के नियत विन्दु ठीक हैं। उन बातों को बताओ। जो उसकी सुग्राहकता (Sensitivity) को बढ़ाती हैं ?

    किसी तापमान के हिमांक का पाठ 20, और उबाल विन्दु का पाठ 150 है, तो $45^\circ C$ के ताप पर यह किस पाठ को लक्षित करेगा ?

    (कलकत्ता, '37) (**उत्तर**, $78{\cdot}5$)

11. कांच में पारे के तापमापक (Mercury in Glass Thermometer) की रचना की विधि का संक्षिप्त विवरण दो। जब ताप का ऊपरी नियतांक निकाला जाता है, तो बैरोमीटर का पाठ लेना क्यों आवश्यक है ? यदि तुम किसी गहरी कोयले की खान के भीतर हो, तो किसी तापमापक की रचना कैसे करोगे ?

अध्याय 2

ठोसों का प्रसार (Expansion of Solids)

सामान्यत: पदार्थों को गर्म करने से उनमें प्रसार होता है। कुछ पदार्थ गर्म करने से सिकुड़ते भी हैं, पर उनकी संख्या बहुत कम है। निम्न पदार्थ उष्मा से सिकुड़ते हैं:—

(i) 0° सें० ग्रे० से 4° सें० ग्रे० तक जल

(ii) -80° सें०ग्रे० से नीचे सिलिका

(iii) 80° से० ग्रे० और 142° सें०ग्रे० के बीच में सिल्वर आयोडाइड

(iv) खिंची हुई रबड़ या चमड़ा आदि

प्रसार की मात्रा उसी ताप पर गैसीय स्थिति में सबसे अधिक और ठोस में अपेक्षतः कम होती है।

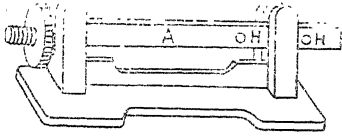
जो ठोस छड़ के रूप में होते हैं, उन्हें गर्म करने से लम्बाई में वृद्धि प्रकट होती है। (अनुच्छेद, लम्बाई के सापेक्ष बहुत कम होने से उसका प्रसार त्याज्य है)।

चादर (sheet) के रूप में ठोसों को गर्म करने से, उनके क्षेत्रफल में प्रसार होता है।

लोष्ट (lump) के आकार के ठोसों में, लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई की दिशाओं में प्रसार होने से, आयतन का प्रसार मिलता है।

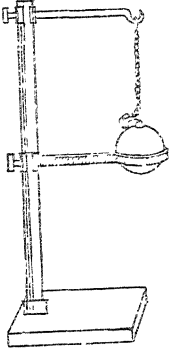
निम्न प्रयोगों से ये तीनों प्रकार के प्रसार दिखाए जा सकते हैं।

(1) एक 30 सें० मी० के लगभग लम्बी छड़, जिसमें एक लकड़ी का हैंडिल लगा है, एक गेज (gauge) में कमरे के ताप पर ठीक-ठीक बैठ जाती है। उष्मापित करने पर वह गेज (gauge) में नहीं बैठ पाती।

(2) **दंड-भंजन प्रयोग** :—एक विशाल ढले हुए लोहे के ढांचे में स्तम्भों में दो खरोंचे (grooves) बने होते हैं। एक पिटवां लोहे (wrought iron) का दंड, जिसके एक सिरे पर पेंच और दूसरे पर एक छिद्र रहता है, स्तंभों के खरोंचों (grooves) में क्षैतिज स्थिति में टिका रहता है। ढलवां लोहे की एक छोटी चटखनी, लोहे की छड़ के छिद्र में से गुजारी जाती है। तब पेंच को कमरे के ताप पर कसा जाता है, जिससे लोहे की चटखनी स्तंभ से संबद्ध V–आकृति की कोरों से सट जाये। पहले छड़ को इतना गर्म किया जाता है कि वह हल्के लाल रंग की हो जाये। पेंच को फिर कस कर चटखनी को V आकृति की कोरों पर और अधिक सटा देते हैं। तब अचानक ठंडे जल की धार प्रवाहित करने पर, लोहे की चटखनी टूट जाती है। ठंडा करने पर सिकुड़ने से एक विशाल बल की उत्पत्ति होती है।

चित्र 9

अब V कोरों को स्तंभों (uprights) में टिका कर छड़ में एक और छिद्र बना लेते हैं। पहले छिद्र में एक लोहे की पिन डालकर, छड़ को कमरे के ताप पर पेंच से कस दिया जाता है। दूसरा छिद्र ऐसा होना चाहिए कि जब उसमें से चटखनी निकाली जाय, तो वह V कोरों को ठीक दबा ले। छड़ को गर्म करने से उसमें प्रसार होता है, और यदि वह अधिक मोटा नहीं है, तो टूट जायगा। इससे स्पष्ट है कि प्रसार के कारण भी एक विशाल बल की उत्पत्ति होती है।

(3) **ग्रेवसेंड का गेंद और छल्ले का प्रयोग** (Gravesande's Ball and Ring Experiment):—पीतल की एक खोखली गेंद कमरे के ताप पर एक छल्ले में किनारों को छूती हुई निकल सकती है। गेंद को गर्म करने पर वह पार नहीं जा सकती। ठंडा करने पर वह फिर निकल जाती है।

चित्र 10

भिन्न-भिन्न पदार्थों का लम्ब-प्रसार भिन्न-भिन्न होता है :—(i) उपकरण में दो दृढ़ लोहे के बेलन होते हैं, जिनमें खरोंचे (grooves) कटे होते हैं, जिनमें भिन्न-भिन्न धातुओं की एक ही लम्बाई की छड़ें क्षैतिज स्थिति में बैठाई जा सकती हैं। छड़ के एक सिरे पर नियामक पेंच, उस दिशा में प्रसार को रोकता है। दूसरा सिरा एक लीवर की छोटी भुजा पर सधा रहता है। छड़ को गर्म करने पर लीवर की बड़ी भुजा एक अंकित पैमाने पर खिसक जाती है। समान ताप तक गर्म करने पर, भिन्न-भिन्न छड़ों के लिए निर्देशक अपनी शून्य स्थिति से भिन्न-भिन्न मात्रा में विचलित होता है।

चित्र 11

(ii) पीतल और लोहे की दो धातु की पत्तियां जोड़ कर एक संयुक्त छड़ बना लेते हैं। गर्म करने पर वह दोनों धातुओं के असमान प्रसार के कारण टेढ़ी हो जाती है। पीतल का प्रसार अधिक होने के कारण वह बाहरी तल पर आ जाता है (क्योंकि बाहरी तल की लम्बाई अधिक होती है)।

ठोस का लम्ब-प्रसार गुणक:—गर्म करने पर लम्बाई की वृद्धि, इन बातों पर निर्भर करती है। (i) मूल लम्बाई के समानुपाती होती है (ii) ताप के समानुपाती होती है (iii) पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करती है।

एक सें० मी० लम्बी छड़ 0° से 1° तक तप्त होने में जितनी बढ़ती है, उसे छड़ के पदार्थ का लम्ब-प्रसार गुणक कहते हैं। *C.G.S.* प्रणाली में इसकी इकाई प्रति डिग्री सेंटीग्रेड है।

मान लीजिए कि लम्ब प्रसार गुणक α है।

$\because$ 1 सें० मी० लम्बी छड़ 1° सें० ग्रे० तक गर्म करने पर α उसकी लंबाई में वृद्धि होती है।

$\because$ l_0 सें० मी० लम्बी छड़ 1° सें०ग्रे० तक गर्म करने पर $l_0\alpha$, उसकी लम्बाई में वृद्धि होती है।

$\therefore$ l_0 सें० मी० लम्बी छड़ t° सें० ग्रे० तक कम करने पर $l_0\alpha t$ उसकी लम्बाई में वृद्धि होती है।

यदि t^0 पर छड़ की लम्बाई l_t हो, तो,

$$l_t - l_o = l_o\alpha t$$

अर्थात्, $l_t = l_o(1+\alpha t)$ या, $\alpha = \dfrac{l_t - l_o}{l_o t}$

यदि छड़ की लम्बाई 0° पर ज्ञात न हो, और t_1 तथा t_2 तापों पर उसकी लंबाइयां क्रमशः lt_1 एवं lt_2 हैं, तो

$$lt_1 = l_o(1+\alpha t_1)$$
$$lt_2 = l_o(1+\alpha t_2)$$

$\therefore$ $\dfrac{lt_2}{lt_1} = \dfrac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}$ या, $lt_1(1+\alpha t_2) = l_{t2}(1+\alpha t_1)$

$\therefore$ $lt_2 - lt_1 = (lt_1.t_2 - lt_2.t_1)\alpha$

या, $\alpha = \dfrac{lt_2 - lt_1}{lt_1.t_2 - lt_2.t_1}$

इस सूत्र को सरल रूप में लाया जा सकता है।

$\because$ $\dfrac{lt_2}{lt_1} = \dfrac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1} = (1+\alpha t_2)(1+\alpha t_1)^{-1}$ लगभग।

$= (1+\alpha t_2)\{1-\alpha t_1 + 0(\alpha^2) + \ldots\}$

$= (1+\alpha t_2)(1-\alpha t_1)$, यदि α की दो अथवा अधिक घातें त्याज्य मान ली जायें।

$= 1+\alpha(t_2 - t_1)$

$\therefore$ $lt_2 = lt_1\{1+\alpha(t_2-t_1)\}$

यदि फैहरनहाइट पैमाने का प्रयोग किया जाय, तो α का मान, सेंटीग्रेड पैमाने के सापेक्ष $\frac{5}{9}$ गुना होगा। ($\because$ 1° सें०ग्रे० $= \frac{9}{5}^\circ$ फैहरनहाइट)

इसी प्रकार 1 वर्ग सें० मी० धरातल को 0° सें०ग्रे० से 1° सें० ग्रे० तक तप्त करने में क्षेत्रफल की वृद्धि को क्षेत्र-प्रसार गुणक कहते हैं। एक घन सें० मी० आयतन के पदार्थ को 0° सें० ग्रे० से 1° सें० ग्रे० तक तप्त करने में जो आयतन में वृद्धि होती है, वह उस पदार्थ का आयतन-प्रसार गुणक है।

यदि β और γ, क्रमशः क्षेत्र-प्रसार गुणक एवं आयतन-प्रसार गुणक हों, तो,

$S_t = S_0(1+\beta t)$ यहां, S_0—$0°$ पर धरातल का क्षेत्रफल है।

और $V_t = V_0(1+\gamma t)$ S_t—t^0 पर धरातल का क्षेत्रफल है।

V_0—0^0 पर ठोस का आयतन है।

V_t—t^0 पर ठोस का आयतन है।

अब मान लीजिए हम एक आयताकार चादर को लेते हैं, जिसकी परामितियां ये हैं :—

l_0—चादर की 0^0 पर लम्बाई है

b_0—चादर की 0^0 पर चौड़ाई है

l_t—चादर की t^0 पर लम्बाई है।

b_t—चादर की t^0 पर चौड़ाई है।

अब $l_t = l_0(1+\alpha t)$ एवं $b_t = b_0(1+\alpha t)$

$\therefore\ l_t b_t = l_0 b_0 (1+\alpha t)^2$

या, $S_t = S_0(1+\alpha t)^2$

हम जानते हैं कि $S_t = S_0(1+\beta t)$

$\therefore\ S_0(1+\beta t) = S_0(1+\alpha_t)^2$

या, $1+\beta t = (1+\alpha t)^2 = 1+2\alpha t+\alpha^2 t^2$

$= 1+2\alpha t$ लगभग

$\therefore\ \beta = 2\alpha$

इसी प्रकार एक घनाकार ठोस के लिए, हम निम्न परामितियां लेते हैं :—

l_0—$0°$ पर ठोस की लम्बाई

b_0— ,, ,, ,, चौड़ाई

h_0— ,, ,, ,, ऊंचाई

l_t—$t°$ पर ठोस की लंबाई

b_t— ,, ,, ,, चौड़ाई

h_t— ,, ,, ,, ऊंचाई

$\therefore\ l_t = l_0(1+\alpha t),\ b_t = b_0(1+\alpha t),\ h_t = h_0(1+\alpha t)$

$l_t b_t h_t = l_0 b_0 h_0 (1+\alpha t)^3$

अर्थात् $V_t = V_0(1+\alpha t)^3 = V_0(1+3\alpha t+3\alpha^2 t^2+\alpha^3 t^3)$

$= V_0(1+3\alpha t)$ लगभग

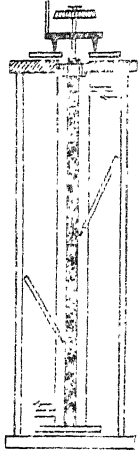
पर, हम जानते हैं कि $V_t = V_0(1+\gamma t)$

$\therefore\ V_0(1+\gamma t) = V_0(1+3\alpha t)$

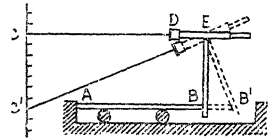
या, $1+\gamma t = 1+3\alpha t$

$\therefore\ \gamma = 3\alpha$

लम्ब-प्रसार गुणक का निर्धारण :—

(i) पुलिञ्जर का उपकरण (Pullinger's Apparatus)—इसमें लगभग एक मीटर लम्बी धातु की छड़, लंबाई नाप कर, एक खोखले बेलन के बीच में लगा दी जाती है। छड़ का ऊपरी सिरा गोलायमान (sphero-meter) की बीच की टांग से स्पर्श करा कर पाठ ले लेते हैं। फिर इस टांग को उठा लेते हैं, जिससे वह छड़ छूकर गर्म न होने पाये। बेलन में ताप का पाठ लेने के लिए दो तापमापक (ther-mometers) लगे रहते हैं। ये इस प्रकार लगाते हैं कि इनकी घुंडियां छड़ को छूती रहें।

चित्र 12

तापमापकों का प्रारंभिक पाठ लेकर बेलन में करीब आध घंटे तक जलवाष्प गुजारते हैं। तप्त होकर, जब दोनों तापमापकों में ताप स्थिर हो जाय, तो पाठ लेते हैं। इस समय गोलायमान की बीच की टांग को इतना नीचे लाते हैं कि वह छड़ को छू भर ले। गोलायमान के दोनों पाठों के अन्तर से लम्बाई की वृद्धि ज्ञात हो जाती है। इन सब नापों की सहायता से लम्ब प्रसार गुणक निकाल लेते हैं।

(ii) **लैवोइजियर और लाप्लेस की विधि** :—जिस पदार्थ का लम्ब प्रसार गुणक (Lavoisiar and Laplace's Method) निकालना होता है, उसकी एक छड़ तेल से भरे एक द्रोणी में रोलरों पर क्षैतिज स्थिति में टिकी रहती है। छड़ का एक सिरा, द्रोणी में एक उदग्र स्तंभ पर टिका रहता है, और दूसरा सिरा स्वतत्र रूप से फैल सकता है। यह सिरा एक उदग्र लीवर पर ठहरा रहता है जो एक दूरबीन ED से क्षैतिज स्थिति में जुड़ा रहता है। दूरबीन के नियंत्रण द्वारा एक दीप्तिमान उदग्र पैमाने CC' को देखा जाता है।

चित्र 13

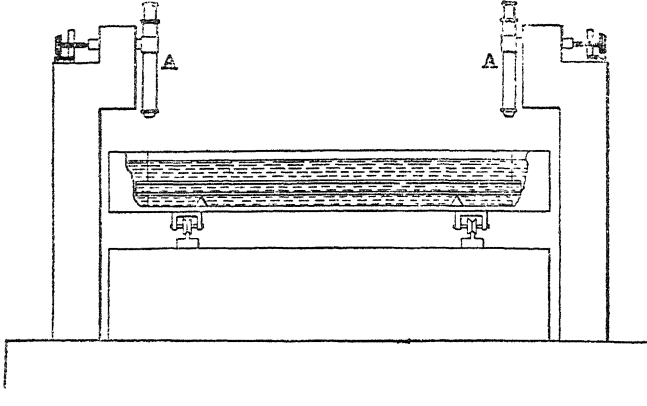
पहले छड़ की लम्बाई, कमरे के ताप पर ज्ञात की जाती है और दूरबीन को साध कर एक निश्चित् बिन्दु C का अवलोकन किया जाता है। फिर तेल के कुंड को किसी ज्ञात ताप तक गर्म करते हैं। छड़ के प्रसार से उदग्र स्तंभ तिरछा हो जाता है, जिसके कारण दूरबीन झुक जाती है, और अब उसके द्वारा बिन्दु C की बजाय C' स्पष्ट दृष्टिगोचर होता है।

$\triangle^s$ $BB'E$, एवं ECC' एक दूसरे के अनुरूप हैं।

$$\therefore \frac{BB'}{CC'} = \frac{BE}{CE} \quad \text{या,} \quad BB' = CC'. \frac{BE}{CE}$$

यदि $AB = l$ (छड़ की प्रारंभिक लंबाई) और t ताप में वृद्धि हो तो

$$\alpha = \frac{BB'}{l.t} = \frac{CC'.BE}{C.El.t}$$

(iii) **तुलनाकारक की रीति** (Comparator method)—यह विधि, भिन्न-भिन्न तापों पर मीटर की लम्बाई को अत्यन्त शुद्धता से ज्ञात करने के लिए निकाली

चित्र 14

गई थी। पत्थर के खम्भों में दो ऊर्ध्वाधिर सूक्ष्मदर्शी (Vertical microscopes) लगे रहते हैं, जिनके अभिनेत्रों (eye-pieces) में सूक्ष्ममापक पैमाना (Micrometer Scale) रहता है। उनके बीच की दूरी एक मीटर के लगभग होती है। किसी प्रामाणिक मीटर को एक लंबी द्रोणी में रखते हैं। इसके समान्तर एक द्रोणी (trough) में वह छड़ रखी जाती है, जिसकी नाप लेनी होती है। द्रोणी दुहरी दीवालों के होते हैं और उनके बीच में जलधारा स्थिर ताप पर प्रवाहित करते हैं, जिससे द्रोणी में रखी हुई छड़ का ताप नहीं वदलता। द्रोणियों में पहिए लगे रहते हैं, और वह पटरियों पर चल सकते हैं। ये पटरियां फर्श में जड़ी रहती हैं।

प्रामाणिक मीटर को सूक्ष्मदर्शक यंत्रों के नीचे लाकर उसके दोनों सिरों के चिन्हों को यंत्रों में देखते हैं। इन्हें इस प्रकार व्यवस्थित करते हैं कि उनके स्वस्तिक-सूत्रों के कटान विन्दु, चिह्नों के ठीक ऊपर पड़ें। इस स्थिति में सूत्रों के बीच की दूरी ठीक एक मीटर होगी। अब प्रयोगात्मक छड़ को लाकर (और मीटर को हटाकर) फिर सूक्ष्ममापक के पेंचों के नियंत्रण से, स्वस्तिका सूत्रों के कटान-विन्दुओं का छड़ के चिह्नों से संपात (coincidence) करा देते हैं। सूक्ष्ममापक पेंचों से, सूक्ष्मदर्शकों का खिसकाव जान कर, छड़ के दोनों चिह्नों के बीच की दूरी शुद्धता से निकल आती है। फिर द्रोणी की दीवारों में भिन्न-भिन्न ताप के पानी को प्रवाहित करके, छड़ की तत्संगत लम्बाइयों

को निर्धारित करते हैं। लम्बाई में छोटे से छोटे परिवर्तनों को सूक्ष्ममापक पेचों द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

ठोसों के प्रसार का व्यावहारिक स्वरूप :—

(1) जब किसी कांच की बोतल की शीशे की डाट गर्दन में अड़ जाती है, तो हम गर्दन को धीमे से गर्म करते हैं। गर्म करने से गर्दन तो फैल जाती है, पर रोधनी नहीं बढ़ती, क्योंकि कांच अधम चालक है, और उस तक उष्मा नहीं पहुंच पाती।

(2) गाड़ी के पहियों पर तप्त अवस्था में लोहे के टायर, जो कुछ छोटे व्यास के होते हैं, चढ़ाए जाते हैं। इन पर जल डालने से, वे सिकुड़ कर टायर को जकड़ लेते हैं।

(3) बॉयलर (Boiler) की प्लेटों को जोड़ने के लिए गर्म-सुर्ख रिवट (Rivette) लगाते हैं। ये ठंडें होकर प्लेटों को दृढ़ता से जकड़ लेते हैं, जिससे उनमें से भाप नहीं निकल सकती।

(4) किसी पुरानी इमारत की टेढ़ी दीवारों को प्रायः सीधा किया जा सकता है। आमने-सामने की दीवारों में फौलाद की छड़ें डाली जाती हैं, और उनके सिरे बाहर से पेंच द्वारा कस दिये जाते हैं। उनको अत्यधिक तप्त करने के पश्चात् ठंडा किया जाता है, जिससे वे सिकुड़ कर दीवालों पर बल डालते हैं, जिसके कारण वे उदग्र स्थिति में आ जाती हैं।

(5) एक गर्म-सुर्ख क्वार्ट्ज की घरनी (Crucible) को ठंडे पानी में डालने से वह चटकती नहीं, क्योंकि उसका प्रसार बहुत कम होता है।

(6) प्लैटिनम और कांच का प्रसार लगभग बराबर होता है। इसलिए शीशे में प्लेटिनम का तार लगाया जाता है, जिससे उसके बढ़ने पर शीशा न टूटे।

(7) तोप की अकेली नली गोले के दबाव को नहीं संभाल सकती। इसलिए उसके ऊपर कई और नलियां चढ़ाते हैं। इनको गर्म करने पर वे अन्दर की नली पर ठीक-ठीक बैठ जाती हैं। ठंडा होने पर वे नली को जकड़ लेती हैं।

(8) रेल की दो पटरियों के बीच लगभग $\frac{1}{4}$ इंच की दूरी रखी जाती है, जिससे ताप वृद्धि के कारण वे टेढ़ी न हो जायें। ट्रामगाड़ी की पटरियों में फासला नहीं रखा जाता, क्योंकि जमीन में गड़ी रहने से उनमें प्रसार अधिक नहीं होता।

(9) लोहे के पुलों में गर्डरों के बीच जगह छोड़ दी जाती है।

(10) पदार्थों को किसी अभीष्ट स्थिर ताप पर रखने के लिए थर्मोस्टैट (thermostat) का प्रयोग किया जाता है। एक बन्द वातावरण में पिंड को विद्युत् धारा से गर्म किया जाता है। जब ताप बढ़ने लगता है, तो तप्त होकर दो धातुओं की एक संयुक्त पट्टी असमान प्रसार से टेढ़ी हो जाती है, जिससे विद्युत् चक्र टूट जाता है

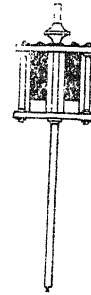
(11) अग्नि-सूचक घंटी में भी एक संयुक्त पट्टी के असमान प्रसार का उपयोग किया जाता है।

(12) पैमायश करने की जरीब के निशान, लम्ब-प्रसार के कारण अशुद्ध हो जाते हैं। शुद्ध लम्बाई निकालने के लिए उसमें संशोधन करना होता है।

(13) भाप की नलियों में खिसकवां जोड़ होते है, जिनके कारण विना किसी गड़बड़ी के फैलाव या सिकुड़न संभव होती है।

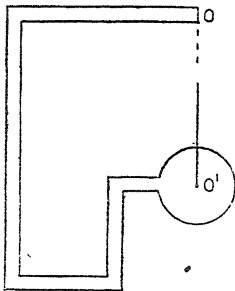
(14) ताप के प्रभाव से घड़ी के दोलक (pendulum) की लम्बाई बदल जाती है। इससे घड़ियां, गर्मियों में सुस्त और जाड़े में तेज हो जाती हैं।

(15) मोटे कांच के गिलास में गर्म पानी डालने पर वह चटक जाता है। ताप का प्रभाव कुचालक कांच के बाहरी तल तक नहीं पहुंच पाता। असमान प्रसार के कारण गिलास चटक जाता है।

प्रतिकारक दोलक (Compensated Pendulums) :—समय की शुद्ध नाप के लिए, घड़ी के लोलकों अथवा दोलन-चक्रों को इस प्रकार नियंत्रित करना चाहिए कि उसके अंगों के प्रसार या सिकुड़न से, दोलन काल पर प्रभाव न पड़े। दोलन काल, प्रभावकारी लम्बाई (निलंवन-विन्दु और दोलन-केन्द्र के बीच की दूरी) पर निर्भर होता है। यह लम्बाई स्थिर रहना आवश्यक है। इस प्रकार के दोलक, प्रतिकारित दोलक कहे जाते हैं। दो प्रमुख व्यवस्थाओं का आविष्कार क्रमशः ग्रैहम और हैरिसन ने किया था।

ग्रैहम का पारे का प्रतिकारित दोलक—एक लोहे के बेलन में पारा रहता है। इसमें एक लोहे की छड़ ऊपर से प्रविष्ट होकर कुछ अंदर तक जाती है। यह एक पेंच द्वारा खिसकती है। चित्र 15.

ताप बढ़ने पर, लोहे की छड़ नीचे फैलती है, और पारा ऊपर चढ़ता है। एक के गुरुत्व-केन्द्र के गिराव और दूसरे के उठाव को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि दोलन-केन्द्र की स्थिति वही रहे।

चित्र 15

हैरिसन का बहुदंडी दोलक (Harrison's Grid-iron Pendulum) :—यदि भिन्न-भिन्न धातुओं की दो छड़ें इस प्रकार नियंत्रित की जायें कि एक छड़ ऊपर की ओर फैले तथा दूसरी, उसके बराबर नीचे की ओर फैले, तो निलंबन-विन्दु से तो दोलन केन्द्र की दूरी अपरिवर्तित रहेगी। चित्र में दो लोहे और पीतल की छड़ें दिखाई गई हैं। लोहे की बड़ी छड़ नीचे की ओर फैलती है, और पीतल की ऊपर की ओर। (OO' निलंबन विन्दु से दोलन-केन्द्र की दूरी अपरिवर्तित रहती है)।

चित्र 16

मान लीजिए ताप $\theta°$ बढ़ा है और लोहे तथा पीतल की छड़ों की लम्बाइयां क्रमशः l_1, l_2 हैं तथा उनके लंब प्रसार गुणक α_1, α_2 हैं।

लोहे की छड़ का प्रसार $= l_1 \alpha_1 \theta$

पीतल की छड़ ,, ,, $= l_2 \alpha_2 \theta$

$\therefore\ l_1 \alpha_1 \theta = l_2 \alpha_2 \theta$

$\therefore\ \frac{l_1}{l_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$. अस्तु, छड़ों की लंबाइयां, लम्ब-प्रसार गुणकों के विलोमानुपाती हैं।

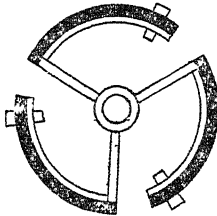
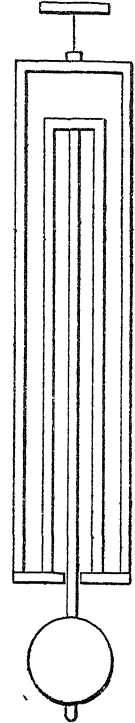
हैरिसन ने 5 लोहे की और 4 पीतल की छड़ों का प्रयोग किया। छड़ों की संमितीय (symmetrical) व्यवस्था के कारण, लोहे और पीतल की छड़ों का प्रभावकारी प्रसार दोनों ओर एक जैसा होगा। इस प्रकार 3 लोहे की छड़ों का प्रसार, पीतल की 2 छड़ों के बराबर होगा। चित्र 17.

$$\therefore\ 3l_1 \alpha_1 \theta = 2l_2 . \alpha_2 \theta$$

या, $$\frac{3l_1}{2l_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\cdot 000019}{.000012}$$

$$\therefore\ l_2 = \frac{3}{2} \times l_1 \times \frac{12}{19}$$

चित्र 17

घड़ी का प्रतिकारित दोलन-चक्रः—किसी पहिए का व्यास जितना कम होगा, उतना (Compensated balance-wheel of a watch) ही उसका दोलन-काल कम होगा। प्रतिकारित दोलन-चक्र दो धातुओं से मिलकर बना होता है। अधिक बढ़ने वाली धातु बाहर की ओर रहती है। दोलनचक्र, सामान्यतः तीन भागों में विभक्त रहता है। प्रत्येक भाग के एक सिरे पर एक तीली जुड़ी रहती है, और दूसरे सिरे पर एक पेंच-भार (Screw-weight) रहता है। यह सिरा फैल सकता है। तप्त होने पर तीलियां फैल जाती हैं, और भार, केन्द्र से दूर हट जाते हैं। दोलनचक्र भी फैल जाता है। पर उसकी बाहरी धातु के अधिक फैलने से, चक्र की गोलाई बढ़ जाती है, और भार केन्द्र के निकट आ जाते हैं। इन विपरीत प्रवृत्तियों के उपयुक्त संयोजन से, अर्धव्यास के बढ़ने का प्रभाव प्रतिकारित हो जाता है।

चित्र 18

डॉ० गिल्लोम ने इनवार धातु का पता लगाया। इसका लम्ब-प्रसार गुणक बहुत कम होता है। इसके बने लोलक की लंबाई में ताप का प्रभाव नगण्य होता है।

हल किए हुए प्रश्न

1. यदि किसी लोहे के दंड में लम्बाई में 1% कमी करने के लिए 20,000 किलोग्राम प्रति वर्ग सें० मी० का बल लगाना होता है, तो बताओ कि 8 सें० मी० लम्बे, 3 सें० मी० चौड़े और 2 सें० मी० गहरे लोहे के छड़ को 500°C तक गर्म करने पर लंबाई की दिशा में बढ़ने से रोकने के लिए कितना बल अभीष्ट होगा ?

(लोहे का लंब प्रसार गुणक = ·0000122 प्रति डिग्री सें० ग्रे०)

विक्रिया $= \frac{l_{500}-l_0}{l_0} = \frac{l_0\alpha\times 500}{l_0} = 500\alpha$ (वृद्धि रोकने के लिए, प्रति बल द्वारा लंबाई को कम करना होगा ।

जब, विक्रिया $\frac{1}{100}$ है, तो 1 वर्ग सें०मी० के परिच्छेद पर, 20,000 किलोग्राम बल लगाना होगा ।

∴ „ 500α „ „ $20,000\times 500\alpha\times 100$ „

∴ „ „ (3×2) „ $20,000\times 500\alpha\times 100\times 6$ „

∴ अभीष्ट बल $= 20,000\times 500\times {\cdot}0000122\times 100\times 6$

$= 73,200$ किलोग्राम ।

2. एक घड़ी का लोलक (जो लोहे का बना है), एक दिन में 86405 दोलन करता है । अगले दिन के अंत में, घड़ी 10 सेकंड सुस्त हो जाती है । ताप के परिवर्तन को मालूम करो । लोहे का लम्ब प्रसार गुणक = 0·0000,117 इकाई । (यू० पी बोर्ड, '37)

मान लीजिए पहला दोलन काल T_1 और दूसरा T_2 है और l_1 तथा l_2 दोलक की तत्संगत लम्बाइयां हैं ।

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \qquad \therefore \quad \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

एक सेकंड में घड़ी की सुस्ती $= \frac{T_2-T_1}{T_2} = 1-\frac{T_1}{T_2} = 1-\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$

$= 1-\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_1)}{l_0(1+\alpha t_2)}}$ (t_1 और t_2 प्रारंभिक तथा अंतिम ताप हैं)

$= 1-\{1+\frac{1}{2}\alpha(t_1-t_2)\} = \frac{1}{2}\alpha(t_2-t_1)$ लगभग

$= \frac{10}{86400}$; $\therefore\ t_2-t_1 = \frac{2\times 10}{86400}\cdot\frac{1}{{\cdot}0000177}$

$= 19{\cdot}8^\circ C$ लगभग ।

3. 60 फीट लंबी रेल की पटरियों के बीच में लम्बाई की वृद्धि के उपचार के लिए कितनी जगह छोड़ देनी चाहिए। पटरियां 0° पर बिछाई गई हैं और गर्मियों में अधिकतम ताप 45°C हो जाता है (लोहे का रैखिक प्रसार गुणक = ·000012 प्रति डिग्री सें०ग्रे०)

प्रत्येक पटरी की लम्बाई में वृद्धि $= l_t - l_0 = l_0 \alpha t$

$= 60 \times \cdot000012 \times 45 = \cdot0324$ फीट $= \cdot3888$ इंच

अब, ∵ प्रत्येक पटरी दोनों दिशाओं में बढ़ती है, इसलिए, प्रत्येक पटरी दूसरे की ओर ·1944 इंच बढ़ेगी। अस्तु, पटरियों के बीच की समूची दूरी = ·3888 इंच

= ·4 इंच लगभग।

4. ·4 मि० मी० व्यास का एक लोहे का तार 300°C तक समान रूप से गर्म करके सिरों पर कस दिया जाता है। यदि उसे अचानक 20°C तक ठंडा कर दिया जाय, तो तार में खिंचाव निकालो।

($Y = 1 \times 10^{12}$ लोहे का लंब प्रसार गुणक $= 1 \times 10^{-5}$)

(यू० पी० बोर्ड, '43; रुड़की '54)

$l_{300} - l_{20} = l_0 \times 10^{-5} \times (300 - 20)$ लगभग

$$\text{विक्रिया} = \frac{l_{300} - l_{20}}{l_{20}} = \frac{10^{-5} \times 280}{(1 + 10^{-5} \times 20)}$$

प्रतिबल या चाप (Stress) $= \dfrac{F}{\pi \times (\cdot02)^2}$ (यहां F, अभीष्ट बल है)

$$\because Y = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विक्रिया}}, \quad \therefore 10^{12} = \frac{F/\pi \times (\cdot02)^2}{(10^{-5} \times 280)/(1 + 20 \times 10^{-5})}$$

$$= \frac{F(1 + 20 \times 10^{-5})}{3\cdot142 \times (\cdot02)^2 \times (280 \times 10^{-5})}$$

$$\therefore F = \frac{10^{12} \times 3\cdot142 \times (\cdot02)^2 \times (280 \times 10^{-5})}{(1 + 20 \times 10^{-5})}$$

$$= \frac{3142 \times 4 \times 280}{1\cdot0002} = \frac{3519040}{1\cdot0002}$$

= 3519040 डाइन, अनुमानतय: (approximately)

प्रश्नावली

1. लंब-प्रसार गुणांक से तुम क्या समझते हो? प्रयोगशाला में उसके मान का निर्धारण कैसे करोगे? (यू० पी० बोर्ड, '25; पटना, '20; ढाका, '34; कलकत्ता, '13, '18, '21, '27, '31, '36)

2. एक रेल की पटरी 7 सें० ग्रे० पर बिछाई जाती है। यदि प्रत्येक पटरी 40 फीट लंबी हो और एक सिरे पर मजबूती से कसी हो, तो उसके दूसरे सिरे और अगली

पटरी के बीच कितनी जगह छोड़नी चाहिए, जबकि ताप 34° सें० ग्रे० बढ़ जाता है ?
(लोहे का रैखिक प्रसार गुणक ·0000109 प्रति डिग्री सेंटीग्रेड है)
(उत्तर, ·141264 इंच)

2. ताप परिवर्तनों के लिए बड़ी घड़ियों को कैसे प्रतिकारित (compensate) किया जाता है ? (यू० पी० बोर्ड, '32)

3. लंब प्रसार गुणक, क्षेत्र प्रसार गुणक और आयतन प्रसार गुणक की परिभाषा दीजिए और इन सबमें संबंध निकालिए ।
(पटना, '36, '48; कलकत्ता '15, '18, '51)

4. एक इस्पात के हाल को, जिसका व्यास 4 फीट है, गाड़ी के पहिए पर बिठाना है, जिसका औसत व्यास, हाल के अन्दरी व्यास से $\frac{1}{8}$ इंच बड़ा है । हाल का ताप कितना बढ़ाना आवश्यक है, जिससे वह पहिए पर आसानी से चढ़ जाये (इस्पात का रैखिक प्रसार गुणक = 0·0000112) (पटना, '22)

5. एक बहुदंडी दोलक में 5 लोहे की और 4 पीतल की बराबर छड़ें हैं। यदि लोहे की प्रत्येक छड़ की लम्बाई एक मीटर हो, तो पीतल की छड़ की लम्बाई निकालो। (लोहे और पीतल के लंब प्रसार गुणक क्रमशः ·000012 और ·000019 प्रति डिग्री सेंटीग्रेड हैं) (उत्तर, 74·74 सें० मी०)

6. एक फौलाद की छड़ का एक सिरा दृढ़ता से जकड़ा हुआ है और दूसरा ठेक से 10.5 सें० मी० दूर पर एक लीवर के सिरे को दबाता है। गर्म करने पर छड़ 2° घूमती है। उसकी लम्बाई की वृद्धि ज्ञात करो । (पटना, '26)
(उत्तर, ·366 सें० मी० लगभग)

7. एक बैरोमीटर के पीतल के स्केल का पाठ 18° पर 76 सें० मी० है । यह पैमाना 0° के लिए शुद्ध है । पारे के स्तंभ की वास्तविक लंबाई निकालो । (पीतल का लंब प्रसार गुणक ·0000182 है) (उत्तर, 76·025 सें० मी०)

8. एक लोहे की छड़ जिसका अनुच्छेद एक वर्ग सें० मी० का है, अपने दोनों सिरों पर दृढ़ता से कस दी गई है , जिससे वह फैल न सके । अब यदि उसे 0° से 50° तक गर्म किया जाय, तो उसके कसे हुए स्थानों पर कितना जोर पड़ेगा ? (लोहे का लंब-प्रसार गुणक = ·0000122 प्रति डिग्री सेंटीग्रेड और यंग मापांक = $20 \times 10''$ डाइन प्रति वर्ग सें० मी०) (उत्तर, $1{\cdot}22 \times 10^{1}$ अर्ग)

9. दैनिक जीवन में ठोसों के प्रसार का उपयोग किन-किन कार्यों में किया जाता है ? इस प्रसार के महत्व पर प्रकाश डालिए ।

10. एक खोखली तांबे की गेंद जिसका व्यास 2 फीट है, 32° से 164° तक गर्म की जाती है । उसके क्षेत्रफल में क्या वृद्धि होगी । (तांबे का लंब प्रसार गुणक = ·000017) (उत्तर, ·03 वर्ग फीट)

अध्याय 3

द्रवों का प्रसार (Expansion of Liquids)

द्रवों और गैसों में केवल आयतन का प्रसार होता है।

यदि किसी द्रव का 0° सें० ग्रे० पर आयतन V_o और $t°$ पर V_t हो, तो

$V_t=V_o\ (1+Ct)$ अर्थात् $C=(V_t-V_o)/V_o.t$

(यहां C, आयतन प्रसार गुणक है) यदि $t_1°$ और $t_2°$ पर द्रव के आयतन V_1 और V_2 हों, तो $C=(V_2-V_1)/V_1\times(t_1-t_2)$ लगभग।

किसी बर्तन में रख कर द्रव को गर्म करने से द्रव का वास्तविक प्रसार ज्ञात नहीं हो सकता, क्योंकि बर्तन भी फैल जाता है। व्यक्त प्रसार, द्रव का बर्तन के सापेक्ष प्रसार होता है।

वास्तविक और व्यक्त प्रसार-गुणक (Real and Apparent Coefficient of Expansion) :—मान लीजिए $t°$ पर द्रव का व्यक्त आयतन V है। बर्तन के चिन्हों के बीच की दूरियां गर्म होने से बढ़ गई हैं। यदि बर्तन 0° पर होता, तो यह पाठ वास्तविक आयतन प्रकट करता। बर्तन का जो आयतन 0° पर V था, वह अब भी V पढ़ा जा रहा है। वास्तव में वह अब V_t है। ($t°$ पर द्रव इसी आयतन को घेरे हुए है)।

$\therefore\ V_t=V(1+C_gt)....(1)$ यहां C_g, बर्तन का आयतन प्रसार गुणक है।

यदि द्रव का व्यक्त प्रसार गुणक C_a हो, तो $V=V_o(1+C_at)...(2)$

परिभाषा के अनुसार, $V_t=V_o\ (1+C_rt)\ .\ (3)$

जिसमें C_r, द्रव का वास्तविक प्रसार गुणक है।

समीकरण (1) में, (2) और (3) द्वारा V तथा V_t का मान रखने से,

$$V_o\ (1+C_rt)=V_o\ (1+C_at)\ (1+C_gt)$$

$$\therefore\ 1+C_{rt}\ =(1+C_at)\ (1+C_gt)$$

$$=1+(C_a+C_g)t+C_aC_gt^2$$

C_a और C_g एक सी बहुत छोटी राशियां होने के कारण उनका गुणनफल, नगण्य माना जा सकता है।

$$\therefore\ 1+C_rt=1+(C_a+C_g)t$$

$$\text{या}\ \ C_r=C_a+C_g$$

ताप से घनत्व का परिवर्तन :—

यदि ρ_0 एवं ρ_t क्रमशः $0°$ और $t°$ पर M संहति के द्रव घनत्व के हों, और V_0 तथा V_t इन तापों पर आयतन हो, तो

$$\rho_0 = \frac{M}{V_0}\ ; \quad \rho_t = \frac{M}{V_t}$$

$$\frac{\rho_t}{\rho_0} = \frac{M/V_t}{M/V_0} = \frac{V_0}{V_0(1+C_r t)} = \frac{1}{(1+C_r t)} = 1-C_r t \text{ लगभग}$$

(यदि C_r के उच्चतर घातों को नगण्य मान लिया जाय)

$$\therefore\ \rho_t = \rho_0\ \{1-C_r t\}$$

ताप के बढ़ने से द्रव के घनत्व की कमी इस सूत्र द्वारा प्रकट होती है।

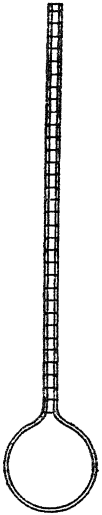
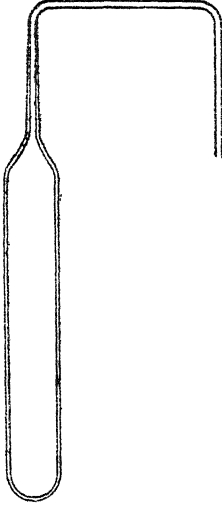
(i) **द्रव प्रसार मापक** (Dilatometer) **विधि** :—एक बड़े फ्लास्क के मुंह पर कार्क लगाकर उसमें एक समान अनुच्छेद की एक शीशे की नली प्रविष्ट कराते हैं। पहले खाली फ्लास्क को, और फिर उसे पारे से भर कर तोल लेते हैं। इन तोलों के अन्तर को पारे के घनत्व से भाग देने पर भरे हुए पारे का अर्थात् फ्लास्क का आयतन ज्ञात हो जाता है। फिर नली की कुछ लम्बाई में पारे को भरने से जो भार में वृद्धि होती है, उसकी सहायता से नली की उस लम्बाई का आयतन और फिर नली के एक सें० मी० का आयतन मालूम कर लेते हैं। इन दोनों के निर्धारण से द्रव की किसी स्थिति में उसका आयतन निकाला जा सकता है। और नली पर आयतन प्रकट करने वाले चिह्न बनाये जा सकते हैं। इन चिह्नों द्वारा नली में द्रव का प्रसार मालूम कर लेते हैं।

अब द्रव का व्यक्त प्रसार गुणक

$$= \frac{\text{व्यक्त प्रसार}}{\text{कमरे के ताप पर पारे का आयतन} \times \text{ताप में वृद्धि}}$$

चित्र 19

(ii) **भार तापमापक** (Weight thermometer) **विधि** :—यह एक शीशे का बल्ब होता है, जिसके मुंह पर एक समकोण पर मुड़ी हुई केशिका नली रहती है।

पहले खाली तापमापक को तोल लेते हैं। फिर जिस द्रव को उसमें भरना हो, उसे तप्त कर उसमें से घुली हवा निकल जाने देते हैं। अब केशिका नली के मुंह को द्रव में डुबोकर बल्ब को धीमी आँच पहुँचाते हैं, जिससे उसकी कुछ वायु तप्त होकर वाहर निकल जाती है। ठंडा करने पर कुछ द्रव बल्ब में चला जाता है। इस द्रव को खूब खौलाने पर, तापमापक, द्रव की भाप से भर जाता है और अधिकतर वायु बाहर निकल जाती है।

ठंडा होने पर यह भाप सिकुड़ती है और बल्ब द्रव से लगभग पूरा भर जाता है। दो एक बार इस क्रिया को दुहराने से पूरा भार तापमापक कमरे के ताप पर द्रव से भर जाता है। यह ध्यान रखना चाहिए कि ठंडा द्रव अन्दर जाने से तापमापक टूट जाता है। द्रव के भीतर जाते समय, भार तापमापक को इस प्रकार पकड़ना चाहिए कि उसका उच्चतम विन्दु गर्दन के पतले भाग में पड़े। वायु का यदि कोई बुलबुला इस स्थिति में होगा तो वह केशिका नली में रहेगा, जहां से थोड़ा तप्त करके उसे निकाला जा सकता है। यदि बुलबुला बल्ब के चौड़े भाग में रह जाता है, तो गर्म करने से द्रव बाहर निकल जाता है, पर बुलबुला अन्दर ही रह जाता है। ऐसी स्थिति में तापमापक को पूर्णतः रिक्त करके फिर से भरना चाहिए। जब वायु का कोई बुलबुला तापमापक में नहीं रहता, तो केशिका नली का मुंह द्रव की प्याली में डूबे रख कर तापमापक को ठंडा होने देते हैं, जिससे वह कमरे के ताप पर आ जावे। फिर उसे रूमाल से पोंछ कर साफ कर लेते हैं। फिर तापमापक को किसी ज्ञात ताप (जैसे पानी का क्वथनांक) तक गर्म करते हैं। यह ताप, भरे हुए द्रव के क्वथनांक से कम होना चाहिए। गर्म करने पर थोड़ा द्रव बाहर निकल जाता है। ठंडा होने पर यह द्रव तापमापक में सिकुड़ जाता है। इसे पोंछ कर तोल लेते हैं।

चित्र 20

मान लीजिए कि $0°$ पर भार तापमापक में $(M+m)$ संहति का द्रव समाता है। यदि इस ताप पर द्रव का घनत्व d_0 हो, तो इस द्रव का इस ताप पर आयतन $(M+m)/d_0$ है। गर्म करने से यदि m संहति का द्रव निकल जाये (अर्थात् M संहति का द्रव रह जाये), तो शेष द्रव का $0°$ पर आयतन M/d_0 है। यही द्रव, तप्त स्थिति में ($t°$ पर) सारे थर्मामीटर में भरा हुआ था।

$0°$ पर तापमापक में भरे हुए द्रव का आयतन, $(M+m)/d_0$

$=0°$ पर तापमापक का आयतन

$=t°$ पर तापमापक का आयतन (व्यक्त प्रसार ज्ञात करने के लिए तापमापक का प्रसार नगण्य माना जाता है।)

$=t°$ पर उस द्रव का आयतन (अर्थात् शेष द्रव M का आयतन) जो $0°$ पर सिकुड़कर M/d_0 आयतन घेरता है।

इस तर्कणा के अनुसार, $V_0=\dfrac{M}{d_0}$ एवं $V_t=\dfrac{M+m}{d_0}$

$$\therefore\ C_a=\frac{V_t-V_0}{V_0\ t}=\frac{(M+m)/d_0-M/d_0}{M/d_0.\ t}=\frac{m}{Mt}$$

अस्तु, तप्त करने से द्रव की बाहर निकल जाने वाली संहति, और शेष द्रव की संहति के ज्ञान से (अथवा इनके भारों से), हम द्रव के किसी ताप को निकाल सकते हैं। (यदि व्यक्त प्रसार गुणक ज्ञात है)। इसीसे उपकरण का नाम पड़ा।

कमरे का ताप, सामान्यतः 0° नहीं होता। इस स्थिति में भी सूत्र लगभग सही बैठेगा, पर इस स्थिति में t, ताप की वृद्धि होगी।

(iii) **मैथीसन की उत्प्लावन विधि** (Mathieson's Hydrostatic Method):—किसी ठोस पदार्थ का वायु में, और 0° तथा $t°$ पर किसी द्रव में (पूरा डुबोने पर) भार ले लेते हैं। यदि भार में कमियां क्रमशः m_0 और m हों, तो ये राशियां (आर्कमीडिस के सिद्धान्त अनुसार) इन तापों पर विस्थापित द्रव के भारों को प्रकट करेंगी।

यदि d_0 एवं d, 0° तथा $t°$ पर द्रव के घनत्व हों, तो,

$\frac{m_0}{d_0}$ = ठोस द्वारा विस्थापित द्रव का 0° पर आयतन

= ठोस का 0° पर आयतन V_0 (क्योंकि समूचा ठोस डूबा है)

और $\frac{m}{d}$ = ठोस द्वारा विस्थापित द्रव का $t°$ पर आयतन

= ठोस का $t°$ पर आयतन

यदि ठोस का आयतन, प्रसार गुणक g हो, तो,

अर्थात् $\frac{m}{d}=\frac{m_0}{d_0}(1+gt)$. हम जानते हैं कि $d_0=d(1+C_rt)$

या $\frac{d_0}{d}=\frac{m_0}{m}(1+gt)=1+C_rt$

$$\therefore\ \frac{1+C_rt}{1+gt}=\frac{m_0}{m}$$

इस सूत्र द्वारा, यदि ठोस का आयतन प्रसार गुणक ज्ञात हो, तो द्रव का मालूम हो सकता है और यदि द्रव का ज्ञात हो, तो ठोस का मालूम हो सकता है। यदि t_1 और t_2 पर भार में कमियां क्रमशः m_1 तथा m_2 हों, तो

$$\frac{1+C_r\ (t_2-t_1)}{1+g\ (t_2-t_1)}=\frac{m_1}{m_2}\ \text{लगभग।}$$

बैरोमीटर परिशोधन (Barometric Correction) :—यदि H, t° पर बैरोमीटर की व्यक्त ऊंचाई हो, तो वास्तविक ऊंचाई इससे अधिक होगी। उष्मा के कारण स्केल के खाने लम्बाई में बढ़ जाते हैं। 0° पर H लम्बाई बढ़ कर t° पर $H\ (1+lt)$ हो गई, पर हम अब भी उसे H पढ़ रहे हैं (यहां l, बैरोमीटर के पैमाने का लम्ब प्रसार गुणक है)। यदि t° पर वास्तविक ऊंचाई H_t हो, तो $H_t = H\ (1+lt)$

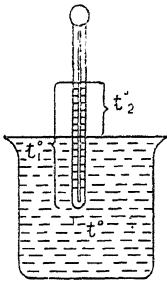
मान लीजिए d_0 एवं d_t क्रमशः 0° और t° पर द्रव का घनत्व प्रकट करते हैं। द्रव का दबाव (इकाई क्षेत्रफल पर पड़नेवाला द्रव का बोझ) प्रत्येक ताप पर समान होगा, क्योंकि द्रव की संहति में कोई परिवर्तन नहीं होता।

$$\therefore\ H_0\, d_0\, g = H_t \cdot d_t \cdot g = H(1+lt)\ d_t \cdot g.$$

$$\therefore\ H_0 = H\ (1+lt) \cdot \frac{d_t}{d_0} = \frac{H(1+lt)}{1+C_r t} = H(1+lt)(1-C_r t) \text{ लगभग}$$

$$= H\{1+(l-g)t\}$$ (यदि l और C के गुणनफल को नगण्य मान लें।)

$$\therefore\ H_0 = H\ \{1-(C-l)t\}.$$

तापमापक के खुले हुए स्तम्भ का संशोधन (Exposed Stem Correction of a Themrometer) :—यदि ताप ज्ञात करने के लिए तापमापक को किसी द्रव में डालें, तो पारे के सूत्र का कुछ भाग द्रव के ऊपर निकला रहता है। इसका ताप, द्रव के ताप से कम होता है। यदि इस भाग का ताप द्रव के ताप के बराबर होता, तो तापमापक के पाठ द्वारा द्रव का वास्तविक ताप ज्ञात हो जाता।

चित्र 21

मान लीजिए कि तापमापक द्वारा व्यक्त ताप t_1 है, और द्रव तथा खुले स्तंभ के ताप क्रमशः t तथा t_2 हैं। हमें परिशोधन $t - t_1$ ज्ञात करना है। यदि खुले स्तंभ में n खाने हैं, और प्रत्येक खाने में पारे का आयतन v हो, तो खुले स्तंभ में पारे का आयतन nv है। t_2° से t° (द्रव का ताप) तक गर्म करने पर खुले स्तंभ के द्रव के आयतन में वृद्धि $nvC_a\ (t-t_2)$ होगी। t_1° प्रकट करनेवाले खाने तक पारे के सूत्र का आयतन vt है।

यदि खुले हुए स्तंभ को द्रव के ताप पर लाया जाय तो, पारे के सूत्र का आयतन t होगा

$$\therefore\ vt = vt_1 + nvC_a(t-t_2) \text{ अर्थात् } t = t_1 + nC_a(t-t_2)$$

इस समीकरण में t दोनों ओर है। इसे हल करके t का मान एक जटिल अभिव्यक्ति (expression) द्वारा निकलेगा। इस सूत्र को सरल बनाने के लिए, दाहिनी

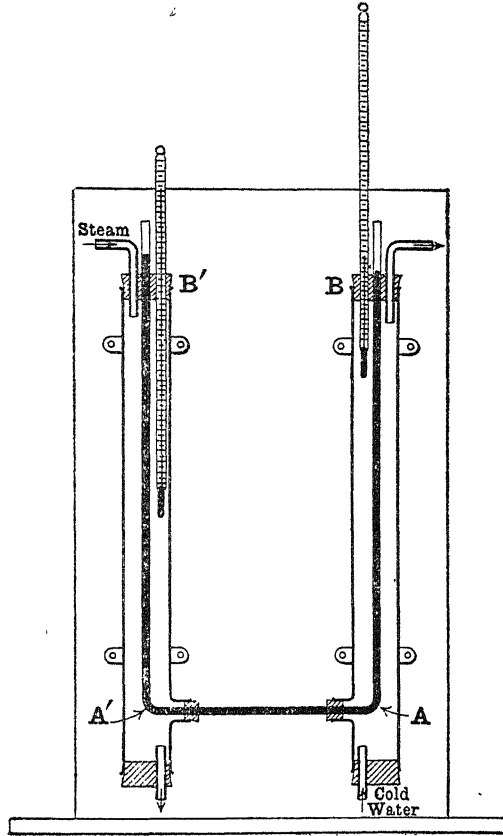
ओर t के स्थान पर t_1 का प्रयोग किया जाता है। इससे परिणाम के स्तर पर अधिक प्रभाव नहीं पड़ता और (क्योंकि t_1 और t में अधिक अन्तर नहीं है) सूत्र की उपयोगिता बढ़ जाती है।

अब सूत्र, $t=t_1+nC_a(t_1-t_2)$ हो जाती है।

इस प्रकार प्राप्त t के मान को दाहिनी ओर मूल सूत्र में रखने पर t का जो मान निकलता है, वह अधिक शुद्ध होगा। इस क्रिया को दुहराने से शुद्धता का स्तर बढ़ता ही जायेगा। व्यवहार में, परिशोधित सूत्र द्वारा t का मान निकालना काफी होता है।

(i) **ड्यूलांग और पेटिट की विधि** (Dulong & Petit's Method) :—यह उपकरण एक यू-नली से बना होता है जिसकी दोनों भुजाओं में एक ही द्रव के दो स्तंभ भिन्न तापों पर रहते हैं। एक भुजा को शीशे की बेलनाकार नली के अन्दर रखते हैं और उस नली में 0° पर बर्फ का पानी निचले सिरे से ऊपर की ओर ले जाते हैं। दूसरी भुजा एक दूसरी बेलनाकार नली में रहती है, जिसमें से पानी की भाप गुजारते हैं। संतुलन की स्थिति में दोनों भुजाओं की ऊंचाइयां निकाल लेते हैं। इस स्थिति में दोनों ओर के स्तंभों का दबाव एक होना चाहिए।

चित्र 22

यदि बर्फ के जल को संस्पर्श करनेवाली भुजा में पारे की ऊंचाई और घनत्व क्रमशः h_0 और d_0 हों, तथा दूसरी ओर इन राशियों के मान h और d हों, तो

$h_0 d_0 g = h d g$; अस्तु, $\frac{d_0}{d} = \frac{h}{h_0}$

हम जानते हैं कि $\frac{d_0}{d} = 1 + C_r t$

$$\therefore\ 1 + C_r t = \frac{h}{h_0} \therefore\ C_r t = \frac{h}{h_0} - 1 = \frac{h - h_0}{h_0}$$

$$\therefore\ C_r = \frac{h - h_0}{h_0 . t}$$

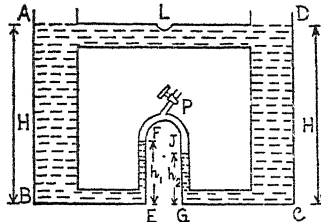
इस विधि में ये दोष थे :—(1) गर्म भुजा में केवल एक ताप (भाप का ताप) ले सकते थे।

(2) तापमानों द्वारा मध्यमान ताप नहीं प्रकट होते थे।

(3) दोनों स्तंभों के कुछ भाग बेलनाकार नलियों के बाहर निकले रहते थे। इन भागों का ताप ठीक से नहीं ज्ञात होता था।

(4) द्रव की संवाहन-धाराएं रोकना दुष्कर था। इन्हें रोकने के लिए, सोख्ता को जल में भिगो कर क्षैतिज भाग पर रखा गया था; पर कुछ न कुछ मात्रा में ठंडे और गर्म द्रव मिल ही जाते थे।

(5) दोनों भुजाओं का ताप भिन्न होने के कारण उनमें तलतनाव (surface tension) भिन्न था।

(ii) **रैनो का उपकरण** (Regnaults Apparatus):—इस विधि द्वारा द्रवों का वास्तविक प्रसार गुणक अधिक शुद्धता से निकाला जा सकता है।

चित्र 23

इस व्यवस्था में दो उदग्र नलियां होती हैं, जो ऊपर की ओर एक पतली क्षैतिज नली से जुड़ी रहती हैं। इनके निचले सिरे, क्षैतिज नलियों द्वारा एक उल्टे U की आकृति की नली से संबद्ध रहते हैं। इस नली में एक T आकार का भाग रहता है। T की तीसरी भुजा एक शीशे के गोले से जुड़ी रहती है, जिसमें संपीड़ित (compressed) वायु रहती है। ऊपरी क्षैतिज नली में वायुमंडल से संपर्क स्थापित करने के लिए एक छिद्र रहता है। बड़ी उदग्र नलियां, बेलनाकार नलियों से घिरी रहती हैं, जिनमें क्रमशः गर्म और ठंडे जल के प्रवाह की व्यवस्था रहती है। इनमें लगे हुए तापमानों द्वारा ताप प्रकट होता है।

हम निम्न व्यंजकों का प्रयोग करेंगे ।

h—लंबी उदग्र भुजा की लंबाई (दोनों भुजाओं की लंबाई बरावर है ।)

h_1—कमरे के ताप वाली लंबी उदग्र नली से संबद्ध उल्टी यू-नली की भुजा में पारे के स्तम्भ की ऊंचाई ।

h_2—उल्टी यू-नली की दूसरी भुजा की लंबाई ।

t_1—कमरे का ताप

d_1—t_1° पर पारे का घनत्व

t_2—दूसरी लंबी उदग्र नली का ताप (जो कमरे के ताप के बरावर नहीं है ।)

d_2—t_2° पर पारे का घनत्व

H—वायुमंडलीय दबाव

P—वायु कोष्ठ (Chamber) में वायु का दबाव ।

यहां चार में से तीन उदग्र नलियां कमरे के ताप पर हैं ।

कमरे के ताप पर लंबी उदग्र नली के निम्नतम विन्दु पर दवाव, $H+hd_1g$ है । इससे संबद्ध उल्टी यू-नली के निम्नतम विन्दु पर दवाव $P+h_1d_1g$ है । ये दोनों विन्दु एक ही क्षैतिज तल पर हैं ।

$$\therefore\ H+hd_1g=P+h_1d_1g\ldots(1)$$

इसी प्रकार अन्य दो उदग्र नलियों के निम्नतम (जो एक स्तर पर हैं) विन्दुओं पर दबाव बराबर हैं ।

$$\therefore\ H+hd_2g=P+h_2d_1g\ldots(2)$$

पहले समीकरण से दूसरा घटाने पर

$$h\ (d_1-d_2)g=(h_1-h_2)d_1g$$

$$\text{या, } \frac{d_1-d_2}{d_1}=\frac{h_1-h_2}{h}$$

$$\text{अथवा, } 1-\frac{d_2}{d_1}=\frac{h_1-h_2}{h}$$

$$\text{या, } \frac{d_2}{d_1}=1-\frac{h_1-h_2}{h}.$$

$$\because \frac{d_0}{d_1}=1+C_rt_1 \text{ और } \frac{d_0}{d_2}=1+C_rt_2$$

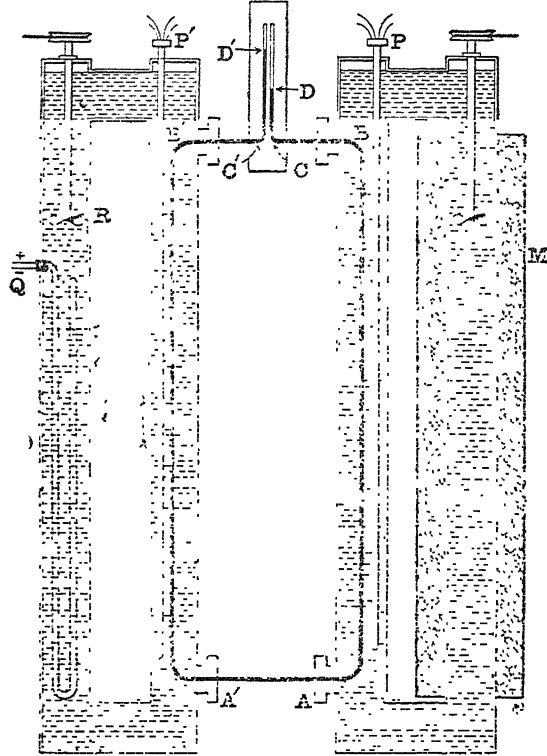
$$\therefore \frac{d_0/d_1}{d_0/d_2}=\frac{d_2}{d_1}=\frac{1+C_rt_1}{1+C_rt_2}=1+C_r(t_1-t_2) \text{ लगभग}$$

$$=1-C_r(t_2-t_1)$$

$$\therefore \quad 1 - C_r(t_2 - t_1) = 1 - \frac{h_1 - h_2}{h}.$$

अर्थात् $C_r(t_2 - t_1) = \frac{h_1 - h_2}{h}$

$$\therefore \quad C_r = \frac{h_1 - h_2}{h(t_2 - t_1)}$$

(iii) **कैलेंडर और बार्न की विधि** (Callendar & Barne's Method) :—एक सें० मी० व्यास की AB और $A'B'$ नलियां, जिनकी लंबाइयां एक से दो मीटर तक की रहती हैं दो बार समकोण पर इस प्रकार झुकी होती हैं कि BC एवं

चित्र 24

$B'C'$ क्षैतिज रहें। पतले व्यास की नली AA' द्वारा पारा एक ओर से दूसरी ओर आसानी से जाने से रुक जाता है। बर्फ से ठंडा किया हुआ पानी M से 0° पर चौड़ी नली में चलता है, जो AC को आवृत करती है। मान लो कि यह पानी 0°

पर CD और $C'D'$ पर लिपटे हुए सोख्ता कागज पर भी गिरता है। $A'B'$ के चारों ओर तेल है, जिसे पहले वेष्टन Q में विद्युत् धारा प्रवाहित करके गर्म कर लेते हैं, और फिर एक छोटे केन्द्रापमारी पंप (Centri fugal pump) द्वारा चारों ओर चलाते हैं। पारे के लंबे स्तंभों के मध्यमान ताप को प्लैटिनम प्रतिरोध तापमानों (P एवं P') द्वारा निकालते हैं, जिनकी बल्वें पूरे स्तंभ AB और $A'B'$ के बरावर लम्बी होती हैं। छोटी भुजाओं CD और $C'D'$ के ताप पारे के तापमापकों द्वारा निकाले जाते हैं, जो उनके संस्पर्श में रखे जाते हैं। सब स्तंभों की ऊंचाई एक ऊर्ध्वमापक (Cathetometer) द्वारा निकालते हैं। इसमें एक स्वस्तिका सूत्र लगा हुआ दूरबीन होता है, जो एक ऊर्ध्वाधर पैमाने पर चलता है। दूरबीन को पहले इस प्रकार संगठित करते है कि स्वस्तिका सूत्र. AA' के सूक्ष से मिल जाये। फिर इसे इतना ऊपर खिसकाते हैं कि वह $B'C'$ के अक्ष से मिलता हुआ मालूम पड़े। उसे जितना ऊपर उठाना पड़ता है. वही $A'B'$ की ऊंचाई होगी। इसी प्रकार दूसरे स्तम्भों की ऊंचाइयां नाप ली जाती हैं। मान लीजिए कि जब $A'B'$, $t°$ ताप पर और अन्य स्तंभ $0°C$ पर हों तो $C'D', A'B', CD$ और AB की लंबाइयां क्रमशः h', H, h तथा H_0 हैं। यदि पारे का घनत्व इन तापों पर क्रमशः d तथा d_0 हो, तो A, पर दबाव, $(h'd_0+Hd)$, और A पर $(hd_0+H_0d_0)$ होगा।

अब, $\because$ A और A' एक ही क्षैतिज तल पर हैं, इसलिए,

$$h'd_0+Hd=hd_0+H_0d_0$$

अर्थात् $(H_0+h-h')\ d_0=Hd.$

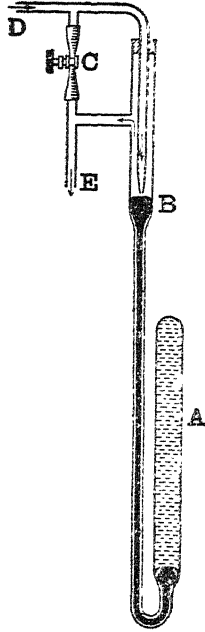
$$\therefore \frac{d_0}{d}=1+C_r t=\frac{H}{H+h-h'}, \text{ या, } C_r t=\frac{H}{H_0+h-h'}-1$$

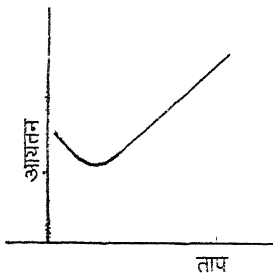
$$=\frac{H-(H_0+h-h')}{H_0+h-h'}$$

$\because$ $C_r=\dfrac{H-H_0-h+h'}{(H_0+h-h')t}$. $0°$ और $100°$ के बीच में C_r का मान ·000182 प्रति डिग्री सेंटीग्रेड मिलता है। ताप की वृद्धि से यह गुणक बढ़ जाता है।

गैस नियंत्रक (Gas Regulator) :—द्रव प्रसार का उपयोग, बर्नर में जलने-वाली गैस की मात्रा नियंत्रित करने में किया गया है। एक बल्ब में कोई बहुत फैलनेवाला द्रव जैसे टूलीन (toulene) भरा रहता है। उसके नीचे एक मुड़ी हुई नली में पारा रहता है। यह नली दो बार समकोणिक होकर ऊपर की ओर जाती है, और फिर एक चौड़ी नली से मिल जाती है। पारा कुछ दूर तक चौड़ी नली में भी चढ़ा रहता है। इसमें ऊपर की ओर डाट लगी रहती है, और उसमें से एक पतली नली निकाली जाती है,

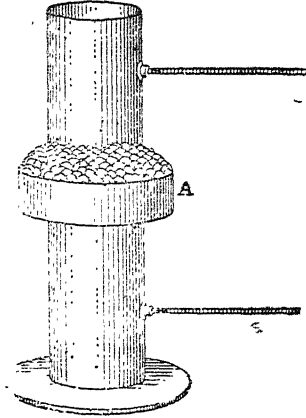
जो आगे मुड़ कर क्षैतिज हो जाती है। इस नली का सिरा नीचे की ओर नुकीला होता है : यह नुकीला भाग पारे के तल के ठीक ऊपर रहता है। गैस इस पतली नली के क्षैतिज सिरे से प्रवेश करके नुकीले भाग से निकलती है और चौड़ी नली के बगल की

चित्र 25

एक क्षैतिज नली में होकर एक उदग्र नली द्वारा बर्नर तक पहुंचती है। यह उदग्र नली, एक रबड़ की नली द्वारा गैस लाने वाली नली के क्षैतिज भाग से जुड़ी रहती है। रबड़ में पिचकॉक लगा रहता है, जिसको इस प्रकार व्यवस्थित करते हैं कि थोड़ी-सी गैस लाने वाली नली के क्षैतिज भाग से रबड़ की नली में होती हुई गैस सीधे वर्नर तक पहुंचती है। वर्नर जिस द्रव को गर्म करता है, उसी में बल्ब भी पड़ा रहता है। द्रव के साथ-साथ गर्म होकर बल्ब का अल्कोहल फैलता है और पारे को ढकेल कर गैस जाने का मुख्य मार्ग वन्द कर देता है। दूसरे मार्ग से पहुंचनेवाली गैस द्वारा वर्नर थोड़ा वहुत जलता रहता है, बुझता नहीं। इससे ताप गिरने लगता है। जव द्रव कुछ ठंडा होता है, तो बल्ब में भी अल्कोहल सिकुड़ जाता है, और पारा उतर जाने के कारण गैस का मुख्य मार्ग खुल जाता है, और गैस का सामान्य प्रवाह फिर जारी हो जाता है। इस प्रकार गैस की मात्रा के नियंत्रण द्वारा द्रव का ताप एक निश्चित् सीमा के अन्दर रहता है।

पानी के प्रसार की विलक्षणता:—यदि पानी को धीरे-धीरे ठंडा किया जाय, तो $4^{\circ}C$ तक उसका आयतन धीरे-धीरे कम होता जाता है। इसके नीचे आयतन बढ़ने लगता है। पानी का आयतन 4° सें० ग्रे० पर सबसे कम होता है। इसलिए उसका घनत्व, इस ताप पर सबसे अधिक होता है। पानी की निश्चित् मात्रा और ताप का लेखाचित्र सहवर्ती चित्र में दिया जाता है। ताप के साथ पानी के आयतन को नापने के लिए, एक द्रवप्रसार मापक को प्रयोग में लाते हैं, जिसके भीतर का आयतन स्थिर रखते हैं। इसमें नीचे एक बड़ा बल्व और ऊपर एक सर्वत्रसम पतली नली होती है, जिसमें लम्बाई नापने का एक पैमाना लगा रहता है। प्रसार मापक की तली में उसके आयतन के $\frac{1}{7}$ भाग में पारा डाल देते हैं। पारे का प्रसार गुणक शीशे के आयतन प्रसार गुणक के सात गुने के लगभग

चित्र 26

होता है इसलिए ताप परिवर्त्तन से पारे के आयतन में वही वृद्धि होगी जो प्रसार मापक की होती है। फलस्वरूप पारे के ऊपर का आयतन वही रहता है।

द्रव प्रसारमापक को शुद्ध पानी में नली के किसी चिह्न तक भर लेते हैं। फिर $0°C$ पर जल में रखते हैं, और पारे की स्थिति पैमाने पर पढ़ लेते हैं। बाहर के पानी का ताप बढ़ाते जाते हैं, और द्रव प्रसार मापक के पाठ, (अंदर के द्रव-तल को स्थिर करके) लेते जाते हैं। इन नापों से भिन्न-भिन्न तापों पर आयतन ज्ञात होता है।

होप का प्रयोग (Hope's Experiment) :—होप ने 1805 में एक धातु का बेलनाकार बर्तन लिया। इसके बीच में बाहर की ओर एक गोल नांद बनी हुई थी। नांद के ऊपर और नीचे, बर्तन में छिद्र करके दो तापमापक लगाए गए। प्रारंभ में दोनों का ताप एक ही था। थोड़ी देर में नीचे का ताप गिरने लगा। जब तक नीचे का ताप गिरता रहा, तब तक ऊपर के तापमान पर कोई प्रभाव नहीं पड़ा। नीचे का ताप 4° सें० ग्रे० तक गिरकर स्थिर हो गया। फिर ऊपर के तापमान में ताप गिरने लगा और अंत में वह $0°C$ हो गया। बर्फ के टुकड़े जमने पर भी नीचे का ताप नहीं बदला।

चित्र 27

इससे स्पष्ट है कि 4° तक ठंडा होने में, पानी का घनत्व बढ़ता जाता है। भारी होने के कारण पानी नीचे बैठता जाता है। फिर घनत्व घटने पर, हल्का पानी ऊपर को चलने लगता है। भारीपन के कारण नीचे का पानी वैसा ही भरा रहता है, और उसका ताप 4° सें० ग्रे० से नीचे नहीं गिरता।

जल का यह विलक्षण प्रसार प्रकृति की महत्वपूर्ण देन है। जाड़े के दिनों में अधिक ठंड पड़ने पर, ठंडे देशों में तालाबों के तल पर बर्फ की पर्त जम जाती है, और समुद्र में कई फीट मोटी बर्फ जम जाती है। यदि $4°C$ से नीचे भी पानी का घनत्व बढ़ता जाता, तो सारा तालाब या समुद्र ऊपर से नीचे तक जम जाता, और जल के अन्दर के सब जानवर मर जाते।

हल किए हुए प्रश्न

1. एक पतली डंडी वाली कांच के बल्ब का भार खाली रहने पर 10 ग्राम है। जब केवल बल्ब में पारा भरा जाता है, तो यह भार 117·3 ग्राम और जब डंडी की 10·4 सें० मी० लंबाई पारे से भरी जाती है, तो यह भार 119·7 ग्राम हो जाता है। जब कोई

द्रव उसी बल्ब में 0° पर पूर्णतः भर दिया जाता है, तो 28° ताप की वृद्धि होने पर, पारे के स्तंभ की ऊंचाई 10·4 सें० मी० से 12·9 सें० मी० हो जाती है। (पारे का घनत्व 13·6 ग्राम प्रति घन सें० मी० है) द्रव का वास्तविक प्रसार गुणक ज्ञात करो।

(लन्दन, 1889)

$$V_0 = \frac{117·3-10}{13.6} \text{ घन सें० मी०} = \frac{107·3}{13·6} \text{ घन सें० मी०}$$

डंडी के एक सें० मी० लंबाई का आयतन $= \frac{2·4}{10·4 \times 13·6}$ घन सें० मी०

$$V_{28} - V_0 = V_0 C \times 28 = (12·9 - 10·4) \times \frac{2·4}{10·4 \times 13·6} \text{ घन सें० मी०}$$

$$\therefore \frac{107·3}{13·6} \times C \times 28 = \frac{2·5 \times 2·4}{13·6 \times 1·04} \text{ घन सें० मी०}$$

$$\therefore C = \frac{2·5 \times 2·4}{107·3 \times 28 \times 10·4} = ·000187$$

2. एक पारे के तापमापक में 0° पर 2 घन सें० मी० पारा है, और स्थिर विन्दुओं के बीच की दूरी 30 सें० मी० है। $O°$ पर नली के व्यास का कलन करो (पारे का वास्तविक प्रसार गुणक ·00018 और कांच का ·00003 है।) (लंदन, 1909)

$$V_0 = 2 \ C.\ C.$$

$$V_{100} - V_0 = V_0 C_a \times 100 = \pi r^2 \times 30$$

$$\therefore \quad r^2 = \frac{V_0 C_a \times 100}{\pi \times 30} = \frac{2 \times (·00018 - ·00003) \times 100}{3.14 \times 30}$$

$$= \frac{2 \times ·00015 \times 100}{3·14 \times 30}$$

$$\therefore \quad r = \sqrt{\frac{2 \times ·015}{31·4 \times 3}} = \sqrt{\frac{2 \times ·05}{314}} = ·01785 \text{ सें० मी०}$$

$\therefore$ अभीष्ट व्यास $= 2 \times ·01785 = ·0357$ सें० मी०

3. एक तापमापक को $20°C$ के चिह्न तक किसी द्रव में डुबोया जाता है। तब वह $90°C$ का पाठ देता है। तापमापक की डंडी के शेष भाग का ताप $25°C$ है। द्रव का वास्तविक ताप निकालो (पारे का कांच में व्यक्त प्रसार गुणक ·00015 है)

(लंदन, 1908)

परिशोधित पाठ का सूत्र यह है :—

$$t = t_1 + nC_a(t_1' - t_2)$$

यहां, $t_1=90°$, $C_a=\cdot00015$, $n=100-20=80/_2=25$.

$\therefore t=90+80\times\cdot00015\times(90-25)$

$=90+65\times80\times\cdot00015$

$=90+65\times8\times\cdot0015=90+52\times\cdot015=90+\cdot78$

$=90\cdot78°C$

प्रश्नावली

1. वास्तविक और व्यक्त प्रसार गुणक में क्या भेद है ? इन दोनों के बीच के संबंध को ज्ञात करो। (**यू० पी० बोर्ड**, '44; **कलकत्ता**, '26, '30, '49; **पटना**,'27,' 28, '30, '41)
2. ड्यूलांग और पेटिट की विधि द्वारा पारे का वास्तविक प्रसार गुणक कैसे निकालोगे ? पारे का प्रसार दिया हुआ है। संक्षेप में प्रकट करो कि तुम $0°C$ और $100°C$ के बीच किसी दूसरे द्रव का प्रसार कैसे ज्ञात करोगे ? (**पटना**, '17, '42)
3. द्रवों के वास्तविक प्रसार गुणक निकालने की कैलेंडर की विधि का वर्णन करो। (**यू० पी० बोर्ड**, '57)
4. द्रवों के व्यक्त प्रसार गुणक को किसी भार तापमापक (weight thermometer) द्वारा कैसे निकालोगे ? (**यू० पी० बोर्ड**, '40)

   एक भार तापमापक में $0°C$ पर 500 ग्राम पारा है। यदि ताप को $100°C$ कर दिया जाय, तो कितना पारा निकल जायगा ?

   पारे और शीशे के आयतन प्रसार गुणक क्रमशः ·000182 और ·000027 हैं। (**उत्तर**, 7·63 ग्राम)
5. द्रवों के वास्तविक प्रसार निकालने की किसी विधि का वर्णन करो। (**यू० पी० बोर्ड** , 1948)

   एक भार तापमापक की तोल खाली रहने पर 40 ग्राम है और $0°C$ पर पारे से भरने से उसकी तोल 490 ग्राम है। $100°C$ तक गर्म करने पर, 6.85 ग्राम पारा निकल जाता है। यदि पारे का वास्तविक प्रसार गुणक ·000182 हो, तो कांच के लंब प्रसार गुणक को ज्ञात करो। (**उत्तर**, ·000009 प्रति डिग्री सें० ग्रे०)
6. बिना तौले हुए तुम कैसे सिद्ध करोगे कि वही आयतन लेने पर ठंडे तल का भार, गर्म जल से अक्सर ज्यादा होता है ?

   एक कांच के भार तापमापक की संहति खाली रहने पर 6·34 ग्राम है। जब उसे $99°C$ पर पारे से भरा जाता है, तो उसकी तोल 151·73 ग्राम हो जाती है। यदि $0°C$ से $99°C$ तक ताप में वृद्धि करने से 2·08 ग्राम पारा निकल जाता है, तो पारे का कांच में व्यक्त प्रसार गुणक निकालो। (**यू० पी० बोर्ड**, '52)

   (**उत्तर**, ·0001445 प्रति डिग्री सें० ग्रे०)
7. किसी ठोस को क्रमशः विभिन्न तापों पर किसी द्रव में तोल लिया जाता है। निम्न सूत्र का व्युत्पादन करो : $W=W_0\ \{1+(\alpha-\beta)t\}$

(यहां ∝ और β किसी ठोस और द्रव के आयतन प्रसार गुणक हैं; W_0 और W क्रमशः ठोस की द्रव में 0° और $t°$ पर भार में कमी है)

जल का 4°C पर घनत्व 1 है, और 80°C पर, ·9718 है। एक 3 स० मी० लंबे कोर वाले घन के दो तौलों में क्या अंतर होगा, जब उसे इन दो तापों पर पानी में तौला जाता है? (कांच का रैखिक प्रसार गुणक ·00009 है) (**उत्तर** ·708 ग्राम)

8. किसी यू-नली की दो भुजाओं में द्रव, क्रमशः 15° सें० ग्रे० और 100° पर हैं। स्थायी अवस्था प्राप्त करने पर स्तंभ की ऊंचाइयां क्रमशः 97 सें० मी० और 102 सें० मी० हैं। द्रव का यथार्थ प्रसार गुणक क्या होगा? यह प्रसार वास्तविक है, या प्रतीयमान? सकारण समझाओ।

9. किसी बैरोमीटर में पीतल का स्केल लगा हुआ है और वह 18°C पर 760 मि० मी० का पाठ प्रकट करता है; 0° पर वास्तविक ऊंचाई निकालो। (पीतल और पारे के आयतन प्रसार गुणक क्रमशः ·0000552 और ·000181 हैं)
(**उत्तर**, 757·78 मि० मी०)

अध्याय 4

गैसों का प्रसार (Expansion of Gases)

ठोसों और द्रवों के प्रसार पर दबाव का प्रभाव काफी सीमा तक नगण्य माना जा सकता है। पर गैसों में दबाव का प्रभाव महत्वपूर्ण होता है।

किसी गैस की स्थिति दबाव, आयतन और ताप द्वारा प्रकट होती है। यदि किसी एक को स्थर रख कर, दूसरी राशि को बदला जाय, तो तीसरी राशि का मान, निश्चित् नियमों के अनुसार निर्धारित किया जा सकता है। अन्यथा, किसी राशि को बदलने से अन्य दो राशियों के मान पृथक् कुछ भी हो सकते हैं; पर उनमें संबंध अवश्य होगा, जो गैस समीकरण के नाम से प्रसिद्ध है। हम अपने अन्वेषण को तीन भागों में विभक्त कर सकते हैं। दबाव, आयतन और ताप को हम क्रमशः P, V, एवं t (सेंटीग्रेड इकाई) द्वारा व्यक्त करेंगे।

(1) ताप स्थिर रख कर दबाव और आयतन में संबंध।

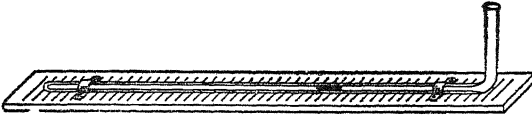
इस स्थिति में गैस की निश्चित् मात्रा के लिए बॉयल नियम, $PV=K$ (स्थिरांक) लागू होगा।

(2) दबाव को स्थिर रख कर आयतन और ताप में संबंध।

यह सम्बन्ध, अन्वेषक के नाम पर, चार्ल्स नियम (Charle's Law) कहा जाता

है। इसके अनुसार, दबाव स्थिर रखने पर, प्रत्येक गैस की किसी निश्चित मात्रा का $0^{\circ}C$ का आयतन, $1^{\circ}C$ ताप वृद्धि पर, अपने आयतन का $\frac{1}{273}$ भाग बढ़ जाता है।

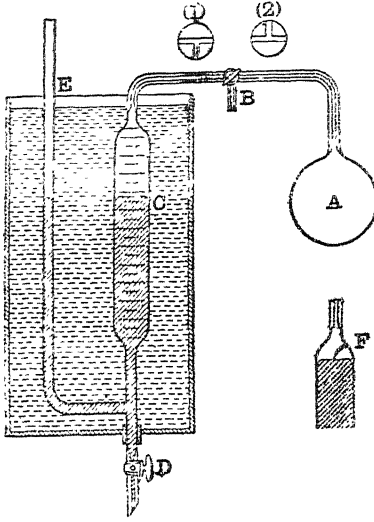
यदि किसी गैस का स्थिर दबाव पर आयतन प्रसार गुणक α हो, तो उसके आयतन प्रसार का सूत्र $V_t = V_0 \ (1 + \alpha t)$ है। चार्ल्स नियम के अनुसार α का मान सब गैसों के लिए समान है। (यह मान ·00373 प्रति डिग्री सेंटीग्रेड निर्धारित किया गया है।

स्थिर दाब पर गैसों के प्रसार का अध्ययन सबसे पहले गे लसक (Gay Lusaac) ने किया था। उसने एक लम्बी नली से संबद्ध एक बेलनाकार बल्ब को एक बर्फ के द्रोणी

चित्र 28

(trough) में क्षैतिज स्थिति में रखा। बल्ब में वायु अथवा अन्य गैस रहती है, और उसे नली में प्रविष्ट कराए गए पारे के सूत्र से बन्द किया जाता है। बर्फ में पारे की स्थिति देख कर द्रोणी को उबलते हुए पानी से भर दिया जाता है। गैस के प्रसार से पारे के सूत्र (thread) के हटने पर, उसकी स्थिति का पाठ लिया जाता है। यदि $0^{\circ}C$ पर गैस का आयतन मालूम हो, तो सूत्र के स्थानान्तर से प्रसार जानकर, α का मान निकाला जा सकता है। गे लसक ने α का मान ·00375 प्रति डिग्री सेंटीग्रेड निकाला। रैनू ने बाद में दिखाया कि यह वास्तविक मान से अधिक है। अशुद्धि मुख्यत: नली में जलकणों के रह जाने से आई थी। आर्द्र वायु तप्त होकर भाप में परिणत हो जाती है, जिसका आयतन विशेष रूप से अधिक होने के कारण, वायु के प्रसार का व्यक्त मान, वास्तविक मान से अधिक आता है।

रैनू के उपकरण से स्थिर दबाव पर आयतन-प्रसार गुणक निकालना:—इस उपकरण में एक बल्ब रहता है, जिसका आयतन मालूम रहता है। यह एक पतली (केशिका) नली द्वारा एक बेलनाकार बर्तन से जुड़ा रहता है। इसमें आयतन प्रकट करने वाले चिह्न अंकित रहते हैं। केशिका नली में एक टोंटी व्यवस्थित रहती है, जो तीन स्थितियों में रखी जा सकती है। इस त्रिमार्गी टोंटी की पहली स्थिति में बल्ब और बेलनाकार बर्तन दोनों वायुमंडल से संबद्ध हो जाते हैं। दूसरी स्थिति में बल्ब, वायुमंडल से संबद्ध हो जाता है, पर इन दोनों का वायुमंडल से संपर्क टूट जाता है। अंतिम स्थिति में बर्तन और बल्ब एक दूसरे से पृथक् हो जाते हैं। बेलनाकार बर्तन नीचे की ओर एक पतली नली से जुड़ा रहता है, जिसमें एक टोंटी रहती है। टोंटी के ऊपर, किनारे से एक नली

निकलती है, जो कुछ दूर तक क्षैतिज होती है; फिर ऊपर की ओर मुड़कर बेलनाकार बर्तन के समान्तर हो जाती है। इसका ऊपरी भाग खुला रहता है।

चित्र 29

प्रयोग के समय बेलनाकार बर्तन और पार्श्व नली का अधिकांश भाग शुद्ध सूखे पारे से भरा जाता है। फिर त्रिमार्गी टोंटी को पहले स्थिति में लाकर एक चूपक पंप द्वारा बर्तन और बल्ब को वायुरिक्त कर देते हैं। तत्पश्चात् उनमें शुद्ध और सूखी वायु भर देते हैं और टोंटी को दूसरी स्थिति में ले आते हैं।

बल्ब को बर्फ में रखते हैं और नली में पारा डालकर या नीचे की टोंटी से निकालकर उसे बर्तन के उच्चतम चिह्न पर व्यवस्थित निर्देशक से स्पर्श कराते है। बेलनाकार बर्तन और नली में पारे के तलों के अन्तर द्वारा, बल्ब में हवा का दबाव निकालते हैं। फिर बल्ब को भाप में रख कर पारे के तलों का अन्तर पहले जैसा कर लेते हैं, जिससे बल्ब की वायु का दबाव वही रहे। यह करने के लिए टोंटी खोलकर कुछ पारा निकालना पड़ता है। बेलन के चिह्नों द्वारा आयतन का प्रसार मालूम कर लेते हैं।

इस विधि में ये दोष हैं :—

(1) केशिका नली और बेलन की वायु का ताप, बल्ब की वायु के ताप से भिन्न होता है।

(2) भाप द्वारा वायु के साथ-साथ शीशे का बल्ब भी बढ़ता है। इसके लिए परिशोधन करना कठिन है।

(3) पारे के तलों का शुद्धता से पाठ लेने की कोई व्यवस्था नहीं। इसलिए दोनों ओर के तलों का अन्तर दोनों स्थितियों में बिलकुल बराबर रखना असंभव है।

परम शून्य (Absolute Zero) :—

सूत्र $V_t=V_0\ (1+\alpha t)$ से स्पष्ट है कि जब $V_t=O$, तो $1+\alpha t=O$ अर्थात् $t=-(1/\alpha)=-273^\circ C$. इससे स्पष्ट है कि $-273^\circ C$ पर, स्थिर दबाव होने पर, प्रत्येक गैस का आयतन शून्य हो जाता है। इससे कम ताप कल्पनीय नहीं

है, क्योंकि और कम ताप पर गैस का आयतन सत्र द्वारा ऋणात्मक प्रकट होगा, जो असंभव है। इसलिए $-273^\circ C$ को परम शून्य माना जा सकता है।

लार्ड केल्विन ने इसी आधार पर एक ताप का पैमाना बनाया, जिसका शून्य $-273^\circ C$ पर है और प्रत्येक डिग्री, एक सेंटीग्रेड डिग्री के बराबर होता है। यदि t एवं T, क्रमशः सेंटीग्रेड एवं परम तापों को प्रकट करें, तो $T=t+273$.

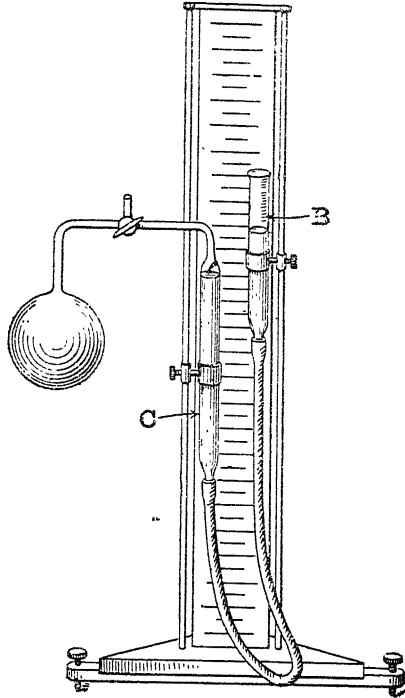
गैसों का ठोसों, और द्रवों की तुलना में प्रसार गुणक अधिक होता है। इसलिए, दो तापों के बीच गैस के प्रसार के ज्ञान से, प्रसार गुणक नहीं निकाला जा सकता। यदि V_1 और V_2 क्रमशः t_1 तथा t_2 तापों पर, गैस की किसी निश्चित् मात्रा के आयतन (दबाव स्थिर रहने पर) हों, तो,

$$V_1=V_0\,(1+\alpha t_1)$$
$$V_2=V_0\,(1+\alpha t_2)$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2}=\frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}=\frac{1+t_1/273}{1+t_2/273}=\frac{273+t_1}{273+t_2}=\frac{T_1}{T_2}.$$ इससे स्पष्ट है कि $V\propto T$ (दबाव स्थिर होने पर)

अर्थात्, स्थिर दबाव पर गैस के आयतन, परम तापों के समानुपाती होते हैं। यह चार्ल्स नियम के कथन का दूसरा ढंग है।

3. यदि आयतन को स्थिर रखकर, गैस के $0^\circ C$ तथा $t^\circ C$ पर दबाव क्रमशः P_0 और P हों, तो ताप और दबाव का संबंध, सूत्र $P=P_0(1+\beta t)$ द्वारा व्यक्त होता है। इसमें β, स्थिर आयतन पर, दबाव गुणक है।

स्थिर आयतन वायु तापमापक (जॉली का उपकरण) :—यह उपकरण बॉयल नियम के उपकरण की तरह है। इसमें बॉयल की बन्द नली को एक केशिका नली द्वारा एक शीशे के बल्ब से जोड़ देते हैं। इस नली में एक त्रिमार्गी टोंटी का आयोजन रहता है।

चित्र 30

बल्व को सूखी हवा से भर कर एक जल के बर्तन में डुबा देते हैं, जिसमें एक तापमापक भी डूबा रहता है। खुली हुई नली को उठा कर बल्व में पारे के तल को एक निर्देशक से स्पर्श कराते हैं। दोनों नलियों में पारे के तलों के पाठ लेकर वायुमंडलीय दवाव के ज्ञान से (बैरोमीटर की लम्बाई पढ़ कर), बल्व की वायु का दबाव निकाल लेते हैं।

फिर बीकर को गर्म करते हैं, और 70°–80° तक तप्त होने पर ठंडा करते हैं, और 5–5 अंश ठंडा होने पर, खुली नली की स्थिति के नियंत्रण द्वारा निर्देशक को पारे के तल से स्पर्श करा कर, खुली नली का पाठ लेते जाते हैं। (दूसरी नली में पारे का तल स्थिर रहने के कारण उसका एक ही पाठ लेना पड़ता है।) ठंडा होने पर बंद वायु सिकुड़ती है, औद पारे का तल निर्देशक से ऊपर उठ जाता है। उसे पूर्व स्थिति में लाने के लिए खुली नली को नीचा करना पड़ता है। (यह ध्यान रखना चाहिए कि खुली नली को कभी इतना ऊपर न उठाना चाहिए कि बल्व में पारा चला जाय)

यदि t_1 तथा t_2 तापों पर स्थिर आयतन की गैस के दवाव क्रमशः P_{t_1} एवं Pt_2 हों, तो,

$$Pt_1=P_0\ (1+\beta t_1) \text{ और } Pt_2=P_0\ (1+\beta t_2)$$

$$\therefore\ \frac{Pt_2}{Pt_1}=\frac{1+\beta t_2}{1+\beta t_1} \text{ या } Pt_2\ (1+\beta t_1)=Pt_1\ (1+\beta t_2)$$

$$\therefore\ \beta(Pt_1\cdot t_2-Pt_2\cdot t_1)=Pt_2-Pt_1$$

अर्थात् $\beta=\dfrac{Pt_2-Pt_1}{Pt_1\,.\,t_2-Pt_2\,.\,t_1}$. P और t का लेखाचित्र एक सरल रेखा है। इसपर किन्हीं दो तापों के दबावों को पढ़कर β का मान निकालते हैं।

यदि $t_1=P$ हो और $t_2=t$ तो

$$\beta=\frac{P_t-P_0}{P_0\,.\,t}$$

यह सिद्ध किया जा सकता है कि पूर्ण गैस के लिए, (जो बॉयल और चार्ल्स दोनों नियमों का परिपालन करती है)

$$\alpha=\beta=\frac{1}{273}.$$

$$\therefore\ \frac{P_{t2}}{P_{t1}}=\frac{1+\beta t_2}{1+\beta t_1}=\frac{1+t_2/273}{1+t_1/273}=\frac{T_2}{T_1}$$

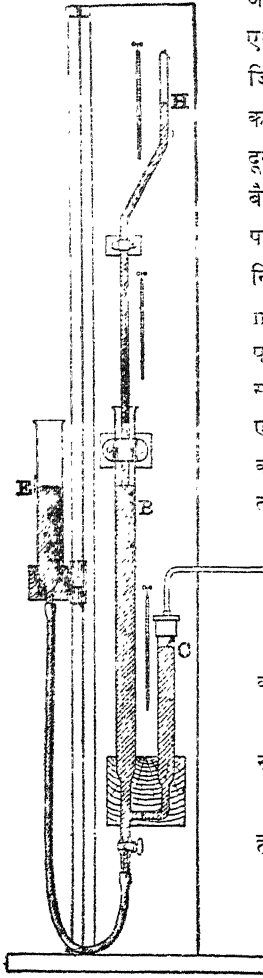
अर्थात्, स्थिर आयतन पर $P\propto T$

परम शून्य पर दबाव भी शून्य हो जाता है। अस्तु, परम-शून्य पर प्रत्येक गैस के आयतन और दबाव, दोनों शून्य होंगे। वास्तव में इस ताप तक पहुंचने से पूर्व ही ज्ञात गैसें द्रवीभूत (liquified) हो जाती हैं।

स्थिर आयतन वायु तापमापक द्वारा मोम का द्रवणांक निकालना :—पहले वायु के वल्व को 0° पर जल और वर्फ के मिश्रण में निमज्जित कर दिया जाता है। कुछ देर मिश्रण में पड़ा रहने देकर, वन्द वायु का आयतन स्थिर करके दबावान्तर पढ़ लेते हैं, और बैरोमीटर के पाठ की सहायता से बन्द वायु का 0° पर दबाव, P_0 ज्ञात कर लेते हैं। तत्पश्चात् वल्व को उबलते हुए पानी में डुबोकर निर्दिष्ट विधि से वायु का $100°C$ पर दबाव, P_{100} ज्ञात कर लेते हैं। P_0 और P_{100} के द्वारा स्थिर आयतन पर वायु का प्रसार-गुणक निर्धारित होता है।

अब वल्व को एक जलागार (Water-bath) में निमज्जित कर मोम के द्रवणांक पर रखा जाता है। ऐसा करने के लिए, एक मोटी दीवाल की परख नली में कुछ मोम भर कर जलागार में निमंजित कर देते हैं और जलागार को नीचे से गर्म करते हैं। जब मोम पिघलना प्रारंभ करता है, तो लौ को हटा देते हैं; जैसे ही वह ठोस बनने लगता है, जलागार को पुनः गर्म करते हैं। इस प्रकार जलागार का ताप मोम के द्रवणांक पर स्थिर रखते हैं, और तत्संगत दबाव P_t को मालूम करते हैं। कलन द्वारा, अथवा लेखा चित्र द्वारा जलागार का स्थिर ताप अर्थात् द्रवणांक ज्ञात कर लेते हैं।

इस प्रकार की साधारण व्यवस्था में हम वल्व के प्रसार को नगण्य मान लेते हैं। दूसरे कांच को समांगी (isotropic) मान लिया गया है। वास्तव में जब उसे वल्व की आकृति में गला कर ले आते हैं, तो यह गुण नहीं रहता। इस दोष से बचने के लिए वल्व, गलित सिलिका (Fused Silica) का लेना चाहिए। कुछ वायु वल्व से जुड़े हुए उस संकीर्ण भाग में भी रहती है जिसका ताप, वल्व के ताप से भिन्न होता है। इस 'मृत रिक्ति' (dead space) के लिए भी परिशोधन करना चाहिए। इसके अतिरिक्त दोनों भुजाओं के पारे के घनत्व की भिन्नता से भी कुछ त्रुटि आ जाती है। अधिक शुद्ध निर्धारणों के लिए हमें इन सब की परिगणना करना होगी।

प्रामाणिक गैस तापमापक (Standard Gas Thermometer) :—वायु ताप-मापक द्वारा ताप निकालने के लिए हमको उसके पारे के दोनों तल और बैरोमीटर में पारे के स्तंभ के ऊपरी और निचले तलों (कुल चार) का पाठ लेना होता है। इस कमी को दूर करने के लिए प्रामाणिक हाइड्रोजन तापमापक की रचना की गई है। इसमें, 1 मीटर लम्बा और 39 मि० मी० व्यास का एक बेलनाकार बल्ब रहता है, जिसमें हाइड्रोजन (या अन्य गैस) रहता है। इसका आयतन 1 लिटर होता है। यह प्लैटिनम

चित्र 31

और इरीडियम की संयुक्त धातु से बनाया जाता है। बल्ब एक रबड़ की नली द्वारा एक नली से सबद्ध रहता है, जिसका ऊपरी भाग खुला रहता है। इसमें एक हाथी दांत का निर्देशक भी रहता है। इस नली से जुड़ी हुए एक दूसरी खुली हुई नली इसके समान्तर रहती है। इसमें एक बैरोमीटर की इस प्रकार मुड़ी हुई नली रहती है कि उसमें पारे का तल, बल्ब से संबद्ध नली के ठीक ऊपर पड़ता है। निर्देशक की नोक को शून्य मान कर, ऊर्ध्वमापक (Catheto-meter) की सहायता से बैरोमीटर नली में पारे के तल को पढ़ कर एकदम दबाव निकाला जा सकता है। बल्ब से संबद्ध नलियों में पारे के तलों को नियंत्रित करने के लिए एक रबड़ की नली से सम्बद्ध एक चौड़ी शीशे की नली का आयोजन किया जाता है। इसको ऊंचा नीचा करने पर, तल इच्छानुसार व्यवस्थित किए किए जा सकते हैं।

गैस तापमापक की उपयोगिता :—

(1) यह अधिक सुग्राहक तापमापक है (क्योंकि गैसों का प्रसार द्रवों से अधिक होता है।)

(2) सब गैसों का प्रसार समान होने के कारण वे सब एक जैसा पाठ देती हैं।

(3) गैसों का प्रसार अत्यन्त नियमित और समरूप होता है।

(4) इसको अत्यधिक ताप पर भी प्रयुक्त कर सकते हैं।

(5) ताप पढ़ने का तरीका बहुत लम्बा है। हर बार दबाव का पाठ लेना होता है।

(6) यह बड़े आकार का होता है। इस कारण न इसे कहीं ले जा सकते हैं, न जेब में रख सकते हैं। किसी गैस के लिए α और β का मान बराबर होता है।

मान लीजिए कि किसी गैस का दबाव P_0 पर स्थिर रखा जाता है और ताप $0°$ से $t°$ तक बढ़ाया जाता है, जिसके कारण आयतन V_0 से बढ़ कर V_t हो जाता है।

चार्ल्स नियम के अनुसार, $V_t = V_0 \ (1 + \alpha t)$

अब ताप को $t^\circ C$ पर स्थिर रख कर दवाव P_0 से P_t कर दिया जाता है, जिससे आयतन फिर V_0 हो जाय। बॉयल नियम द्वारा, $P_0 V_t = P_t V_0$

$$\therefore \frac{V_t}{V_0} = 1+\alpha t = \frac{P_t}{P_0}; \text{ अर्थात्, } P_t = P_0(1+\alpha t)$$

$\because$ P_0 और P_t, स्थिर आयतन पर $0^\circ C$ और $t^\circ C$ के दवाव हैं।

$$\therefore P_t = P_0(1+\beta t)$$

अस्तु, $1+\alpha t = 1+\beta t.$

या, $\alpha = \beta.$

गैस समीकरण (Gas Equation) :—जब दवाव, ताप और आयतन तीनों में परिवर्तन हो रहा हो, तब इसका प्रयोग करते हैं। मान लीजिए कि किसी गैस की प्रारंभिक एवं अंतिम परामितियां (Parameters) क्रमश: P_1, V_1, t_1 तथा P_2, V_2, t_2 हैं। इस अंतिम स्थिति को प्राप्त करने के पूर्व वह एक काल्पनिक अवस्था से गुजरी हुई मानी जा सकती है, जिसमें परामितियां P_1, V'_1, t_2 हैं।

प्रारंभिक अवस्था से इस बीच की अवस्था प्राप्त करने में दवाव P_1, स्थिर रहता है। चार्ल्स नियमानुसार, $V_1 = V_0(1+\alpha t_1)$ और, $V_1' = V_0(1+\alpha t_2)$; अर्थात् $V_1'/V_1 = (1+\alpha t_2)/(1+\alpha t)$ या $V_1' = V_1(1+\alpha t_2)/(1+\alpha t_1)$; इस दूसरी अवस्था से अंतिम अवस्था में जाने के लिए ताप स्थिर रहता है। अस्तु बॉयल के नियमानुसार $P_1 V_1' = P_2 V_2$

$$\therefore V_1' = \frac{P_2 V_2}{P_1} = V_1 \times \frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}. \text{ इसलिए } \frac{P_1 V_1}{1+\alpha t_1} = \frac{P_2 V_2}{1+\alpha t_2} \text{(स्थिरांक)}$$

इस समीकरण को चार प्रकार से व्यक्त कर सकते हैं।

I. $\frac{PV}{1+\alpha t}$ = स्थिरांक $= P_0 V_0$ ($0^\circ C$ पर परामितियों के मान रखने पर)

या $PV = P_0 V_0 \ (1+\alpha t)$ (I)

II. $\because V = \frac{m}{\rho}$ तथा $V_0 = \frac{m}{\rho_0}$ (ρ_0 एवं ρ गैस के 0° तथा t° पर घनत्व हैं)

$$\therefore \frac{P.m/\rho}{1+\alpha t} = \frac{P_0.m_0}{P_0}$$

या, $\frac{P}{\rho(1+\alpha t)}$ = स्थिरांक $= \frac{P_0}{\rho_0}$

III. $1+\alpha t=1+\frac{t}{273}=\frac{273+t}{273}=\frac{T}{273}$.

$$\therefore \frac{PV}{1+\alpha t}=\frac{PV}{T/273}=\frac{PV\times 273}{T}=P_0V_0$$

या, $\frac{PV}{T}=\frac{P_0V_0}{273}=\frac{P_0V_0}{T_0}$

अर्थात्, $\frac{PV}{T}=$स्थिरांक$=\frac{P_0V_0}{T_0}$.

IV. $\frac{PV}{T}=\frac{P_0V_0}{T_0}$. या $\frac{P.m}{\rho T}=\frac{P_0.m}{\rho_0 T_0}$.

अर्थात् $\frac{P}{\rho T}=$ स्थिरांक$=\frac{P_0}{\rho_0 T_0}$.

गैस सूत्र $\frac{PV}{T}=$स्थिरांक$=\frac{P_0V_0}{T_0}$ के अनुसार यदि हम 1 ग्राम अणु (1 Gram molecule) गैस प्रयुक्तमान लें, तो सामान्यतः इस स्थिरांक को R द्वारा व्यक्त करते हैं।

$$\therefore R=\frac{P_0V_0}{T_0}$$

एवोगेड्रो की मान्यता (hypothesis) के अनुसार, $N.T.P.$ पर प्रत्येक गैस के 1 ग्राम अणु (Gram molecule) का आयतन 22·4 लिटर है। P_0, सामान्य वायुमंडलीय दवाव है और T_0, $0°$ ग्रे० सें० के संगत परम ताप है।

$\therefore P_0=76\times 13\cdot6\times 980$ डाइन प्रति वर्ग सें० मी०
$V_0=22400$ घन सें० मी०
$T_0=273^\circ A$

$$\therefore R=\frac{P_0V_0}{T_0}=\frac{(76\times 13\cdot6\times 980)\times 22400}{273}=8\cdot31\times 10^7$$ अर्ग प्रतिडिग्री सें० ग्रे०प्रति ग्राम अणु

अस्तु, एक ग्राम अणु गैस लिए $PV=RT=8\cdot31\times 10^7\times T$

यदि गैस में n ग्राम अणु हैं, तो V_0 का मान, $n\times 22400$ घन सें० मी० निकलेगा तब $\frac{P_0V_0}{T_0}$ का मान $\frac{(76\times 13\cdot6\times 980)\times(n\times 22400)}{273}$
$=n\times 8\cdot31\times 10^7=nR$ होगा ।

$\therefore \frac{PV}{T} = \frac{P_0V_0}{T_0} nR$. अस्तु, $PV=nRV$. R को सार्वभौम गैस स्थिरांक (Universal Gas Constant) कहते हैं।

एक ग्राम अणु गैस, गैस की वह मात्रा है, जो उसके अणुक भार (molecular weight) में ग्राम जोड़ देने से व्यक्त हो।

जैसे, हाइड्रोजन (H_2) के एक ग्राम अणु का भार 2ग्राम है।
ऑक्सीजन (O_2) ,, ,, 32 ,,
कार्बन डाइ ऑक्साइड (CO_2) ,, ,, 44 ,,

मान लीजिए कि गैस की संहति m है तथा M उसका अणुक भार है।
अब, M gms गैस के एक ग्राम-अणु का भार है।
$\therefore m$,, ,, m/M ग्राम अणुओं का भार होगा।

अस्तु, $n=m/M$. $PV=nRT=\frac{m}{M}.RT$ कभी-कभी R द्वारा, 1 ग्राम गैस के स्थिरांक को सूचित करते हैं।

नोटः—गैस सूत्र का व्युत्पादन हम यों भी कर सकते हैं।
चार्ल्स नियम से, $V \propto T$, जब दवाव स्थिर हो।
और, $V \propto 1/P$, जब ताप स्थिर होता है।
$\therefore V \propto T/P$, (जब ताप और दबाव दोनों बदलते हों) या $PV \propto T$. **अथवा,** $PV=RT$ (R, स्थिरांक है)

गैस सूत्र द्वारा समतापीय और स्थिरोष्म स्थितियों के सूत्रों का व्युत्पादन :—

(i) समतापीय स्थिति (Isothermal state)—सूत्र $PV=RT$ में T स्थिर होने के कारण PV=स्थिरांक होगा (ब्वॉयल का सूत्र)

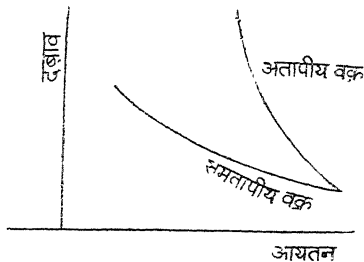
(ii) स्थिरोष्म स्थिति (Adiabatic state)—इस स्थिति में $PV^\gamma=K$ (स्थिरांक)...(a)

इस समीकरण को दो प्रकार से और व्यक्त कर सकते हैं।

$PV=RT$ (b)।

अब (a) को (b) से भाग देने पर,

$V^{\gamma-1}=K/RT$ अथवा $TV^{\gamma-1}$= स्थिरांक या $T^{1-\gamma}V$=स्थिरांक।

अब समीकरण (b) से $(PV)^\gamma = (RT)^\gamma$ या $P^\gamma V^\gamma = R^\gamma T^\gamma$.

चित्र 32

समीकरण (a) से भाग देने पर, $P^{\gamma-1}=R^{\gamma}/K.\ T^{\gamma}$

$\therefore\ T^{\gamma}P^{1-\gamma}=K/R^{\gamma}$ या, $TP^{(1-\gamma)/\gamma}=K^{1/\gamma}/R$ =स्थिरांक

अस्तु, अतापीय नियम इन तीनों रूपों में व्यक्त हो सकता है —

PV^{γ}=स्थिरांक; $TV^{\gamma-1}$=स्थिरांक; $TP^{(1-\gamma)/\gamma}$=स्थिरांक

हल किये हुये प्रश्न

1. किसी गैस के आयतन और दवाव, 18° पर क्रमशः 100 घन सें० मी० और 72 सें० मी० हैं, 90° पर उसी के दवाव और आयतन क्रमशः 200 घन सें० मी० और 45 सें० मी० हैं। कलन द्वारा बताओ कि किस ताप पर गैस का आयतन 400 घन सें० मी० और दवाव 100 सें० मी० होगा।

मान लीजिए, स्थिर आयतन पर दवाव प्रसार गुणक (अथवा स्थिर प्रसार पर आयतन प्रसार गुणक) α के बराबर हैं।

$$\therefore \frac{72\times100}{1+18\alpha}=\frac{45\times200}{1+90\alpha}=\frac{100\times400}{1+\alpha t}=(\text{यहां } \alpha \text{ अभीष्ट ताप है})$$

$\therefore$ ऊपर के प्रत्येक पद का मान

$$=\frac{45\times200-72\times100}{(90-18)\alpha}=\frac{100\times400-45\times200}{\alpha\,(t-90)}$$

$$\therefore \frac{45-36}{72}=\frac{200-45}{t-90}.\ \text{अस्तु,}\ \frac{9}{72}=\frac{155}{t-90}$$

$$\therefore\ t-90=8\times155=1240 \text{ या, } 1330^{\circ}C.$$

2. किसी स्थिर दवाव वायु तापमापक का ताप 0° से 100°C तक बढ़ा कर कुछ वायु निकाली गई, जिसका आयतन 15°C पर 50 घन सें० मी० है। यदि 10 घन सें० मी० गैस निकले, तो तापमापक का ताप क्या होगा ?

यहां, मान लो कि t° पर निकली गैस का आयतन v_t, और 0° पर निकली हुई गैस का आयतन v_0 है।

यदि V_0 और V_t क्रमशः 0° और t° तापमापक के अन्दर वायु के आयतन हैं, तो $v_t=V_t-V_0$

$$\text{गैस सूत्र से,}\quad \frac{v_{100}}{T_{100}}=\frac{v_{15}}{T_{15}};\quad \therefore\ v_{100}=v_{15}.\left(\frac{T_{100}}{T_{15}}\right)$$

$$=50\times\frac{373}{288}=V_0.\alpha\times100$$

और, $V_0.\alpha t=10$

$$\therefore \frac{t}{100} = \frac{10}{50 \times 373/288} = \frac{288}{373 \times 5}$$

$$\therefore t = \frac{100 \times 288}{5 \times 373} = \frac{5760}{373} = 15{\cdot}4^\circ C.$$

3. एक लोहे के टुकड़े को 0° और 100° पर वायु में तोला जाता है। टुकड़े का आयतन 1000 घन सें० मी० है। उसके भार में कितना व्यक्त परिवर्तन होगा ? (वायु प्रसार गुणक = ·00367, और लोहे का लंब-प्रसार गुणक, ·000012 है। 0° पर 1000 घन सें० मी० वायु की तोल 1·293 ग्राम है) (लंदन, 1886)

0° पर हटाई हुई हवा का आयतन = 1000 घन सें० मी०। 100° पर लोहे के टुकड़े का आयतन = 100° पर हटाई हुई हवा का आयतन

$$= 1000(1 + 3 \times {\cdot}000012 \times 100) \text{ घन सें० मी०}$$

$$= 1000(1 + 3 \times {\cdot}0012) \quad ,,$$

$$= 1000 \times 1{\cdot}0036 = 1003{\cdot}6 \text{ घन सें० मी०}$$

यदि इस हवा का 0° पर आयतन V° हो, तो

$$V_0 \; (1 + {\cdot}00367 \times 100) = 1003{\cdot}6 \text{ घन सें० मी०}$$

$$\therefore V_0 = \frac{1003{\cdot}6}{1{\cdot}367} \text{ घन सें० मी०}$$

मान लो कि वास्तविक भार W है और व्यक्त भार 0° एवं 100° पर W_0 एवं W_{100} हैं। इन तापों पर वायु के उछाल क्रमशः U_0 और U_1 हैं।

$$\therefore W_0 = W - U_0 \text{ एवं, } W_{100} = W - U_{100}$$

$$\therefore W_{100} - W_0 = (W - U_{100}) - (W - U_0) = U_0 - U_{100}$$

$$= \left(1000 - \frac{1003{\cdot}6}{1{\cdot}367}\right) \times \frac{1{\cdot}293}{1000}$$

$$= 1\;293\left(1 - \frac{10036}{13670}\right)$$

$$\therefore \text{ भार में प्रतीयमान वृद्धि} = 1{\cdot}293 \times \frac{3634}{13670} \text{ ग्राम}$$

$$= {\cdot}343 \text{ ग्राम।}$$

4. सार्वभौमिक गैस स्थिरांक (Universal Gas Constant) R का मान $8{\cdot}315 \times 10^7$ अर्ग प्रति ग्राम-अणु, प्रति डिग्री सें० ग्रे० है। 6 ग्राम ऑक्सीजन का, −30° सें० ग्रे० ताप और 10 सें० मी० दबाव पर आयतन निकालो। एक दूसरी गैस की 60 ग्राम संहति का 300° सें० ग्रे० ताप और 36 सें० मी० दबाव पर आयतन 10 लिटर है। गैस का अणुक भार क्या है ?

(*i*) गैस समीकरण $PV = nRT = \frac{m}{M} RT$ है।

(इसमें m, गैस की संहति और M, अणुक-भार है)

$\therefore \; 90 \times 13{\cdot}6 \times 981 \times V = \frac{6}{32} \times 8{\cdot}315 \times 10^7 \times 243$

$\therefore \; V = 3155$ घन सें० मी० लगभग

(*ii*) $\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = R = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$ के अनुसार

$$\frac{36 \times 13{\cdot}6 \times 981 \times 10 \times 1000}{573 \times 60 / M_2} = 8{\cdot}315 \times 10^7$$ (यहाँ M_2, दूसरी गैस का अणुक-भार है)

अर्थात्, $$\frac{36 \times 13{\cdot}6 \times 981 \times 10 \times 1000 \times M_2}{573 \times 60} = 8{\cdot}315 \times 10^7$$

$$\therefore \; M_2 = \frac{8{\cdot}315 \times 10^7 \times 573 \times 60}{36 \times 13{\cdot}6 \times 981 \times 10 \times 1000} = 590{\cdot}8$$ अनुमानतया

प्रश्नावली

1. चार्ल्स नियम को बताओ और उसे सत्यापित करने के लिए किसी प्रयोग का विवरण दो । (**यू० पी० बोर्ड**, '40)
2. गैस नियमों को बताओ, और गैस समीकरण, $PV = RT$ का व्युत्पादन करो । (**यू० पी०, बोर्ड**, '43; **कलकत्ता**, '38, '49)। सार्वभौम (universal) गैस स्थिरांक से क्या समझते हो ? उसका मान क्या है ?
3. समझाओ कि किस प्रकार किसी गैस के उष्मीय प्रसार का उपयोग, तापमापक के साधनों में किया जा सकता है। (**यू० पी० बोर्ड**, '24; **पंजाब**, '20)
4. स्थिर आयतन वायु तापमापक का वर्णन करो और समझाओ कि उसके द्वारा किस प्रकार मोम का द्रवणांक निकाला जा सकता है ?
5. परम ताप से क्या अभिप्राय है ? उसका मान फैहरनहाइट पैमाने पर क्या है ? (**पटना**, '29; **कलकत्ता**, '32, '38; **पंजाब**, '28)

   किस ताप पर किसी गैस का आयतन $0°C$ के आयतन का दुगुना होगा, यदि दबाव स्थिर हो ? (**यू० पी० बोर्ड**, '40) (**उत्तर**, $273°C$)
6. सिद्ध करो कि पूर्ण (perfect) गैस के लिए स्थिर दबाव पर आयतन प्रसार गुणक और स्थिर आयतन पर दबाव प्रसार गुणक का मान बराबर होता है।

   मान लो कि गैस समीकरण कार्बन डाइ ऑक्साइड के लिए सत्य है, तो इस गैस का (एक ग्राम के लिए) R निकालो ($22{\cdot}4$ लिटर गैस का भार, प्रामाणिक ताप और दबाव, अर्थात् *N. T. P.* पर 44 ग्राम है) ।
   (**उत्तर**, $1{\cdot}889 \times 10^6$ अर्ग प्रति डिग्री सेंटीग्रेड) (**यू० पी० बोर्ड**, '47)

7. एक फ्लास्क में 4 ग्राम गैस $12°C$ पर भर कर $50°C$ तक गर्म किया। यदि दबाव स्थिर रहे, तो कितनी गैस बाहर निकल जावेगी ?

(उत्तर, ·489 ग्राम) (यू० पी० बोर्ड, '36)

8. एक बेलन दोनों ओर से बन्द है और उसका समावेशन (Capacity) 22·4 लिटर है, उसमें 4 ग्राम हाइड्रोजन *N. T. P.* पर भर दिया। दबाव निकालो, जब (*a*) उसका ताप 60° कर दिया (*b*) जब हाइड्रोजन के स्थान पर 14 ग्राम नाइट्रोजन $100°C$ पर भर दिया जाये।

(उत्तर, 185·4 सें० मी० और 51·9 सें० मी० पारा)

9. यदि हाइड्रोजन गैस का घनत्व $0°C$ और 760 मि० मी० दबाव पर 0·00009001 घन सें० मी० होता है, तो उसका घनत्व $100°C$ और 780 मि० मी० दबाव पर कितना होगा ?

(उत्तर, ·0000676 ग्राम प्रति घन सें० मी०)

10. समुद्र तल पर बैरोमीटर की ऊंचाई 750 मि० मी० और ताप $7°C$ है, तथा पहाड़ की चोटी पर ऊंचाई 400 मि० मी० और ताप $-13°C$ है। दोनों स्थानों पर एक घन वायु के भार की निष्पत्ति निकालो। (लंदन, 1889)

(उत्तर, 1·74 : 1)

अध्याय 5

कलारीमापन (Calorimetry)

ताप-परिवर्तन अथवा अवस्था परिवर्तन में उष्मा-परिवर्तन होता है। कलारीमापन का संबंध इसकी मात्रा के निर्धारण से है।

उष्मा नापने की कुछ इकाइयां नीचे दी जाती हैं।

कलारी (Calorie) :—यह एक ग्राम जल को $14·5°C$ से $15·5°C$ तक लाने में अभीष्ट उष्मा की मात्रा है।

दीर्घ कलारी अथवा किलो कलारी :—यह, 1 किलोग्राम जल में 1° की वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा की मात्रा है।

पौंड-कलारी अथवा पौंड-डिग्री सेंटीग्रेड :—यह 1 पौंड जल में $1°C$ वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा की मात्रा है।

ब्रिटिश थर्मल यूनिट (*B. Th. U*) : यह, एक पौंड जल में $1°F$ की वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा की मात्रा है।

थर्म (Therm) :—यह 100,000 पौंड पानी में $1°F$ वृद्धि करने के लिए अभीष्ट उष्मा की मात्रा है।

1° ताप की वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा की मात्रा, प्रत्येक ताप पर एक ही नहीं होती। इसलिए मूल ताप का निर्देश आवश्यक है। इस कठिनाई से बचने के लिए कभी-कभी मध्यमान कलारी इकाई ली जाती है। यह, $1^\circ C$ जल को हिमांक से क्वथनांक तक ले जाने के लिए अभीष्ट उष्मा की मात्रा को 100 से भाग देने पर प्राप्त होती है।

विशिष्ट उष्मा :—किसी पदार्थ की दी हुई संहति में किसी निश्चित् ताप की वृद्धि के लिए तथा समान संहति के जल में उसी ताप वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्माओं के अनुपात को पदार्थ की विशिष्ट उष्मा कहते हैं।

$$\text{विशिष्ट उष्मा (वि० उ०)} = \frac{m \text{ संहति के पदार्थ में } t \text{ ताप-वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा।}}{m \text{ संहति के जल में } t \text{ ताप-वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा}}$$

$$= \frac{\text{इकाई संहति के पदार्थ में इकाई ताप-वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा}}{\text{इकाई संहति के जल में इकाई ताप-वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा}}$$

यदि इकाई संहति के जल में इकाई ताप-वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा को उष्मा की इकाई मान लें, तो

विशिष्ट उष्मा (संख्यात्मक मान) = इकाई संहति के पदार्थ में इकाई तापवृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा।

नोट:—इकाई संहति को (अथवा ताप को) हम सुविधानुसार कुछ भी मान सकते हैं। यदि उष्मा की थर्म इकाई का प्रयोग किया जाय, तो 100,000 पौंड को संहति की इकाई माना जा सकता है।

दो एक ही प्रकार की राशियों का अनुपात होने के कारण विशिष्ट उष्मा की कोई इकाई नहीं होती, पर कभी कभी उसे निम्नविधि से व्यक्त किया जाता है —

ब्रिटिश थर्मल यूनिट प्रति पौंड डिग्री फैहरनहाइट (*F. P. S.* प्रणाली में)
कलारी, प्रति डिग्री सें० ग्रे० (*C. G. S.* प्रणाली में)

परिभाषा के अनुसार,

इकाई संहति के पदार्थ में इकाई ताप-वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा s इकाई है।

$\therefore$ m ,, ,, ,, t° ताप वृद्धि के लिए mst ,,

इसी प्रकार t° ताप-ह्रास होने में mst उष्मा की इकाइयां पदार्थ निकालेगा।

$\therefore$ शोषित अथवा निकाली गई उष्मा की मात्रा

= पदार्थ की संहति $\times$ वि० उ० $\times$ ताप वृद्धि अथवा ह्रास।

किसी पदार्थ में 1° ताप की वृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा को पदार्थ की उष्माधारिता

(thermal capacity) कहते हैं। समीकरण से स्पष्ट है कि उष्मा धारिता = पदार्थ की संहति × वि० उ०। प्रचलित संकेतों के अनुसार $C = MS$.

कलारीमापक और उसका जलतुल्यांक (Water Equivalent)—उष्मा नापने के लिए एक तांबे (अथवा अन्य सुचालक वस्तु) के बर्तन का प्रयोग करते हैं जिसे कलारीमापक कहते हैं। सुचालक, धातु का होने के कारण, शीघ्र अपने अन्दर रखी हुई वस्तु के ताप पर आ जाता है। इसके तल पर भीतर और बाहर एक चमकीली पालिश होती है, जिससे विकिरण के कारण उष्मा का क्षय कम हो जाता है। इसमें रखे हुए द्रव को मथने के लिए एक मुड़े हुए तार का प्रयोग करते हैं, जिसे विलोडक (stirrer) कहते हैं। यह सामान्यतः उसी धातु का होता है, जिसका कलारीमापक बना होता है।

कलारीमापक का जलतुल्यांक (Water Equivalent) जल की वह संहति है जो 1° ताप बढ़ाने या घटाने में उतनी ही उष्मा का आदान-प्रदान करे, जितनी कि विलोलक संहति कलारीमापक ताप वृद्धि या ह्रास के लिए करता है।

M संहति के पदार्थ (विलोडक सहित कलारीमापक) को 1° ताप वृद्धि के लिए $M \times S \times 1$ इकाई उष्मा देना पड़ता है।

$\therefore$ जल तुल्यांक, $W = MS.$

कलारीमापक के जल तुल्यांक का निर्धारण—कलारीमापक के जलतुल्यांक को पहले सूखा और फिर लगभग दो तिहाई जल से भर कर तोल लेते हैं। जल का ताप, एक तापमापक द्वारा निकाल लेते हैं। किसी अन्य बर्तन में कुछ जल गर्म करते हैं, और ताप पढ़ कर, उसका कुछ अंश कलारीमापक में डाल देते हैं। फिर तुरन्त मथकर मिश्रण का ताप पढ़ लेते हैं, और जल सहित कलारीमापक को तोल लेते हैं। ऊर्जा के स्थायित्व के अनुसार गर्म जल द्वारा दी हुई उष्मा की मात्रा = कलारीमापक (विलोडक सहित) तथा संधारित ठंडे जल द्वारा ली हुई उष्मा की मात्रा।

मान लीजिए, रिक्त कलारीमापक (विलोडक सहित) की संहति $= m$ ग्राम

कलारीमापक + संधारित ठंडे जल की तोल $= m_1$,,

कलारीमापक + संपूर्ण अंतिम जल की तोल $= m_2$,,

कलारीमापक का प्रारंभिक ताप $= t_1{}^\circ C$

गर्म जल का ताप $= t^\circ C$

मिश्रण का ताप $= t_1{}^\circ C$

गर्म जल द्वारा दी हुई उष्मा की मात्रा $= (m_2 - m_1)(t - t_2)$

कलारीमापक तथा संधारित जल द्वारा ली हुई उष्मा की मात्रा

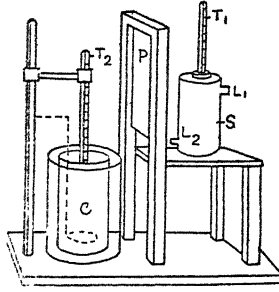
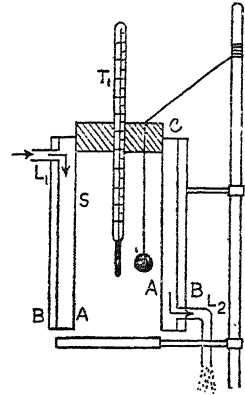
$$= \{ms + (m_1 - m)\} \; (t_2 - t_1)$$

यहां s कलरीमापक की विशिष्ट उष्मा है ।

$$=\{W+(m_1-m)\}(t_0-t_1)$$

$$\therefore\ (m_2-m_1)(t-t_2)=\{W+(m_1-m)\}(t_2-t_1)$$

सूत्र द्वारा W का मान निकाला जा सकता है। इसी प्रयोग के सिद्धान्त पर ठोसों और द्रवों की विशिष्ट उष्मा निकालते हैं ।

किसी ठोस पदार्थ की विशिष्ट उष्मा का निर्धारण :— रैनू ने एक उपकरण बनाया, जिसके द्वारा संचालन आदि से उष्मा का क्षय बहुत कम होता है। चित्र 33.

चित्र 33 चित्र 34

इसमें मुख्यतः ये विशेषतायें हैं :—(a) **वाष्प ऊष्मक** (steam heater)— यह एक दुहरी दीवाल का धातु का बेलन होता है। इसके भीतरी कोष्ठक (chamber) में गर्म की जाने वाली वस्तु को लटकाया जाता है। वाष्प बाहरी कोष्ठक में प्रवेश कराते हैं, जिससे ठोस सीधे उसके संपर्क में न आये। आधे घंटे के लगभग लटकाये रखने पर वह वाष्प का ताप प्राप्त करता है। चित्र 34.

(b) **कलरी-मापक C**—इसे एक बाहरी तांबे के बर्तन में रखते हैं। दोनों के बीच रुई, या नमदा (कुचालक वस्तु) रहता है। यह एक लकड़ी के विभाजक (wooden partition) द्वारा ऊष्मक (Heater) से पृथक् रहता है। कलारीमापक एक खिसकने वाले चबूतरे पर व्यवस्थित रहता है। विभाजक को ऊपर खिसकाया जा सकता है जिससे कलारीमापक को शीघ्र ऊष्मक के नीचे खिसका कर लाया जा सके।

प्रयोगात्मक ठोस A को तोल कर ऊष्मक में लटकाकर गर्म होने देते हैं। कलारीमापक और विलोडक को तोलकर, उसमें दो तिहाई के लगभग जल भर लेते हैं और उसका ताप पढ़ लेते हैं। कलारीमापक को पुनः जल सहित तोल लेते हैं। जब ठोस, ऊष्मक के ताप पर आ जाये, तो लकड़ी का विभाजक P (Partition) हटा कर कलारीमापक को ऊष्मक

के ठीक नीचे आते हैं; ऊष्मक का ताप पढ़ लेते हैं और द्वार (trap door) खोल कर ठोस को कलारीमापक में गिरा देते हैं। तत्काल कलारीमापक को हटा कर भलीभांति मथ लेते हैं। फिर मिश्रण का अंतिम ताप पढ़ लेते हैं और निम्न विधि से कलन करते हैं।

रिक्त कलारीमापक की तोल $= m_1$ ग्राम
कलारीमापक ठंडे जल की तोल $= m_2$ ग्राम
ठोस की तोल $= m$ ग्राम
जल का प्रारम्भिक ताप $= t_1^\circ$
ऊष्मक का ताप $= t^\circ$
मिश्रण का ताप $= t_2$

∴ मिश्रण के सिद्धान्त से, (यदि s एवं s_1 क्रमशः कलारीमापक और ठोस की विशिष्ट उष्माएं हों)

$$[m_1 s_1 + (m_2 - m_1)]\ [t_2 - t_1] = ms\ (t - t_2)$$

अर्थात् $s = \dfrac{\{m_1 s_1 + (m_2 - m_1)\}\ (t_2 - t_1)}{m\ (t - t_2)}$ यदि कलरीमापक तांबे का है तो

$s = {\cdot}095 = {\cdot}1$ लगभग।

किसी ऊँचे ताप का निर्धारण:—कलारीमापक की सहायता से हम किसी ऊंचे ताप को नाप सकते हैं। इसके लिए कोई उष्मा का सुचालक ठोस लेते हैं जिसका द्रवणांक नापे जाने वाले ताप से ऊपर हो। ठोस को उस उच्च ताप में काफी देर रखते हैं जिससे वह उस ताप को प्राप्त कर ले। तब उसे कलारीमापक में डाल कर पानी मथकर तुरन्त मिश्रण का ताप पढ़ लेते हैं और उपरोक्त विधि से कलन करते हैं।

ठोस मोम की विशिष्ट उष्मा निकालना :—ठोस मोम की छीलन को तोलकर एक बीकर में रख देते हैं। 15 मिनट के लगभग एक तापमापक की घुण्डी छीलन में रख कर उसका ताप पढ़ लेते हैं। फिर एक दूसरे बीकर में थोड़ा पानी (45°C के लगभग लेकर उसे तोल लेते हैं, और ताप पढ़ कर पुनः बीकर को तोल लेते हैं। फिर इस जल में छीलन डाल कर मथ लेते हैं, और मिश्रण का ताप लेते हैं। अब मिश्रण के सूत्र से कलन कर लेते हैं।

द्रवों की विशिष्ट उष्मा का निर्धारण :—मिश्रण विधि का उपयोग द्रवों की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करने में भी किया गया है। यहाँ हम ज्ञात विशिष्ट उष्मा का ठोस लेते हैं, जो द्रव में घुले नहीं और न कोई रासायनिक क्रिया उस द्रव से करे। कलारीमापक में हम जल भर कर निरीक्षण लेते हैं, और पूर्ववत् कलन करते हैं।

ठोस की विशिष्ट उष्मा निकालने के लिए दिए हुए अवलोकनों से (जल

की बजाय अन्य द्रव का प्रयोग किया जाय) जिसकी विशिष्ट उष्मा s_2 है, हमें निम्न सूत्र मिलेगा।

$$\{m_1 s_1 + (m_2 - m_1) s_2\}(t - t_1)$$
$$= ms(t_2 - t).$$

$$\therefore\ m_1 s_1 + (m_2 - m_1) s_2 = \frac{ms(t_2 - t)}{t - t_1}$$

$$\therefore\ s_2 = \frac{ms(t_2 - t)}{(m_2 - m_1)(t - t_1)} - \frac{m_1 s_1}{(m_2 - m_1)}$$

गैसों की विशिष्ट उष्माएँ :—किसी गैस का ताप बढ़ाने के लिए अभीष्ट उष्मा की मात्रा, वर्तन में वन्द गैस की परिस्थितियों पर निर्भर होती है। यदि गैस का आयतन स्थिर रखा जाय तो उष्मा केवल गैसों के ताप में वृद्धि करने में व्यय होती है। इस परिस्थिति में गैम की इकाई संहति की इकाई तापवृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा, उसकी स्थिर आयतन पर विशिष्ट उष्मा कही जाती है।

जव गैस को पिस्टन लगे हुए ऐसे वेलन में बन्द किया जाता है कि दबाव स्थिर रहे, तो उष्मा प्राप्त करने पर भी गैस फैलती है। पिस्टन को सरकाने में उसे कुछ कार्य करना पड़ता है। ऐसी स्थिति में गैस की इकाई संहति में इकाई तापवृद्धि के लिए अभीष्ट उष्मा को स्थिर दबाव पर गैस की विशिष्ट उष्मा (C_p) कहते हैं। इस दूसरी स्थिति में न केवल गैस का ताप वढ़ाना पड़ता है, वरन् वाह्य दबाव के विरुद्ध फैलने देने के लिए गैस को अतिरिक्त उष्मा देना पड़ती है। उपरोक्त विवेचना से स्पष्ट है कि $C_p > C_v$.

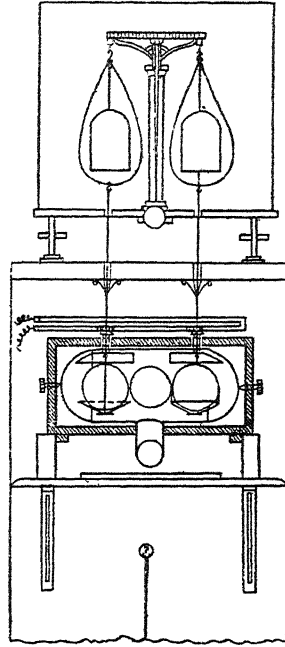
स्थिर आयतन पर गैस की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करना :—(Specific Heat of Gas of Constant Volume, C_v) :—इसके निर्धारण के लिए जॉली (Joly) के भेददर्शक (Differential) वाष्प कलरीमापक को काम में लाते हैं। उपकरण में एक रासायनिक तुला के सिरों से दो तांबे की पतली चादर के बने हुए, समान खोखले गोले, प्लैटिनम के बारीक तारों द्वारा लटकाए जाते हैं। तांबे की चादर इतनी पतली न होना चाहिए कि वह वायु का दबाव न सहन कर पाए। इन दोनों को एक ही कोष्ठक (chamber) में वन्द किया जाता है, जिसमें सूखी भाप भरी जा सकती है।

पहले, दोनों गोलों को खाली रख कर तुला की डंडी क्षैतिज कर ली जाती है। अब यदि भाप प्रविष्ट कराकर गोलों पर जमने दी जाय, तो दोनों गोलों की समान धारिता के कारण दोनों पर समान मात्रा में गैस जमेगी और यदि जम कर पानी की बूंदें टपकने न दी जायें, तो डंडी क्षैतिज बनी रहेगी। बूंदों को रोकने के लिए गोलों के नीचे छोटी हल्की प्यालियां लटका देते हैं।

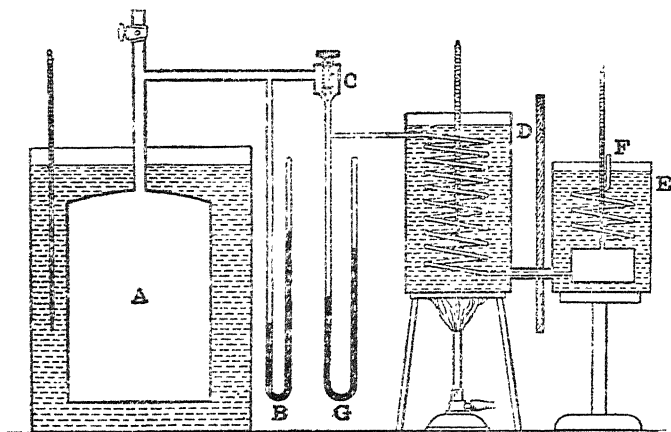
अब एक गोले में गैस को दबाव पर भर लेते हैं। डंडी क्षैतिज स्थिति से हट जाती है।

उसे पुनः क्षैतिज करने के लिए जितने वांट दूसरी ओर रखने पड़ते हैं, वह भरी जानेवाली गैस की संहति, m प्रकट करते हैं। कोष्ठक का ताप स्थिरावस्था में पढ़ कर, सूखी भाप प्रविष्ट कराई जाती है। अब डंडी फिर उसी ओर झुक जाती है, जिधर वह पहले झुकी थी। इस ओर बन्द गैस भी कुछ उष्मा लेती है। डंडी को पुनः क्षैतिज करने के लिए खाली गोले से सम्बद्ध पलड़े पर जो वांट रखे जाते हैं, वह इस अतिरिक्त जमी हुई (Condensed) भाप की संहति, M प्रकट करते हैं। यदि कमरे का ताप $t°$ तथा भाप का ताप $T°$ हो तो अतिरिक्त भाप द्वारा (जमने में) दी गई उष्मा =बन्द गैस द्वारा प्राप्त उष्मा (760 मि० मी० दबाव पर, T का मान 100° होता है।)

$\therefore \; ML = mC_v \; (T - t)$. (यहां L, भाप की गुप्त उष्मा है, अर्थात् उष्मा की वह मात्रा है जो एक ग्राम भाप, जल में परिणत होने पर निकालेगी।)

जिन तारों से तांबे के गोले लटकाए जाते हैं, उनके चारों ओर वाष्प-कोष्ठक के प्रवेश पर छिद्रों में जल की पतली फिल्म जम जाती है। वह तल तनाव (surface tension) उत्पन्न करती है, जिससे तोलों में अशुद्धि आ जाती है। इन छिद्रों में प्लटिनम तारों के छोटे-छोटे वेष्टन लगाकर उनमें विद्युत् धारा प्रवाहित करते हैं, जिससे तप्त होकर पानी की फिल्म नहीं जम पाती। वास्तव में उष्मा के कारण गोले का आयतन बढ़ जाता है, इसलिए गैस का आयतन स्थिर नहीं रहता।

चित्र 35

स्थिर दबाव पर विशिष्ट उष्मा (Specific Heat of Gas at Constant Pressure, C_p) **का निर्धारण** :—इसके लिए उपयुक्त उपकरण की रचना रैनो (Regnault) ने की। एक टंकी में सूखी गैस, विभिन्न दाबों पर भरी जा सकती है। टंकी का ताप स्थिर करने के लिए उसे एक पानी के वर्तन में रखते हैं। टंकी की गैस का दबाव एक मैनीमीटर द्वारा पढ़ लिया जाता है। टंकी से निकल कर एक नली मैनोमीटर से संपर्क स्थापित करती हुई एक नियंत्रक पेंच में से जाती है, और वहां एक दूसरे मैनो-मीटर से संपर्क स्थापित करती है। इस पेंच द्वारा टंकी की गैस का कोई निश्चित् भाग स्वेच्छानुसार आगे निकलने दिया जाता है। दूसरे और पहले मैनोमीटर द्वारा व्यक्त दबाबों के अनुपात से प्रकट हो जाता है कि टंकी की गैस का कौन सा भाग प्रवाहित हो

रहा है। गैस के प्रवाह की दर स्थिर रखना इस पेंच द्वारा संभव हो जाता है। जब टंकी में गैस की मात्रा अधिक रहती है, तब इस पेंच को कम खोला जाता है। गैस की मात्रा कम होने पर इसे ज्यादा खोल देते हैं।

चित्र 36

मैनोमीटरों से संपर्क स्थापित करती हुई गैस एक सर्पिलाकार नली (spiral tube) में होकर जाती है, जो एक तेल से भरे वर्तन में डूबी रहती है। यह वर्तन एक बर्नर द्वारा गर्म किया जाता है, जिसका ताप एक गैस नियंत्रक (Gas regulator) द्वारा स्थिर रहता है। वर्तन में गर्म होकर गैस, ताँबे की एक सर्पिलाकार नली में से जाती है जो एक जलपूर्ण कलारीमापक में पड़ी होती है। वहां फिर एक उदग्र नली में होकर बाहर निकलती है।

पहले नियंत्रक पेंच को बन्द करके गैस की भिन्न-भिन्न संहतियों को टंकी में प्रविष्ट कराते हैं और तत्संगत दवावों को प्रथम मैनोमीटर द्वारा पढ़ लिया जाता है। इन निरीक्षणों की सहायता से गैस के दवाव और संहति का लेखाचित्र खींच लिया जाता है, जिससे किसी भी दवाव पर तत्संगत संहति ज्ञात हो सकती है। सामान्यतः स्थिर आयतन पर संहति में वृद्धि, दवाव में वृद्धि के समानुपाती होती है, पर अधिक दबावों पर यह नहीं होता। तव, समीकरण $m=A+Bp+Cp^2$ अधिक उपयुक्त होगा। (यहां A, B, C स्थिरांक हैं, जिनका निर्धारण, तीन युग्मपाठों द्वारा किया जा सकता है।) पर लेखाचित्र की विधि अधिक संतोषप्रद है।

मान लीजिए कि कलारीमापक के प्रारंभिक एवं अंतिम ताप क्रमशः t_1 और t_2 हैं, और गर्म तेल का ताप T है। अब यदि प्रवाहित होनेवाली गैस की संहति (जिसे

बताई विधि से निर्धारित किया जाता है) m हो, तो गैस द्वारा दी हुई उष्मा की मात्रा $=mC_p \ (T-t_1+t_2/2)$ है। (प्रारंभ में गैस $T°$ से $t_1°$ तक और अंत में $t_1°$ से $t_2°$ तक ठंडी हुई है; अस्तु इस बीच कलारीमापक के ताप का मध्यमान $=(t_1+t_2)/2$ अब यदि W, कलारीमापक और उसमें रखी हुई वस्तुओं का जल तुल्यांक हो, तो कलारीमापक द्वारा उष्मा की ली हुई मात्रा $=W \ (t_2-t_1)$

$$\therefore \ mC_p \left(T-\frac{t_1+t_2}{2}\right)=W(t_2-t_1)$$

इस समीकरण के प्रयोग से C_p का मान निकाला जाता है।

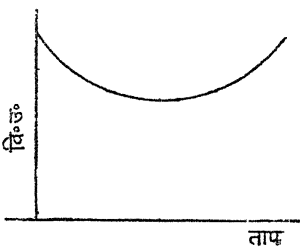
बर्फ की विशिष्ट उष्मा :—इसका निर्धारण पहले पर्सन (Person) ने किया। उसने एक तांबे के बर्तन में थोड़ा जल लेकर हिम मिश्रण (लवणयुक्त हिम) में रख दिया। जल जमकर 0° से कम ताप पर आ गया। बर्तन का ताप पढ़ने के पश्चात् उसे एक कलारीमापक में रख दिया, जिसमें ज्ञात ताप पर गुनगुना पानी था। इससे बर्फ का ताप बढ़ गया। पिघलने से पहले ही बर्फ का ताप लेकर, बर्तन को कलारीमापक से निकाल लिया गया।

यदि बर्फ और बर्तन की संहतियां क्रमशः m और m_1 हो, तथा उनकी विशिष्ट उष्माएं क्रमशः s और s' हों, तो θ' तापवृद्धि के लिए ली हुई उष्मा की मात्रा $=(ms+m_1s_1)=\theta'$ इकाई। यदि कलारीमापक के ताप का पतन $\theta°$ हो, तो दी हुई उष्मा की मात्रा $=W\theta$ (यहां W, कलारीमापक का जल तुल्यांक है।)

$$\therefore \ W\theta=(ms+m_1s_1)\theta'$$

समीकरण से s निकाल लिया गया।

द्रव मोम की विशिष्ट उष्मा निकालना :—एक बड़े कलारीमापक को गुनगुने पानी से भर लेते हैं, जिसका ताप मोम के द्रवणांक से थोड़ा (लगभग 50°C) अधिक हो। एक परख नली में लगभग 80° तक कुछ मोम तप्त करके जल में डाल देते हैं। फिर ऊपर बताई गई विधि से कलन करके द्रव मोम की विशिष्ट उष्मा ज्ञात करते हैं।

जल की विशिष्ट उष्मा :—रोलैण्ड ने मालूम किया कि जल की विशिष्ट उष्मा, भिन्न-भिन्न तापों पर भिन्न होती है। 0°C से 20°C तक यह विशिष्ट उष्मा घटती जाती है, पर फिर बढ़ने लगती है। एक ग्राम पानी को 0°C से 1°C तक तप्त करने के लिए, अभीष्ट उष्मा की मात्रा को एक कलारी मान कर, भिन्न भिन्न तापों पर जल की विशिष्ट उष्मा लेखा-चित्र में दिखाई गई है।

चित्र 37

बिशिष्ट उष्मा अधिक होने के कारण, जल, मिट्टी की अपेक्षा देर में गर्म और ठंडा होता है। इसी कारण समुद्र के निकटवर्ती प्रदेश, गर्मी में कम गर्म और जाड़े में कम ठंडे रहते हैं) गर्म अथवा ठंडी जल धाराओं का जलवायु पर बहुत प्रभाव पड़ता है।

इसी प्रभाव के कारण, गर्म बोतलों में रोगियों को गर्मी देने के लिए और ठंडे प्रदेशों में नलों द्वारा मकानों को तप्त करने के लिए जल का उपयोग किया जाता है। तीव्र जाड़े के कारण खेतों को पाला मार जाता है। अधिक विशिष्ट उष्मा के कारण जल को तापमान में प्रयुक्त नहीं करते।

गुप्त उष्मा (Latent Heat)

जब किसी ठोस को तप्त करके द्रवीभूत करते हैं, अथवा द्रव को जमा कर ठोस बनाते हैं, तो अवस्था परिवर्तन के समय ताप में कोई परिवर्तन नहीं होता। जब तक ठोस पूर्णत: द्रव में परिणत नहीं होता, (अथवा पूरा द्रव, ठोस नहीं बन जाता), तब तक ताप स्थिर रहता है। यही बात, द्रव और गैसीय स्थितियों के एक दूसरे में रूपान्तर के विषय में लागू होती है और ठोस तथा गैसीय स्थितियों पर भी ठीक उतरती है। पदार्थ की किसी अवस्था (ठोस, द्रव अथवा गैस) से दूसरी अवस्था में परिणति की गुप्त उष्मा, उष्मा की वह मात्रा है, जो इकाई संहति के पदार्थ में ताप बिना बदले अवस्था परिवर्तन के लिए अभीष्ट हो। इसकी *C. G. S* इकाई कलारी प्रति ग्राम है।

बर्फ की गुप्त उष्मा निकालना—कलारीमापक और विलोडक को तोल कर उसे कुछ गर्म पानी से भर देते हैं और फिर तोल लेते हैं। ताप पढ़ कर उसमें बर्फ के कुछ सूखे टुकड़े डालते जाते हैं जिससे मिश्रण का ताप कमरे के ताप से 5° के लगभग कम हो जाय। फिर मथ कर अंतिम (न्यूनतम) ताप पढ़ लेते हैं, और कलारीमापक की तोल लेते हैं। निम्न अवलोकनों से कलन करते हैं:—

1. रिक्त कलारीमापक + विलोडक की संहति $= m$ ग्राम
2. कलारीमापक (+ विलोड़क सहित) + गर्म पानी की संहति $= m_1$ ग्राम
3. गर्म पानी का ताप $= \theta_1 {}^\circ C$
4. मिश्रण का ताप $= \theta_2 {}^\circ C$
5. मिश्रण की संहति $= m_2$ ग्राम

$\therefore$ बर्फ की संहति $= (m_2 - m_1)$ ग्राम

यदि बर्फ की गुप्त उष्मा L हो, तो, बर्फ द्वारा ली गई उष्मा

$$= (m_2 - m_1)L + (m_2 - m_1)(\theta_2 - \theta) = (m_2 - m)(L + \theta_2)$$

प्रयोग में ये सावधानियां बर्तनी चाहिए :—

(1) बर्फ के टुकड़े डालते समय, उंगलियों का प्रयोग नहीं करना चाहिए, क्योंकि

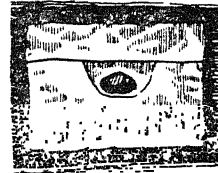
ऐसा करने से कुछ बर्फ पिघल जायगा और L का मान कम निकलेगा। बर्फ को सूखे सोख्ता कागज से पकड़ना चाहिए।

(2) जल का प्रारंभिक ताप, कमरे से 5° कम, और अंतिम ताप 5° के लगभग अधिक होना चाहिए, जिससे विकिरण की अशुद्धि कम हो (रम्फोर्ड की पूरण-विधि)।

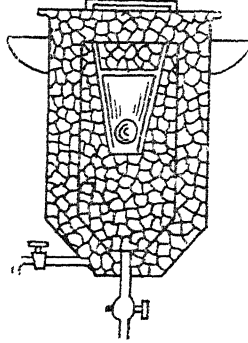
(3) पिघलते समय, बर्फ, जल के तल के नीचे रहना चाहिए। ऐसा न करने पर, जल के ऊपर निकला हुआ भाग, बाहरी वायु से उष्मा शोषित करेगा और अशुद्धि आ जायगी। इसके लिए एक जाली (Wire gauze) की मथनी का उपयोग करना चाहिए। तापमापक को निकालते समय उसके साथ जलकणों को न आने देना चाहिए।

जल की गुप्त उष्मा अधिक होने के कारण, बर्फ की जल में परिणति, अथवा जल का बर्फ में रूपान्तर बहुत धीरे-धीरे होता है। यदि गुप्त उष्मा कम होती, तो झीलों और तालावों का जल शीघ्र जम कर, जल-जन्तुओं को नष्ट कर देता। पर्वतों पर हिमशिलाएं ताप वृद्धि से पिघल कर बाढ़ ला देतीं।

हिम-कलारीमापक—बर्फ के 1 ग्राम को पिघलाने के लिए 80 कलारी की आवश्यकता होती है। इस तथ्य का उपयोग, हिम-कलारीमापकों की रचना में किया गया है।

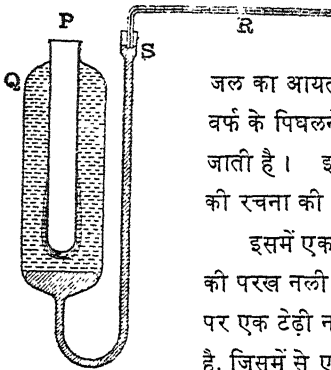
ब्लैक का हिम कलारीमापक (Black's ice-Colorimeter) :—बर्फ की एक शिला लेकर, उसमें एक गड्ढा बनाते हैं, और उसे ढकने के लिए एक बर्फ का टुकड़ा लेते हैं। ढक्कन को हटाकर और स्पंज से गड्ढे में जल की बूदों को पोंछ कर, एक गर्म ठोस शीघ्रता से प्रविष्ट कर देते हैं। इससे कुछ बर्फ पिघल कर पानी बन जाता है, जिसे पिपेट द्वारा निकाल कर तोल लेते हैं। यदि इसकी तोल m ग्राम हो, और ठोस की तोल तथा प्रारंभिक ताप, क्रमशः m' एवं θ द्वारा व्यक्त हों (अंतिम ताप 0° होगा) तो $mL = m's\theta$. यदि गुप्त उष्मा ज्ञात हो, तो इस विधि से किसी ठोस की विशिष्ट उष्मा मालूम हो जाती है। L ज्ञात होने पर अज्ञात् s निकाला जा सकता है। यदि पिंड को किसी भट्टी में तप्त करके डाला जाय, तो L और s ज्ञात होने पर भट्टी अथवा पिंड) का ताप Q निर्धारित किया जा सकता है। यहां कठिनाई यह है कि गड्ढे का जल पूर्णतः नहीं निकाला जा सकता। दूसरे, ठोस डालते समय, वायुमंडल की गर्मी लेकर कुछ बर्फ पिघल जाता है।

चित्र 38

लैवोइज़ियर और लाप्लेस का हिम-कलारीमापक :—इस उपकरण में तांबे के तीन कोष्ठ (Chambers) रहते हैं। बाहरी और बीच के कोष्ठ बर्फ के छोटे टुकड़ों से भरे रहते हैं। बीच के बर्तन में एक रोधनी-युक्त टोंटी नीचे की ओर रहती है जिसके द्वारा द्रवित बर्फ सरलता से निकाला जा सकता है। सबसे बाहरी बर्तन, बर्फ से ठूंसा

रहने के कारण, बाहर की कोई गर्मी कोष्ठ B में प्रवेश नहीं कर सकती। ढक्कन हटाकर तप्त पिंड (जिसकी विशिष्ट उष्मा निकालना है) को सबसे भीतरी बर्तन में रख देते हैं, और फिर ढक्कन लगा देते हैं। पिंड की गर्मी से बीच के कोष्ठ में कुछ बर्फ पिघल जाता है, टोंटी खोलकर उसे एक बीकर में संचित होने देते हैं और तोल लेते हैं।

चित्र 39

यदि m और M, क्रमशः द्रवित बर्फ और पिंड की संहतियां हों, और $0°$ पिंड का प्रारंभिक ताप (भीतरी कोष्ठ में डालते समय) हो, तो उसकी विशिष्ट उष्मा, इस सूत्र द्वारा व्यक्त होगी—$M\theta = mL$

इस उपकरण से हम गुप्त उष्मा के अतिरिक्त ठोस और द्रव पदार्थों की विशिष्ट उष्माएं तथा किसी भट्टी का ताप भी निकाल सकते हैं। भट्टी में तप्त होनेवाले ठोस उच्च द्रवणांक का होना चाहिए।

बुन्सेन का हिम कलारीमापक—$0°$ पर बर्फ के पिघलने से, उसके आयतन में कुछ कमी आ जाती है। 1 ग्राम बर्फ का $0°$ पर आयतन $1·0908$ घन सें० मी० और $0°$ पर जल का आयतन $= 1·0001$ घन सें० मी०। इसलिए, 1 ग्राम बर्फ के पिघलने से आयतन में $·0907$ घन सें० मी० कमी आ जाती है। इसी सिद्धान्त पर बुन्सेन ने एक सूक्ष्म कलारीमापक की रचना की है।

चित्र 40

इसमें एक शीशे का वर्तन रहता है, जिसमें एक पतली दीवाल की परख नली गला कर बैठाई जाती है। बर्तन के नीचे के सिरे पर एक टेढ़ी नली रहती है, जिसके सिरे पर एक डाट लगी रहती है, जिसमें से एक समान अनुच्छेद की एक पतली एक समान केशिका नली (Capillary tube) निकलती है। इस नली के क्षैतिज भाग में एक पैमाना अंकित होता है। शीशे के बर्तन का ऊपरी भाग शुद्ध, स्रवित (Distilled) जल से भरा रहता है। इसके निचले भाग और टेढ़ी नली में पारा रहता है।

उपकरण को पिघलते हुए बर्फ के एक बक्स में रखा जाता है, जिससे वह बर्फ से पूर्णतः ढक जाय। परख नली में ठोस कॉर्बन डॉइ ऑक्साइड और ईथर का कुछ मिश्रण डालकर, बर्तन का कुछ जल जमाया जाता है, जिससे परख नली के निचले भाग पर बाहर की ओर एक बर्फ की टोपी आच्छादित हो जाय।

अब परख नली में जल अथवा ऐसे ठोस को गर्म करके, जिसकी विशिष्ट उष्मा मालूम हो, धीरे से डाल देते हैं। गर्मी पाकर कुछ बर्फ पिघल जाती है। आयतन की कमी के कारण, केशिका नली में पारे का सूत्र कुछ सिकुड़ जाता है। नली पर अंकित चिह्नों से आयतन की इस कमी को जाना जा सकता है।

मान लीजिए, आयतन में कमी v घन सें० मी० है।

हम जानते हैं कि ·0907 घन सें० मी० आयतन की कमी, 1 ग्राम वर्फ के पिघलने से होती है।

∴ v ,, ,, ,, $v/\cdot 0107$,, ,, ,,

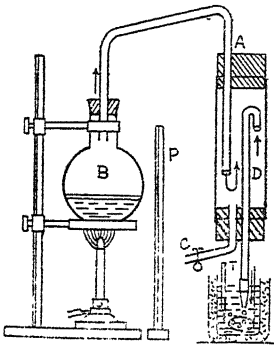
यदि तप्त पिंड की संहति m, और ताप $t°$ हो, तो प्रचलित संकेतों के अनुसार

$$mst=\left(\frac{v}{\cdot 0907}\right)\times L$$

यहां L अथवा s दोनों में से किसी एक का मान ज्ञात होने पर, दूसरे का मान निकाला जा सकता है।

इस विधि में ये गुण हैं: (i) यह व्यवस्था अत्यन्त सूक्ष्मग्राही (sensitive) है। (ii) इसमें विकिरण (radiation) के कारण उष्मा का क्षय नहीं होता। (iii) इसमें साधारण कलारीमापक अथवा तापमापक की आवश्यकता नहीं होती (iv) अत्यन्त कम मात्रा में उपलब्ध ठोस की विशिष्ट उष्मा, इसके द्वारा निकाली जा सकती है।

इस उपकरण की रचना अवश्य कठिनाई से होती है

वाष्प की गुप्त उष्मा का निर्धारण—एक ब्वॉयलर में जल को गर्म करते हैं। जल-वाष्प एक विसर्जक नली (delivery) द्वारा एक वाष्प कूट में प्रविष्ट करती है, जो दो दोनों सिरों पर बन्द एक चौड़ी नली होती है। ये सिरे, वायु रोधक डाटों द्वारा बन्द रहते हैं। विसर्जक नली, वाष्प-कूट में काफी अन्दर तक जाती है। नीचे के काग में से दो नलियां निकलती हैं। इनमें से एक निःस्राव नली होती है, जो द्रवीभूत वाष्प को निकालती है, और दूसरी एक सीधी निकास नली होती है, जिसका सिरा नुकीला (Nozzle) होता है। यह नली, एक कलारीमापक में जल के तल को छूती रहती है। एक पर्दा, ब्वॉयलर और कलारीमापक के बीच में लगा रहता है, जिससे ब्वॉयलर की उष्मा, कलारीमापक तक पहुंचने से रुक जाती है।

चित्र 41

कलन, निम्न अवलोकनों से किया जाता है :—

रिक्त कलारीमापक की तोल $= m$ ग्राम

कलारीमापक+ठंडे जल ,, $= m_1$,,

कलारीमापक का प्रारंभिक ताप $= t_1°C$,,

कलारीमापक+ठंडा जल+वाष्प $= m_2$,,

वाष्प का ताप $= t°C$,,

अंतिम ताप (मिश्रण का अधिकतम ताप) $= t_2°C$,,

$$\therefore\ (m_2 - m_1)L + (m_2 - m_1)(t - t_1°) = \{ms + (n_1 - m)\}(t_2 - t_1)$$

यहां s, कलारीमापक की विशिष्ट उष्मा है)

$$\therefore\ L = \frac{\{ms + (m_1 - m)\}(t_2 - t_1)}{(m_2 - m_1)} - (t - t_1)$$

वाष्प का ताप व्यालर के काफी में ताप मापक प्रविष्ट करके अथवा दबाव क्वथनांक सारिणी से निकाला जा सकता है ।

संभावित त्रुटियाँ और सावधानियाँ :—

(1) यदि कुछ वाष्प, कलारीमापक तक पहुंचने से पहले ही द्रवीभूत हो जाय, तो गुप्त उष्मा का मान कम आयेगा । विसर्जक नली और वाष्प-कूट को कई अथवा अन्य कुचालक वस्तु में लपेट देते हैं, जिससे वाष्प संघनित न होने पाये ।

(2) यदि कलारीमापक का कुछ जल डूबी नली में चढ़ जाये, तो गुप्त उष्मा का मान अधिक निकलेगा । नली का सिरा जल के तल को छूता रहना चाहिए, पर भीतर नहीं जाना चाहिए ।

वाष्प-कूट के कारण, कलारीमापक का जल, ब्वॉयलर में जाने से रुक जाता है ।

(3) विकिरण कम करने के लिये, कलारीमापक के जल को प्रारंभ में कमरे के ताप से 4–5 कम रखना चाहिए फिर, उतनी वाष्प जाने देना चाहिए कि अंतिम ताप, कमरे के ताप से उतना ही अधिक हो जाय । (रम्फोर्ड की प्रतिकार विधि)

(4) ब्वॉयलर और कलारीमापक के बीच, एक पर्दा रखा जाना चाहिए ।

(5) मिश्रण के पश्चात्, कलारीमापक का ताप, 15 से अधिक न बढ़ने देना चाहिए ।

(6) भाप का प्रवाह अधिक न होना चाहिए, अन्यथा कुछ जल उछल जायेगा ।

(7) वाष्प के ताप को 100न मानना चाहिए । उसे या तो सीधे पढ़ लेना चाहिए, या दबाव के अनुसार, सारिणी से उसका मान निकालना चाहिए ।

इस विधि में यह बड़ा भारी दोष है कि कलारीमापक में सूखी वाष्प पहुंचाना कठिन है। बर्थलोट के उपकरण द्वारा, शुद्धता से वाष्प की गुप्त उष्मा निकाली जाती है। जल से भरे फ्लास्क को एक छल्ला ज्वालक (ring burner) द्वारा गर्म किया जाता है, जो एक धातु की चकती के नीचे रखा रहता है। फ्लास्क के बीचो-बीच एक चौड़ी शीशे की नली निकलती है। नली में से जाकर भाप एक कुंडली में संघनित होती है, और एक टंकी में संचित हो जाती है। कलारीमापक में एक मथनी और तापमापक पड़ा रहता है और उसे एक जलागार (water jacket) में रखते हैं। बर्नर के विकिरण को रोकने के लिये उसमें एक लकड़ी का ढक्कन लगा रहता है। प्रयोग से पहले और बाद में कुंडली को तोलकर, संचित वाष्प की संहति मालूम की जाती है।

चित्र 42

बहुत से प्रयोगों के आधार पर, रैनू ने ज्ञात किया कि $0°C$ से $t°$ तक 1 ग्राम जल को तप्त कर उसे $t°$ पर वाष्प में परिणत करने के लिये अभीष्ट उष्मा Q निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त हो सकती है :

$$Q = 606{\cdot}5 + 0{\cdot}305t$$

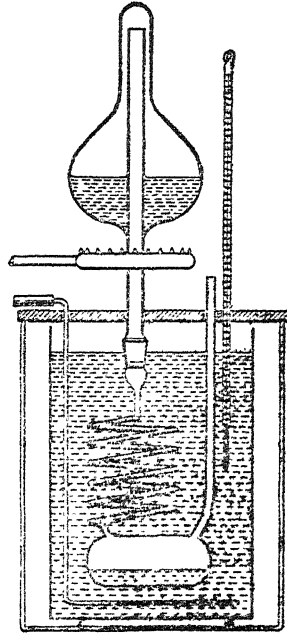
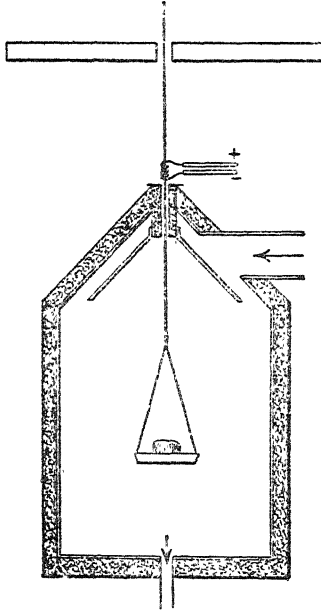
हम जानते हैं कि $Q = L + t$.

$$\therefore\ L + t = 606{\cdot}5 + {\cdot}305t$$

या, $L = 606{\cdot}5 - 0{\cdot}695t$.

अस्तु, वाष्पी भवन का ताप बढ़ने पर, तत्संगत गुप्त उष्मा का मान कम हो जाता है।

जॉली का वाष्प कलारीमापक (Joly's Steam Calorimeter) :— उपकरण में एक वाष्प कोष्ठ होता है, जिसके भीतर, किसी तुला का एक प्लैटिनम पलड़ा लटका रहता है। वाष्पकोष्ठ के ऊपरी भाग में एक नली द्वारा वाष्प प्रविष्ट कराई जाती है, और नीचे की ओर एक नली द्वारा बाहर ले जाई जाती है।

पहले, निलंबित पलड़े पर कोई पिंड रखकर, उसे तोल लिया जाता है। फिर अचानक वाष्प का प्रवेश कराते हैं, और ताप पढ़ लिया जाता है। अचानक जलवाष्प भेजकर, कोष्ठ को संपृक्त भाप से भर दिया जाता है। कुछ वाष्प, पिंड और पलड़े के संपर्क में आने पर द्रवीभूत हो जाती है, और पलड़े पर बूंदों के रूप में संचित हो जाती है।

फिर तुला की डंडी को, दूसरे पलड़े पर बांटकर क्षैतिज कर लेते हैं। इन अतिरिक्त बांटों का मान, संचित जलवाष्प की संहति प्रकट करता है। तोलते समय झोंकों के (draughts) कम करने के लिए, जलवाष्प कोष्ठ में धीरे-धीरे भेजी जाती है। जब पिंड, वाष्प के ताप पर आ जाता है, तो जल का निक्षेप (Condensation) बन्द हो जाता है।

चित्र 43

तार, कोष्ठ में एक पतले छिद्र में से निकाला जाता है। तार पर पानी की बूंदों के संचय से आशंका यह है कि तार छिद्र में फंस जायगा, और तल तनाव (surface tension) के कारण तोलने में बाधा होगी। इसे रोकने के लिए, कोष्ठ में प्रवेश-स्थल के निकट तार के बाहरी भाग पर एक प्लैटिनम या निकल का तार लिपटा रहता है, जिसे एक बैटरी से धारा भेज कर गर्म सुर्ख किया जाता है, जिससे वाष्पीकृत होने के कारण जल की बूंदें एकत्र नहीं हो पातीं। इसको कम करने का एक उपाय यह भी है कि छिद्र को धातु में छेकने की बजाय, प्लास्टर ऑफ पेरिस के एक प्लग में छेका जाय।

कोष्ठ के ऊपरी भाग से, तार के दोनों ओर दो धातु की पत्तियां लगी रहती हैं, जिनका ढाल नीचे को होता है। यह पलड़े के ऊपर इस प्रकार व्यवस्थित होती हैं कि, वाष्प इनसे टकराने पर द्रवीभूत होकर इधर उधर बिखर जाती है। बूंदें पलड़े पर टपक-टपक कर नहीं गिरने पातीं। इस व्यवस्था के अभाव में गंभीर अशुद्धि आ जाती है।

मान लीजिए, पिंड और संचित जलवाष्प की संहतियां क्रमशः m एवं M हैं, और पलड़े का जलतुल्यांक W है। यदि प्रारंभिक ताप t_1° हो, और अंतिम (वाष्प का) ताप t_2° हो, तो गुप्त उष्मा, निम्न सूत्र से निकाली जा सकती है—

$ML = ms\ (t_2 - t_1) + W(t_2 - t_1)$. यहां s पिंड की विशिष्ट उष्मा है। यदि L ज्ञात हो, तो s का निर्धारण हो सकता है।

इस कलारीमापक के संशोधन से जॉली ने स्थिर आयतन पर गैसों की विशिष्ट उष्माएँ निकालने की व्यवस्था की, जिसका विवरण दिया जा चुका है।

जलवाष्प की अत्यधिक गुप्त उष्मा—जलवाष्प की अत्यधिक उष्मा के कारण भाप लगने पर भयंकर फफोले पड़ जाते हैं, यद्यपि उसी ताप पर जल का संस्पर्श इतना कष्टकर

नहीं होता। जब बाहर से काफी उष्मा न दी जाय, तो जल वाष्पीकृत होने में ठंडा हो जाता है, क्योंकि वाष्पीभवन की गुप्त उष्मा, जल में से निकाली जाती है। जब शरीर पर पसीना होता है, तो पंखे की गर्म वायु भी ठंडी लगती है। पसीना सूखने पर वायु गर्म मालूम होती है। गर्मियों में गीला कपड़ा पहने रहने पर हमें ठंड का अनुभव होता है।

दहन की उष्मा का उष्मीय या कलारिक मान (Calorific Value):—जब कोयला या लकड़ी जलाए जाते हैं, तो उष्मा उत्पन्न होती है। पूर्णत: जले हुए ईंधन की इकाई संहति द्वारा निकाली गई उष्मा, उसकी 'दहन की उष्मा' अथवा 'कलारिक मान' कही जाती है। हम जो भोजन करते हैं, वह आक्सीकृत होकर, विकास के लिए ऊर्जा देता है। विभिन्न प्रकार के भोजनों की दहन उष्मा के ज्ञान से, हम शरीर को दी हुई उष्मा का कलन कर सकते हैं।

किसी भोजन की निश्चित् मात्रा का कलारिक मान (Calorific Value) हम एक 'बम कलारीमापक' द्वारा निर्धारित कर सकते हैं। यह एक सुदृढ़ फौलाद का बर्तन होता है, जिसमें भोजन, ऑक्सीजन की उपस्थिति में विद्युत् से जलाया जाता है। यह बर्तन एक विशाल बर्तन में रखा जाता है, जिसमें जल की एक नपी हुई मात्रा रहती है। भोजन के जलने से उत्पन्न उष्मा, जल का ताप बढ़ा देती है, जिससे दहन की उष्मा कलन द्वारा निकाली जा सकती है।

हल किये हुये प्रश्न

1. किसी बुन्सेन उष्मा मापी (Calordmeter) का खुला सिरा, पारे के तल के नीचे रखा गया है। जब कलारीमापक की भीतरी नली में $15^\circ C$ पर 25 ग्राम पानी रखा गया, तो 6·8 ग्राम पारा खिंच आया। यदि पारे का घनत्व 13·6 ग्राम प्रति घन सें० मी० हो, और बर्फ की गुप्त उष्मा 79 कलारी प्रति ग्राम हो, तो बर्फ का घनत्व निकालो। (**यू० पी० बोर्ड**, '27, '46)

बर्फ के पिघलने से आयतन में कमी $=6{\cdot}8/13{\cdot}6={\cdot}5$ घन सें० मी०

मान लो कि बर्फ का घनत्व $= d$ ग्राम प्रति घन सें० मी०

$\therefore$ 1 ग्राम बर्फ का आयतन $=1/d$ घन सें० मी०

$\therefore$ 1 ग्राम बर्फ के पिघलने से उत्पन्न आयतन में कमी $=(1/d-1)$ घन सें० मी०

जब आयतन में कमी $(1/d-1)$ घन सें० मी० होती है, तो 1 ग्राम बर्फ पिघलता है।

$\therefore$,, ,, ·5 ,, ,, ,, $\dfrac{{\cdot}5}{(1/d-1)}$,,

$\because$ बर्फ द्वारा ली हुई गर्मी = नली के जल द्वारा ली गई गर्मी

$$\therefore \frac{{\cdot}5}{1/d-1}\times 79=25\times 15$$

$$\therefore \frac{1}{d}-1=\frac{\cdot 5\times 79}{25\times 15}=\frac{79}{750}$$

$$\therefore \frac{1}{d}=\frac{829}{750} \text{ या, } d=\frac{750}{829}=\cdot 9047$$ ग्राम प्रति घन सें० मी०

2. 100° पर गर्म करके एक ग्राम धातु को किसी बुन्सेन के कलारीमापक में रक्खा जाता है, जिसके 1 सें० मी० को ·026 ग्राम पारा भर लेता है। पारे का सूत्र 52·5 मि० मी० खिसक जाता है। धातु की मध्यमान विशिष्ट उष्मा क्या है ? (पारे का घनत्व 13·6 ग्राम प्रति घन सें० मी० और बर्फ की गुप्त उष्मा 80·02 कलारी (लंदन, 1902)

यहां वर्फ के पिघलने से आयतन में कमी $=\frac{5\cdot 25\times \cdot 026}{13.6}$ C.C.

∵ जब ·0907 आयतन में कमी होती है, तो एक ग्राम बर्फ पिघलता है।

$\therefore$,, $\frac{5\cdot 25\times \cdot 026}{13\cdot 6}$,, ,, ,, $\frac{5\cdot 25\times \cdot 026}{13\cdot 6}\times \frac{1}{\cdot 0907}$

$\therefore \frac{5\cdot 25\times \cdot 026}{13\cdot 6\times \cdot 0907}\times 80\cdot 02=1\times s\times 100$ (यहां s, अभीष्ट विशिष्ट उष्मा है)

$$\therefore s=\frac{5\cdot 25\times \cdot 026}{13\cdot 6\times \cdot 0907}\times \frac{80\cdot 02}{100}$$

$$=\frac{525\times 26}{136\times 907}\times \cdot 8002=\cdot 088$$

3. विस्मथ, 271°C पर पिघलता है। जब द्रव विस्मथ की एक मात्रा द्रवणांक पर तेल से भरे कलारीमापक में डाली जाती है, तो तेल का ताप, 12·5°C से 27·6°C हो जाता है। जब यह प्रयोग 271°C पर उसी संहति के ठोस बिस्मथ से किया जाता है, तो उतने ही तेल का ताप, 18·1°C हो जाता है। यदि विस्मथ की वि० उ० $=\cdot 032$ हो, तो विस्मथ के पिघलने की गुप्त उष्मा निकालो।

मान लो, विस्मथ की संहति m है, तथा तेल और कलारीमापक के समतुल्य तेल की संहति x ग्राम है।

$$\therefore mL+m\times \cdot 032(271-27\cdot 6)=x\times (27\cdot 6-12\cdot 5)$$

या, $L+\cdot 032\times 243\cdot 4=x/m\times 15\cdot 1$ ...(1)

दूसरी बार $m\times \cdot 032\times (271-18\cdot 1)=x(18\cdot 1-12\cdot 5)$

या, $\cdot 032\times 252\cdot 9=x/m\times 5\cdot 6$ ...(2)

$\therefore$ (1) और (2) से, $15{\cdot}1 \times {\cdot}032 \times 252{\cdot}9 = 5{\cdot}6 \times (L + {\cdot}032 \times 243{\cdot}4)$

$$\therefore L = \frac{15{\cdot}1 \times {\cdot}032 \times 252{\cdot}9}{5{\cdot}6} - {\cdot}032 \times 243{\cdot}4 = 14 \text{ कलारी}$$

प्रतिग्राम (लगभग)

4. एक लिटर समावेशन के दो समान तांबे के गोले तुला की भुजाओं से लटकाए जाते हैं। एक गोले से हवा निकाल दी जाती है, और दूसरे में हवा निकाल कर $0^\circ C$ और 20 वायुमंडल दवाव पर नाइट्रोजन भर दी जाती है। दोनों गोलों का ताप आरंभ में 0° है। तुला कक्ष में जल वाष्प प्रवाहित की जाती है और जब ताप स्थिर हो जाता है, तो संतुलन प्राप्त करने के लिए खाली गोले वाले पलड़े में ·83 ग्राम बांट रखने पड़ते हैं। गोले के प्रसार की उपेक्षा करके नाइट्रोजन की स्थिर आयतन पर वि० उ०, C_v ज्ञात करो। यदि $4 = 1{\cdot}4$ हो, तो N_2 की C_p भी निकालो (नाइट्रोजन का घनत्व=1·25 ग्राम/लिटर वाष्प की गुप्त उष्मा=540 कलारी प्रति ग्राम)

(*P.M.T.* 1956)

मान लो कि 20 वायुमंडलीय दवाव पर नाइट्रोजन का घनत्व, d है।

ब्वॉयल नियम से, $\frac{1}{1{\cdot}25} = \frac{20}{d}$ या $d = 20 \times 1{\cdot}25 = 25$ ग्राम प्रति लिटर

$\therefore$ गोले में N_2 का भार=25 ग्राम।

उष्मा के आदान प्रदान की तुल्यता से,

$$25 \times C_v \times 100 = {\cdot}83 \times 540$$

$$\text{या, } C_v = \frac{{\cdot}83 \times 540}{25 \times 100} = {\cdot}1793$$

$$C_p = 1{\cdot}4 \times C_v = 1{\cdot}4 \times {\cdot}1793 = {\cdot}2510$$

प्रश्नावली

1. कलारी और ब्रि० थ० यू० (*B. T. H. U.*) की परिभाषा करो। उनमें सम्बन्ध बताओ। (कलकत्ता, '51, गोहाटी '49)
2. तांबे के कलारीमापक का जलतुल्यांक (Water Equivalent) निकालने के लिये एक प्रयोग का वर्णन करो। (कलकत्ता, '18)
3. एक झाल(solder) का कण पिघल जाता है। इसे एक 12 जलतुल्यांक वाले कलारीमापक में डाला जाता है, जिसमें $15^\circ C$ पर 100 घन सें० मी० पानी है। यदि जल का अंतिम ताप $35^\circ C$ हो, तो झाल का द्रवणांक निकालो।

   (उत्तर, $289{\cdot}5^\circ C$) (पटना, '35)
4. उष्मा-ग्राहिता (Thermal Capacity) की परिभाषा करो। (कलकत्ता, '50,

गोहाटी, '50)। एक मिश्रित (alloy) में 92% चांदी और 8% तांबा है। यदि $100^\circ C$ पर 50 ग्राम मिश्रातु और $20^\circ C$ पर, 50 ग्रामवाले तेल को मिलाया जाय जिसकी वि०उ० ·46 है, तो अंतिम ताप क्या होगा ? (तांबे और चांदी की विशिष्ट उष्माएं क्रमशः ·095 और ·056 हैं।) (**उत्तर**, $29{\cdot}1^\circ C$)

5. कलारीमापन संबंधी सिद्धान्तों के प्रयोग से एक भट्टी का ताप कैसे ज्ञात किया जा सकता है ? (**पटना**, '29)

6. किसी ठोस की विशिष्ट उष्मा कैसे निकाली जाती है ? विशिष्ट उष्मा से क्या अभिप्राय है? (**कलकत्ता**, '17, '20, '23, '34, '36, '40, '49; **गोहाटी**, '49) क्या वस्तु की विशिष्ट उष्मा, चुनी हुई इकाई पर निर्भर करती है ? (**कलकत्ता**, '51)

7. किसी द्रव की विशिष्ट उष्मा कैसे निकालोगे ?
(**कलकत्ता**, '15, '29; **पटना**, '26, '43, '45; **गोहाटी**, '50)
$100^\circ C$ पर 90 ग्राम पारा, $20^\circ C$ पर 100 ग्राम पानी में मिलाने से मिश्रण का ताप $22^\circ C$ हो जाता है, तो पारे की विशिष्ट उष्मा निकालो (**कलकत्ता**, '25) (**उत्तर**, ·0285)

8. मान लो तुम्हें $50^\circ C$ से $100^\circ C$ तक अंकित तापमापक यंत्र और कुछ पानी मिला है, जिसका ताप $20^\circ C$ से कम है। एक प्रयोग का वर्णन करके बताओ कि कैसे बिना दूसरे तापमापक यंत्र का प्रयोग करके तुम पानी का ताप ज्ञात कर सकते हो।

9. $91^\circ C$ पर 10 ग्राम नमक को $13^\circ C$ पर 125 ग्राम तारपीन के तेल में (वि० उ० ·428) डालने पर मिश्रण का ताप $16^\circ C$ हो जाता है। यदि बाहर से किसी प्रकार उष्मा-लाभ या हानि न हो, तो नमक की वि० उ० ज्ञात करो। क्या यह प्रयोग पानी की बजाय तारपीन से किया जा सकता है ? (**कलकत्ता**, '38) (**उत्तर**, ·214)

10. बर्फ के जमने की गुप्त उष्मा कैसे ज्ञात करोगे ?
(**कलकत्ता**, '13, '20, '26,, '38; **पटना**, '18, '26, '28; **गोहाटी**, '49)
$0^\circ C$ पर 2 पौंड बर्फ और $45^\circ C$ पर 3 पौंड पानी मिलाने का परिणाम निकालो।
(**कलकत्ता**, '31)

11. बुन्सेन के हिम-कलारीमापक (ice-calorimeter) का वर्णन करो।
(**यू० पी० बोर्ड**, '20, '33)
एक वस्तु को $100^\circ C$ तक गर्म किया गया, और उसकी ·8 ग्राम मात्रा, बुन्सेन के हिम-कलारीमापक में डाल दी गई, जिससे 1 वर्ग मि० मी० परिच्छेद वाली केशनली में पारा 6·9 मि० मी० दूरी चला। वस्तु की विशिष्ट उष्मा निकालो। (दिया है कि एक ग्राम पानी फैलने में ·091 घन सें० मी० फैलता है।)
(**यू० पी० बोर्ड**, '33)

12. एक बुन्सेन कलारीमापक की नली में $20^\circ C$ पर 30 ग्राम पानी डाला जाता है, तो पारे का सूत्र 10 सें० मी० चलता है, और 100 तक 40 ग्राम शीशे का टुकड़ा गर्म करके डालने से सूत्र 20 सें० मी० चलता है। शीशे की वि० उ० ज्ञात करो। (**उत्तर**, ·3)

13. $100^\circ C$ पर ·1 वि० उ० का एक ग्राम का टुकड़ा बुन्सेन कलारीमापक की नली में

डाल दिया जाता है, जिससे पारे का सूत्र 20 सें० मी० हट जाता है। यदि 1 ग्राम बर्फ पिघलने से ·091 घन सें० मी० सिकुड़ती हो, तो केशनली का अर्द्धव्यास निकालो। (**उत्तर,** ·132 मि० मी० के लगभग)

14. गैसों की दो विशिष्ट उष्माएं क्यों होती हैं ?
प्रयोगशाला में स्थिर आयतन पर गैस की वि० उ० कैसे निकालोगे ?
(**यू० पी० बोर्ड,** '58)

15. क्या गैसों की विशिष्ट उष्मा निकालने के लिए मिश्रण विधि (Method of Mixtures) काम में लाई जा सकती है ? स्थिर दबाव पर गैस की विशिष्ट उष्मा कैसे ज्ञात करोगे ?

16. वाष्प की गुप्त उष्मा को प्रयोगशाला में निकालने की किसी विधि का वर्णन करो। इस प्रयोग में क्या क्या सावधानियां लेना चाहिए ?
(**कलकत्ता,** '31; **यू० पी० बोर्ड,** '18; **पटना,** '35, '49; **ढाका,** '21)
190 ग्राम भार के बर्तन में $0^\circ C$ पर 300 ग्राम पानी और $0^\circ C$ पर 50ग्राम बर्फ है। बर्तन और उसमें भरी हुई चीजों का ताप $10^\circ C$ बढ़ाने में $100^\circ C$ पर कितनी भाप (गुप्त उष्मा 537 कलारी प्रति ग्राम) की आवश्यकता है ? (**पटना,** '49)

17. जॉली के वाष्प-कलारीमापक (steam calorimeter) का वर्णन करो, और समझाओ कि उसकी सहायता से किसी छोटे पिंड की विशिष्ट उष्मा कैसे निकाली जा सकती है। (**उत्तर,** 12·12 ग्राम) (**यू० पी० बोर्ड,** '52)

18. एक ब्वॉयलर, जिसका तल 5 वर्ग मीटर है, 30,000 इकाई उष्मा प्रति मिनट लेता है। यदि उसका ताप 140° हो और उसमें ठंडा पानी 45° पर अंदर आता हो तो प्रति घंटा कितनी वाष्प उसमें से निकलेगी ? वाष्पीकरण की गुप्त उष्मा, 140° पर, 509 मान लो। (**उत्तर** 14·92 किलोग्राम)

19. 100 ग्राम लोहे का टुकड़ा एक बर्तन में डाल दिया, जिसमें 1000 ग्राम पानी $0^\circ C$ पर है। $0^\circ C$ पर कितना बर्फ उसमें डाल दें कि फिर ताप $0^\circ C$ हो जाये ? मान लो कि सारा बर्फ पिघल गया। (लोहे की वि0उ0 ·113 और बर्फ की गुप्त उष्मा 80 कलारी प्रति ग्राम मान लो (**लंदन,** 1896) (**उत्तर,** 7.06 ग्राम)

20. 2 लिटर समावेशन (Capacity) के दो एक से तांबे के बल्ब तुला की भुजाओं से लटकाए गए। एक बल्ब से हवा निकाल दी गयी और दूसरे में हवा निकाल कर $0^\circ C$ और 16 वायुमंडल दबाव पर ऑक्सीजन गैस भर दी गई। अब तुलाकक्ष में जल-वाष्प प्रवाहित की गई, और ताप स्थिर हो जाने पर संतुलन के लिए खाली बल्ब वाले पलड़े में 1·44 ग्राम के बांट रखने पड़े। ऑक्सीजन की विशिष्ट उष्मा C_v ज्ञात करो। (O_2 का घनत्व=1·428 ग्राम प्रति लिटर, $L=540$.
(**उत्तर,** ·1702)

21. लोहे (वि० उ० ·114) का एक टुकड़ा, जिसका भार 200 ग्राम था, जॉली के वाष्प कलारीमापक (steam-calorimeter) में $20^\circ C$ से $100^\circ C$ तक गर्म किया गया। ज्ञात करो कि कितनी वाष्प द्रवित हुई ($L=536$ कलारी, पलड़े तथा तार का जलतुल्यांक भार=12 ग्राम।) (**उत्तर,** 5·19 ग्राम)

अध्याय 6

अवस्था में परिवर्तन (Change of State)

द्रवणांक :—प्रत्येक वस्तु एक निश्चित् ताप पर, किसी विशेष दवाव पर द्रव में परिणत होती है। यह नियत ताप, ठोस का द्रवणांक कहलाता है। जब तक वस्तु पिघलती रहती है, तब तक ताप समान रहता है। जब ठोस का अंतिम कण पिघल जाता है, तब ताप में वृद्धि प्रारंभ होती है। इसी प्रकार जब द्रव्य, द्रव अवस्था से ठोस अवस्था में परिणत होता है, तो जब तक पूरा द्रव जमकर ठोस नही हो जाता, तब तक ताप स्थिर रहता है। जब अंतिम द्रव कण जम चुकता है तब ताप का गिरना प्रारंभ होता है। यह नियत ताप, हिमांक कहलाता है। वस्तु के द्रवणांक और हिमांक सामान्यत: एक ही होते हैं। पर कुछ चर्बियों के लिए ये भिन्न भी होते हैं। उदाहरणार्थ, एक वायुमंडलीय दवाब पर मक्खन लगभग $33^\circ C$ पर पिघलता है, और $20^\circ C$ पर जमता है।

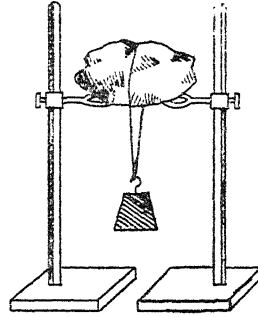
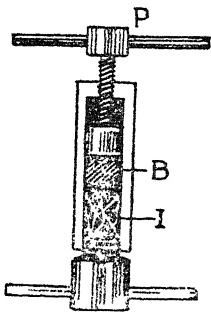
यदि ठंडा करने की क्रिया को जारी रखा जाय, तो बहुत से द्रव अपने सामान्य जमने के ताप से नीचे तक ठंडे किए जा सकते हैं। यह क्रिया अधि-शीतन (supercooling) या अधि-द्रवण (super-fusion) कहलाती है। यह अवस्था अस्थाई होती है। इस प्रकार प्राप्त द्रव अथवा ठोस अवस्था स्वल्प विचलन से भी नष्ट हो जाती है। कुछ हाइपो (Hypo) को खरल में पीस कर गर्म करने से वह अपने ही (water of crystallisation) में ($48^\circ C$) पर पिघल जाता है। ठंडा होने पर वह $30^\circ C$ तक द्रव अवस्था में बना रह सकता है। जमना प्रारंभ होते ही ताप $48^\circ C$ हो जाता है।

किसी वस्तु का सामान्य द्रवणांक वह होता है, जिस पर वह एक वायुमंडलीय दबाव से पिघलती है।

मिश्रातुओं (alloys) का द्रवणांक, संघटक (constituent) वस्तुओं से भिन्न होता है। इसीलिए जिन वस्तुओं का द्रवणांक अधिक होता है, उनमें फ्लक्स (flux) मिलाकर द्रवणांक कम कर दिया जाता है। वुड की धातु (Wood's metal) जो टीन, सीसा, कैडमियम और बिस्मथ की मिश्र धातु है और रोज की धातु (Rose's metal) कम द्रवणांक की मिश्रातुएं (alloys) हैं। इनके द्रवणांक क्रमश: $60{\cdot}5^\circ C$ और $94{\cdot}5^\circ C$ है। इसलिए दैनिक जीवन में इनके कई प्रयोग होते हैं। इन्हें स्वयं चालित छिड़काव (Automatic Sprinklers) के रूप में प्रयोग किया गया है। इन मिश्र धातुओं के मेख (plug) किसी जल के नल में ठूंसे जाने पर आग लगने पर पिघल जाते हैं, और पानी नल में से वहने लगता है। आग से रक्षा करने वाले (fire proof) दरवाजों में भी ऐसी ही व्यवस्था की जाती हैं, जिससे आग लगने पर दरवाजे स्वयमेव बन्द हो जाते हैं।

द्रवणांक पर दबाव का प्रभाव :—दबाव से द्रवणांक बदल जाता है। जो धातुएं द्रवण से संकुचित (contract) हो जाती हैं, उनके द्रवणांक दवाव डालने से कम हो जाते हैं। इस प्रकार के पदार्थ, बर्फ, लोहा आदि हैं। इसके विपरीत जो पदार्थ पिघलने से प्रसरित (expand) हो जाते हैं, उनके द्रवणांक, दबाव डालने से बढ़ जाते हैं। इस प्रकार के पदार्थ, पैराफीन मोम, नैप्थलीन आदि हैं।

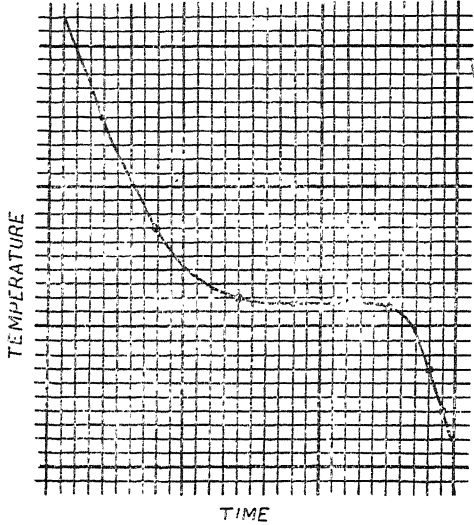
पुर्नहिमायन (Regelation):—$0^{\circ}C$ पर एक वायुमंडल का दवाव बढ़ाने से बर्फ का द्रवणांक लगभग ·0073 कम हो जाता है। यदि दो बर्फ के टुकड़ों को एक दूसरे से रगड़ कर सटाया जाय, और फिर दबाव हटा लिया जाय, तो दोनों टुकड़े जम कर एक हों जायेंगे। इस प्रकार की क्रिया को पुर्नहिमायन (Regelation) कहते हैं। दवाव से द्रवणांक कम हो जाता है, जिससे संस्पर्श तल पर जल बन जाता है। दबाव हटाने पर जल, पुनः हिम में परिणत हो जाता है। यदि बर्फ का ताप $0^{\circ}C$से कम हो, तो सामान्य दबाव डालने से द्रवणांक प्राप्त नहीं होता। यह मालूम किया गया है कि जब वायु का ताप, 7.6 हो तो बर्फ को पिघलने के लिये लगभग 1000 वायुमंडलों का दबाव डालना होगा।

बॉटमले का प्रयोग (Bottomley's experiment):—एक बर्फ की सिल्ली को दो आधारों के सिरों पर रख दो। धातु के पतले तार से इसे लपेट कर तार के सिरे पर एक वजन बांध दो। आधे घंटे में तार बर्फ की सिल्ली को पूरा तराश देता है। पर सिल्ली वैसी ही वनी रहती है। तार के दबाव से निकटवर्ती बर्फ का द्रवणांक कम होने से वह पिघल जाता है और तार नीचे खिसक जाता है। दबाव विमुक्त होने पर जल फिर जम जाता है।

चित्र 44

मूसन (Mousson) के उपकरण द्वारा भी दबाव का प्रभाव देखा जा सकता है। यह उपकरण एक लोहे के बेलन का बना होता है, जो एक ओर एक पेंचनुमा मूसल से बन्द रहता है। बेलन में कुछ पानी भर कर उसे हिम मिश्रण से जमा लिया जाता है। बेलन में बर्फ के ऊपर एक छोटी गेंद रख दी जाती है और उसे मूसल से दबा दिया जाता है। उपकरण को पूरी तरह बर्फ से ढांक देते हैं, और पेंच को कस कर दवा देते हैं। बेलन को नीचे से खोलने पर धातु की गेंद बर्फ पर दबाव डाल कर नीचे उतर आती है।

चित्र 45

किसी पदार्थ के द्रवणांक का निर्धारण :—यहां उच्च

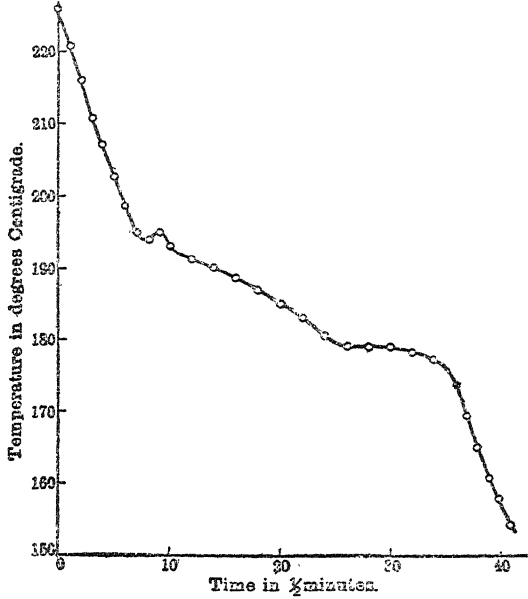
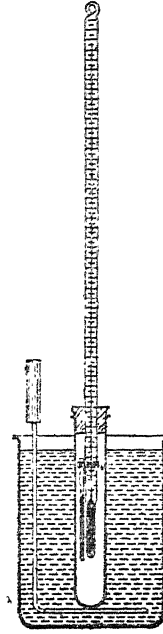
पदार्थों के द्रवणांक निकालने की विधियां दी जाती हैं, जो पिघलने पर फैलते हैं।

(i) **शीतलीभवन वक्र** (Cooling curve) **द्वारा** :—पदार्थ को एक परख नली में रख कर उसे किसी जलागार (water bath) में गर्म करके पिघला दो। द्रवित पदार्थ में एक तापमापक रख कर उसे जलागार से निकाल लो और उसके बाहरी तल को पोंछ कर एक बड़े वर्तन से घेर लो जिससे उसकी वायु धाराओं से रक्षा हो। एक-एक मिनट के पश्चात् तापमापक का पाठ लेते जाओ। जमते समय ताप स्थिर रहेगा, और फिर वह गिर जायगा। यह परिवर्तन पूर्ण रूप से ठोस अवस्था की प्राप्ति का द्योतक है। ताप और समय का लेखा चित्र खींचने से ज्ञात होगा कि वक्र का कुछ भाग समय अक्ष के समान्तर है। इस भाग का ताप ही वस्तु का द्रवणांक है।

चित्र 46

इसी प्रकार यदि ठोस वस्तु को गर्म किया जाय, तो पहले तो ताप बढ़ेगा। द्रवावस्था के प्रारंभ होते समय वह स्थिर हो जायगा, और जब तक ठोस वस्तु पूर्णतः द्रव में परिणत नहीं हो जायेगी, तब तक वह स्थिर ही रहेगा। तत्पश्चात् वह फिर बढ़ने लगेगा। शीतलीभवन वक्र और उष्मक (heating) वक्र दोनों के क्षैतिज भाग लगभग एक दूसरे पर संपातित (coincide) होंगे।

जो पदार्थ, कई वस्तुओं के मिश्रण से बनती हैं, (जैसे चर्बियां) उनका द्रवणांक एक नियत ताप न होकर एक ताप-परास (range of temperatures) में फैला हुआ होता है। भिन्न-भिन्न संघटकों (constituents) के अनुरूप भिन्न-भिन्न क्षैतिज भाग मिलते हैं। कांच, लाख आदि वस्तुएं अचानक ठोस से द्रव अवस्था को नहीं प्राप्त करतीं, वरन् ताप की कुछ अवस्था तक अभिघटित (plastic) रहती हैं। वक्र प्रारंभ में ढालू होता है। फिर उसकी नति (inclination) बराबर बदलती रहती है, पर कोई क्षैतिज भाग नहीं मिलता। किसी घरनी (crucible) में कलई-गर का टांका पिघला कर पारे से भरी हुई सख्त कांच की नली में डालकर तापमान प्रविष्ट कराने से प्रकट होता है कि वह दो बार जमता है (194° और $178^\circ C$ पर)।

पारे के कारण अच्छा संस्पर्श हो जाता है और तापमापक के टूटने का भय नहीं रहता। चित्र 47.

यह विधि उन पदार्थों के लिए उपयुक्त है, जो कम मात्रा में उपलब्ध होते हैं।

चित्र 47

चित्र 48

(ii) **केशिका नली विधि**—कुछ पदार्थ एक पतली केशनली (capillary tube) में भर कर एक तापमापक के बल्ब से रबड़ के छल्लों द्वारा बांध देते हैं और एक परख नली में प्रविष्ट करा देते हैं। फिर इसे बीकर में भरे पानी में गर्म किया जाता है। जैसे ही पदार्थ पिघलता है, वैसे ही ताप देख लेते हैं। फिर उसे ठंडा करते हैं, और उसके जमते समय फिर ताप पढ़ लेते हैं। इस क्रिया को कई बार करने पर जब दोनों तापों का अंतर बहुत कम रह जाता है, तो दोनों का औसत ले लेते हैं जो द्रवणांक को प्रकट करता है।

गलाई (Welding) :—द्रवणांक के बहुत निकटवर्ती तापों पर दो लोहे के टुकड़ों को ढाल कर एक बड़ा टुकड़ा बनाया जा सकता है। जो पदार्थ ठंडा करने पर प्रसरित होते हैं, और गर्म होने पर सिकुड़ते हैं, वे दबाव डालने पर ठंडे हो जाते हैं। $1200°C$ के निकट अभिघटित (Plastic) अवस्था में लोहा गर्म होने पर सिकुड़ता है; तब यदि दो लोहे के टुकड़ों को साथ लाया जाय और दबाव डाला जाय, तो जोड़ का ताप लगभग $50°C$ गिर जाता है, और गलाई (welding) हो जाती है।

यहां हम पिघलने के नियमों को संकलित करते हैं।

(1) प्रत्येक ठोस एक नियत ताप पर पिघलता है, जो वाह्य दबाव पर आधारित होता है। यह ताप, द्रवणांक कहा जाता है।

(2) द्रवण की दर, दी जानेवाली उष्मा के समानुपाती होती है, पर जब तक समूचा ठोस पिघल नहीं जाता, तब तक ताप स्थिर रहता है।

(3) पिघलने पर आयतन में परिवर्तन होता है। कुछ ठोस पिघलने से प्रसरित हो जाते हैं और कुछ सिकुड़ जाते हैं।

(4) जो पदार्थ, पिघलने पर सिकुड़ते हैं, उनका द्रवणांक दवाव डालने से कम हो जाता है, और जो फैल जाते हैं, उनका द्रवणांक बढ़ जाता है।

(5) प्रत्येक वस्तु की इकाई संहति एक निश्चित् दवाव पर एक निश्चित् मात्रा में ताप लेती है। यह मात्रा वस्तु की प्रकृति पर निर्भर होती है, और आरोपित दबाव के परिवर्तन से थोड़ा सा बदल जाती है।

द्रव धीरे धीरे प्रत्येक ताप पर गैस में परिणत होते रहते हैं। यह प्रक्रिया केवल द्रव के तल पर होती है, और वाष्पी-भवन (evaporation) कहलाती है। इसके विपरीत द्रव का खौलना एक निश्चित् ताप पर होता है, जो वाहरी दबाव के अनुसार न्यूनाधिक होता है। यह क्रिया पूरे द्रव के अन्दर होती रहती है। द्रव में घुलनशील पदार्थों को (जैसे साधारण नमक) मिलाने से खौलने का ताप बढ़ जाता है।

वाष्पी-भवन (Evaporation) **निम्न बातों पर निर्भर होता है :—**

(1) **द्रव के खुले हुए तल का क्षेत्रफल**—जितना अधिक यह क्षेत्रफल होगा, उतना अधिक वाष्पीभवन होगा।

(2) **द्रव तल पर वायु-प्रवाह का वेग**—वायु के वेग के बढ़ने से वाष्पीभवन की मात्रा बढ़ जाती है।

(3) **द्रव की प्रकृति**—अल्कोहल और ईथर आदि शीघ्रता से वाष्प में परिणत हो जाते हैं, पर जल देर में भाप बनता है।

(4) **द्रव का ताप**—अधिक ताप पर अधिक वाष्पीभवन होता है।

(5) **बाहरी दबाव**—यह दवाव, द्रव के तल को स्पर्श करने वाली वाष्प और हवा के दवाव से मिलकर बना है।

बरसात में कपड़े देर में सूखते हैं, क्योंकि उस समय जलवाष्प की मात्रा अधिक होती है। इसी प्रकार शून्य में वाष्पीकरण की दर, सबसे अधिक होती है। बहुत से घोलों का अर्क निकालने के लिए उन्हें शून्य में वाष्पीकृत किया जाता है। द्रव को वाष्प में परिणत करने के लिए (वाष्पीभवन अथवा खौलने के लिए) गुप्त उष्मा की आवश्यकता होती है।

वाष्पी-भवन से उत्पन्न ठंडक को दर्शाने वाले उदाहरण—

(i) गर्मी के दिनों में, गर्म देशों में जल को मट्टी के रंध्रमय पात्रों में भर कर रखा जाता है। रंध्रों में से टपक कर निकलने वाले जल से वाष्पीभवन होने के कारण, अन्दर का जल ठंडा हो जाता है। इस प्रकार के वर्तनों में जल अधिक ठंडा रहता है, क्योंकि वाष्पीभवन बर्तन के सारे तल से होता रहता है। धातु या शीशे के वर्तनों में, वाष्पी-भवन केवल वर्तन की ग्रीवा में जल के तल से होता है।

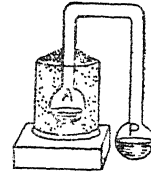
(ii) गर्म दूध या चाय को ठंडा करने के लिए छिछले बर्तन में डाल दिया जाता है, जिससे द्रव की विस्तृत सतह वायु के संपर्क में आ सके। इससे वाष्पीकरण वहुत जल्दी होता है।

(iii) गर्मी में कुत्ते अपनी जीभ लटकाये हुए देखे जाते हैं। ऐसा करने से वाष्पीकरण अधिक सतह पर संभव हो पाता है, और उत्पन्न ठंडक से सुख का अनुभव होता है।

(iv) गर्मी में पंखा झलने से शरीर के रंध्रों में से पसीना निकल कर वाष्पीभूत होता रहता है। यदि हवा रुकी हुई हो, तो पसीना निकलकर वहीं सूख कर रह जाता है, जिससे वाष्पीभवन कम होने लगता है। पंखा झलने से पंखे की हवा, शरीर से पसीना उड़ा देती है। बार बार ताजी हवा के झोंके, वाष्पीभवन की दर को और तेज कर देते हैं।

(v) गर्मी के मौसम में सड़कों पर न केवल पानी सींचने से धूल दब जाती है, वरन् वाष्पीभवन से ठंडक पैदा होती है।

(vi) गर्मियों में खस की टट्टी को जल से छिड़का जाता है। टट्टी के उबड़-खाबड़ तल से वाष्पीभवन अधिक होता है। यदि करीब में कोई पंखा चल रहा हो, तो उसके झोंके से वाष्पी भवन की मात्रा विशेष रूप से बढ़ जाती है, और सुखकर प्रतीत होता है।

(vii) वोलस्टन का क्रायो-फोरस (Wollaston's cryophorus) इससे वाष्पी-करण द्वारा ठंडक पैदा होने के सिद्धान्त की पुष्टि होती है। इसमें एक मुड़ी हुई कांच की नली होती है, जिसके दोनों सिरों पर एक घुंडी होती है। उपकरण में केवल पानी और उसकी वाष्प रहती है। सारे पानी को पलट कर घुंडी P में भर दिया जाता है, और दूसरी घुंडी को हिम-मिश्रण से आच्छादित किया जाता है। इस (दूसरी) घुंडी की वाष्प जमने लगती है, जिससे आंतरिक दवाव कम हो जाता है। तब P से और पानी वाष्प बन कर उड़ता है, जिससे जल धीरे-धीरे ठंडा होता जाता है, और होते होते जल जमकर बर्फ हो जाता है।

चित्र 49

(viii) एक छिछली रकाबी में थोड़ा पानी और ऐसी ही दूसरी रकावी में थोड़ा तेज गन्धक का तेजाब लेकर दोनों को पास-पास एक चूषक पंप के ग्राहक में रख देते हैं। वायु रिक्त करने पर अंदर दबाव कम हो जाता है, जिससे रकावी का पानी जल्दी जल्दी

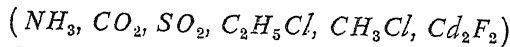
वाष्पीभूत होने लगता है। इस प्रकार बनी हुई वाष्प, तेजाव में शोषित होती है। घटे हुए दवाव के कारण पानी अधिक मात्रा में वाष्पीभूत होता रहता है। पानी का ताप गिरते-गिरते वह जम जाता है। इसे लैस्ली का प्रयोग (Leslie's experiment) कहते हैं।

(ix) एक लकड़ी की पटिया पर कुछ जल की बूंदें विखेर दो। फिर उसके ऊपर तांबे का एक कलारीमापक रख दो और उसमें कुछ ईथर भर दो। पांव-धौंकनी से हवा फूंक कर ईथर को वाष्पीभूत होने दो। ईथर के द्रुतगति से वाष्पीकरण से कलारीमापक के नीचे की गर्मी शोषित होती है, जिससे पानी जमकर बर्फ बन जाता है, और कलारीमापक तथा लकड़ी की पटिया के बीच वर्फ की तह जम जाती है, जिससे कलारीमापक लकड़ी के गुटके से सट जाता है।

प्रशीतन (Refrigeration):—किसी समावरण (enclosure) को वायुमंडलीय ताप से बहुत कम इच्छित ताप पर रखने की किसी कृत्रिम व्यवस्था को प्रशीतन (refrigeration) कहते हैं।

इस प्रकार के उपक्रम द्वारा नाशक कीटाणुओं से रक्षा की जा सकती है। $50°F$ से अधिक ताप पर मछली, गोश्त, फल, अंडे और बहुत से अन्य खाद्य पदार्थ सड़ने लगते हैं। इसी प्रकार बहुत सी दवाएं भी खराब हो जाती हैं। गर्म देशों में प्रशीतन का महत्व और भी बढ़ जाता है। इसीलिये वर्फ जमाने वाली मशीनें भी इतनी प्रतिष्ठित हो गई हैं। कुछ मशीनें तो सैकड़ों टन वर्फ रोज बनाती हैं। औद्योगिकता के विकास के साथ ही व्यावहारिक प्रशीतन (Commercial Refrigeration) का क्षेत्र और भी व्यापक होता जायगा। गर्मी में वायु-व्यवस्थापन कलों (Air Conditioning) के लिए, प्रशीतन, नितांत आवश्यक है। इस प्रकार की कलें, आमोद-प्रमोद के स्थानों, अस्पतालों और बड़े-बड़े भवनों में प्रयुक्त होती हैं। कपास और रबड़ के कारखानों में तथा अनुसंधान प्रयोगशालाओं में इस प्रकार के उपकरणों का विशेष महत्व है। इस प्रकार के आयोजनों से कृत्रिम रूप से उत्पन्न भिन्न भिन्न प्रकार के जलवायु में अनेकों तथ्यों और प्रतिक्रियाओं का अध्ययन किया जा सकता है।

प्रशीतकों के रूप में भिन्न-भिन्न द्रवों का व्यवहार किया गया है। अच्छे प्रशीतकों में अन्य बातों के साथ, अधिक व्र गुप्त उष्मा और निम्न क्वथनांक होना आवश्यक है। सामान्य प्रशीतकों के रूप में अमोनिया, कार्बन डाइ-ऑक्साइड, सल्फर-डाइ-ऑक्साइड, इथिल और मिथिल क्लोराइड, फ्रेयन

$$(NH_3, CO_2, SO_2, C_2H_5Cl, CH_3Cl, Cd_2F_2)$$

आदि को प्रयुक्त किया जाता है।

प्रशीतक का समावरण चारों ओर के वायुमंडल से कम होता है। इसके अर्थ यह हैं कि प्रारंभ में गर्मी निकल कर बाहरी वायुमंडल में इस दर से जाना चाहिए कि समावरण

का ताप, एक इच्छित मान प्राप्त कर ले। तत्पश्चात् ताप स्थिर रहने के लिए यह आवश्यक है कि गर्मी जिस दर से अंदर जा रही है, उसी दर से निकलना चाहिए। इसके लिये कुछ शक्ति का व्यय आवश्यक है।

दी हुई शक्ति के स्वरूप के अनुसार शीतक दो भिन्न भिन्न प्रकार के बनाए गए हैं।

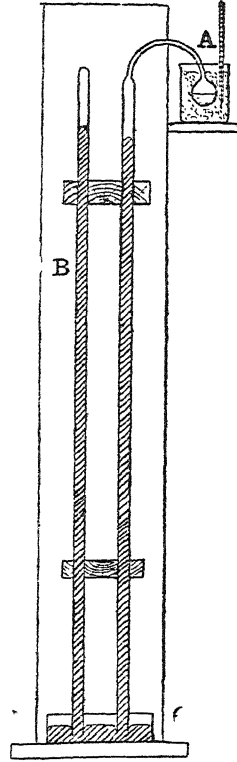
(1) **एलेक्ट्रोलक्स या शोषण प्रशीतक उपकरण** (Electrolux or Absorption Type):—इनमें दी हुई शक्ति, उष्मा-शक्ति के रूप में होती है, जो कोल गैस, मिट्टी के तेल आदि के जलाने से प्राप्त होती है।

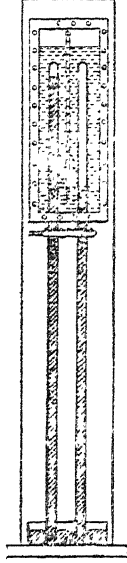
(2) **फ्रिजिडायर या संपीडन उपकरण** (Frigidaire or Compression Type) :—इसमें एक पश्चाग्र (reciprocating) या चक्रवाहक मूसल को विजली की मोटर से चला कर काम में आनेवाली गैस को दावा जाता है। इस प्रकार का यांत्रिक प्रशीतक अब अधिक प्रचलित होता जा रहा है। बर्फ की मशीनों की रचना पर आगे प्रकाश डाला गया है।

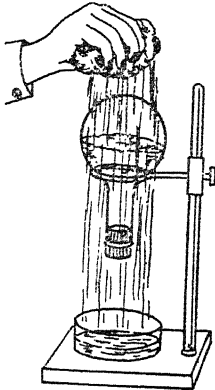
भिन्न-भिन्न तापों पर वाष्प दवाव :—लगभग 1 मीटर लंबी और 1 सें० मी० व्यास की दो बैरोमीटर नलियों को साफ करके उन्हें शुद्ध पारे से भर दो, जिन्हें गर्म करके वायु शून्य कर दिया हो। फिर पारे की नाद में नलियों को उलट दो।

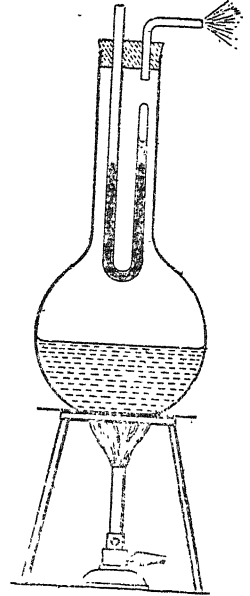
अब किसी मुड़े हुए पिपट (Pipette) द्वारा द्रव की कुछ बूंदें, मुंह से फूंक मार कर किसी बैरोमीटर की नली में प्रविष्ट करा दो। यह बूंदें पारे के तल पर जाकर वाष्प में परिणत हो जाती हैं। इस वाष्प के दवाव से पारे का तल प्रत्यक्षत: कुछ गिर जाता है द्रव की जितनी मात्रा भेजी जायगी, उतना ही पारे का तल गिरता जायगा। एक अवस्था ऐसी आयेगी कि द्रव वाष्पीकृत न होगा और पारे के तल पर पड़ा रहेगा। इस संयुक्त दशा में पारे के तलों का अन्तर, कमरे के ताप पर अधिकतम वाष्प दबाव प्रकट करता है।

चित्र 50

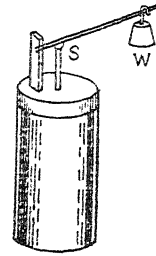
भिन्न भिन्न तापों पर भिन्न-भिन्न व्यवस्थाओं को काम में लाया जाता है। $0°C$ पर वाष्प दबाव निकालने के लिये रैनू ने जिस उपकरण का प्रयोग किया उसमें वाष्प दबाव प्रकट करनेवाली नली का ऊपरी भाग मोड़ कर एक बल्व की आकृति का बना दिया गया था। बल्व बर्फ और कैल्शियम क्लोराइड के हिम मिश्रण से आच्छादित रहता है, और इसका लगभग आधा भाग उस द्रव से भर दिया

जाता है, जिसका वाष्प दबाव ज्ञात करना होता है। दोनों नलियों में पारे के तलों का अन्तर कैथेटोमीटर से पढ़ कर अभीष्ट वाष्प दबाव निकाला जाता है।

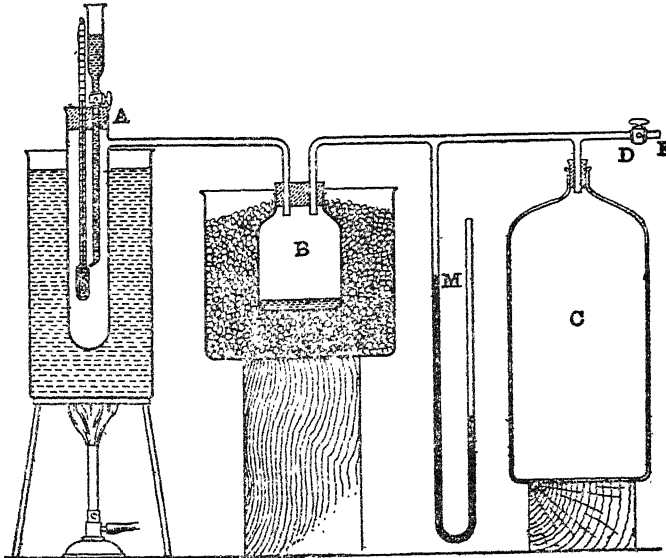
$0°C$ से $50°C$ तक वाष्प दबाव निकालने के लिए रैनू ने बैरोमीटर की नलियों के ऊपरी भागों को एक जल-ऊष्मक (water bath) से घेर दिया, जिसमें विलोडन की अच्छी व्यवस्था रहती है। जल-ऊष्मक में सामने की ओर एक शीशे की खिड़की रहती है, जिसमें से भली-भांति निरीक्षण लिए जा सकते हैं। बैरोमीटर नलियों में पारे के तलों का अन्तर, कमरे के ताप पर वाष्प-दबाव को प्रकट करता है। इसको $0°C$ पर परिणत करने के लिए $1+Ct$ से भाग दिया जाता है (यहां C द्रव का प्रसार गुणक है)

चित्र 51

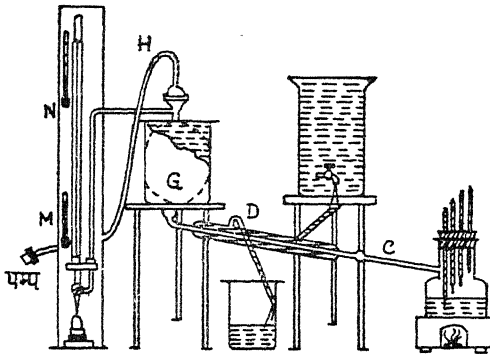
क्वथनांक पर वाष्प-दबाव—किसी फ्लास्क में एक समकोण पर मुड़ी हुई शीशे की नली और एक ऐसी यू-नली प्रविष्ट कराओ, जिसकी छोटी भुजा का ऊपरी सिरा बन्द हो, और बड़ी भुजा का ऊपरी सिरा खुला हो। यू-नली में कुछ पारा भर दो। छोटी भुजा में पारे के ऊपर के आयतन का लगभग आधा भाग किसी द्रव से भर दो। फ्लास्क के निचले भाग में वही द्रव भर कर उबालो। द्रव के क्वथनांक पर, दोनों भुजाओं में पारा एक तल पर आ जाता है, जिससे स्पष्ट है कि छोटी भुजा में खौलते हुए द्रव की वाष्प का वाह्य दबाव, वायुमंडलीय दबाव के बराबर है। वास्तव में यदि द्रव के तल पर पड़ने वाले वाह्य दबाव को बदल दिया जाय, तो संयुक्त वाष्प का दबाव भी तदनुसार बदल जायेगा, अर्थात् क्वथनांक बदल जायेगा।

चित्र 52

चित्र 53

फ्रैंकलिन का प्रयोग :—एक गोल पेंदे के फ्लास्क में जल को खौलाते हैं, जिससे भाप, सारी वायु को बाहर ढकेल देती है। फ्लास्क को एक रबड़ के कार्क से बन्द

कर देते हैं,जिसमें एक छिद्र द्वारा एक तापमापक प्रवेश कराया जाता है। फिर फ्लास्क को एक स्थाम (stand) में उल्टा लटका कर, उसके बाहरी तल पर स्पंज से ठंडा पानी डालते हैं, जिससे अन्दर की कुछ भाप ठंडी होकर द्रवीभूत हो जाती है और जल के तल पर वाह्य दवाव कम हो जाता है, जिसके कारण कम ताप पर ही द्रव खौलने लगता है। चित्र 53.

पेपिन की देगची (Papin's Digester):—पहाड़ों पर वायुमंडलीय दवाव कम होने के कारण, पानी कम ताप पर खौल जाता है। कम ताप पर गुप्त उष्मा कम होने के कारण खाद्य पदार्थ ठीक से पक नहीं पाते। इस कठिनाई को दूर करने के लिए पेपिन की देगची का प्रयोग किया जाता है। यह मजबूत फौलाद की बनी होती है और इसका ढक्कन बन्द रहता है, जिससे भाप वाहर नहीं जा सकती। बीच में एक सुरक्षा कपाट (Safety Valve) रहता है। दवाव के वहुत अधिक होने पर भाप इसे खोल कर बाहर निकल जाती है, जिससे वर्तन फटने से वच जाता है। सुरक्षा कपाट से संबद्ध एक क्षैतिज भुजा पर एक बांट इधर उधर खिसका कर देगची में लीवर की व्यवस्था द्वारा इच्छानुसार बाहरी दवाव नियंत्रित किया जा सकता है, जिससे उवाल का ताप बढ़ जाता है।

चित्र 54

रैम्जे और यंग की गतिशील विधि (Ramsey &Young Dynamic method)—

चित्र 55

एक चौड़े मुंह की परख नली, एक पार्श्व नली द्वारा एक बोतल के काग में से निकाली जाती है। चौड़ी नली के मुंह पर एक रबड़ का काग रहता है, जिसमें से एक तापमापक और एक थिसिल कीप अन्दर प्रवेश कराये जाते हैं। थिसिल कीप में वह द्रव भरा जाता है, जिसका वाष्प दबाव ज्ञात करना होता है। इसका निचला भाग टेढ़ा और नुकीला होता है, जिसमेंसे निकल कर द्रव तापमापक की घुंडी पर धीरे-धीरे गिरता है, जो रुई या एस्बेस्टस से लिपटी रहती है। परख नली, एक बर्तन में रखी जाती है, जिसके अन्दर ऐसा द्रव रहता है जिसका क्वथनांक समान परिस्थितियों में, थिसिल कीप के द्रव से 15—20° अधिक हो। निर्दिष्ट बोतल के काग से एक दूसरी नली निकाली जाती है, जिसकी एक शाखा एक बड़े बर्तन में प्रवेश करती है। बीच में यह एक पारे के मैनोमीटर से जुड़ी रहती है, जिसकी दूसरी भुजा ऊपर से खुली रहती है। आगे चलकर यह नली एक पंप से संबद्ध रहती है, जिसके द्वारा परख नली और उससे संबद्ध बोतल में एक निश्चित् दबाव इच्छानुसार व्यवस्थित किया जा सकता है, जिसको मैनोमीटर द्वारा ज्ञात किया जा सकता है। यह बोतल हिम-मिश्रण से आच्छादित रहती है। परख नली के चारों ओर का द्रव गर्म होकर तापमापक की घुंडी पर टपकने वाले द्रव को भी खौला देता है। इस द्रव की वाष्प, बोतल में द्रवीभूत हो जाती है। बड़े बर्तन के कारण किसी अचानक वायु के झोंके का प्रभाव उपकरण पर नहीं पड़ता। तापमापक का स्थिर ताप, किसी निश्चित् वाह्य दबाव पर, क्वथनांक को प्रकट करता है। पंप द्वारा इस दबाव को घटा बढ़ा कर क्वथनांक, स्वेच्छानुसार बदला जा सकता है। मैनोमीटर द्वारा व्यक्त दबाव, तापमापक के ताप पर संयुक्त दबाव को प्रकट करता है। यह व्यवस्था 50 सें०मी० से कम दबाव पर अधिक उपयुक्त है।

चित्र 56

रैनू ने इसी सिद्धान्त पर आधारित व्यवस्था द्वारा सभी प्रकार के दबावों पर प्रयोग किया। इसके द्वारा उसने $50°C$ से $230°C$ तक पानी का वाष्प दबाव निकाला। उसके प्रयोगों में 28 वायुमंडल तक का दबाव डाला गया था। प्रयोगात्मक द्रव एक तांबे के बर्तन में भरा रहता है, जिसमें भिन्न भिन्न गहराई तक चार तापमापक, द्रव और उसकी भाप में डूबे रहते हैं। बर्तन का ऊपरी भाग एक नली द्वारा एक बड़े तांबे के गोले से संबद्ध रहता है। यह नली एक बेलनाकार चौड़े बर्तन से घिरी रहती है, जिसे निरंतर जल प्रवाह से ठंडा किया जाता है। द्रव की

भाप, वेलनाकार वर्तन से लौटकर पुनः छोटे तांवे के वर्तन में आ जाती है, जिससे द्रव की मात्रा में अधिक कमी नहीं होने पाती। चित्रानुसार बड़ा बर्तन एक दवाव मापक और पंप से संवद्ध रहता है।

खरबराहट (bumping) **से उबलना** :—जब किसी कांच के बर्तन में जल को गर्म किया जाता है, तो पहले घुली हुई वायु बुलबुलों के रूप में प्रकट होती है। ये बुलबुले, ताप बढ़ने से तल पर आ जाते हैं। कुछ समय पश्चात्, पेंदी पर बने हुए भाप के बुलबुले ठंडी तहों की ओर चढ़ते समय, संघनित (condense) होने के कारण नष्ट हो जाते हैं। इससे एक विशेष 'संगीत' की ध्वनि उत्पन्न होती है। ताप के और बढ़ने से भाप के बुलबुले प्रचुर मात्रा में तल तक पहुंचते हैं, और उबलना प्रारंभ होता है। यदि पानी को पहले उबाल कर, घुली हुई वायु के बुलबुले निकल जाने दिए जाएं, तो उसे गर्म करने पर पहले तो कोई बुलबुले नहीं बनेंगे, पर फिर अचानक बड़े बड़े बुलबुले विस्फोटित (explode) हो पड़ेंगे, और सारे द्रव में निकल भागने की प्रवृत्ति होगी। अब द्रव का ताप गिर जायेगा, और वह सामान्य क्वथनांक का ताप प्राप्त कर लेगा।

इस क्रिया को रोकने के लिए, कांच या चीनी मिट्टी के कुछ टुकड़े द्रव में डाल दिए जाते हैं। अनियमित तल के कारण उबलने में सुविधा होती है।

घोलों (Solutions) **के क्वथनांक**:—किसी विशेष ताप पर घोल के वाष्प का दवाव, सदैव उसी ताप के शुद्ध विलायक (solvent) के वाष्प दवाव से कम होता है, इसलिये घोल अधिक ताप पर उबलता है। क्वथनांक का बढ़ाव, घोल के गाढ़ेपन (concentration) के समानुपाती होता है।

उबलने के नियम :—

(1) एक निश्चित् दबाव पर प्रत्येक द्रव का एक निश्चित् उबाल-विन्दु होता है। दबाव बढ़ाने से बाल-विन्दु भी बढ़ जाता है, और घटाने से घटता है।

उबाल बिंदु :—

(2) द्रव के उबाल-विन्दु पर वाष्प का अधिकतम दबाव, वायुमंडलीय दबाव के बराबर हो जाता है।

(3) जब तक सारा द्रव वाष्प में नहीं परिणत हो जाता, तब तक ताप स्थिर रहता है।

(4) द्रव की इकाई संहति, किसी निश्चित दबाव पर वाष्प में परिणत होने के लिए निश्चित मात्रा की उष्मा शोषित करती है।

उबाल और द्रवण में तुलना :—

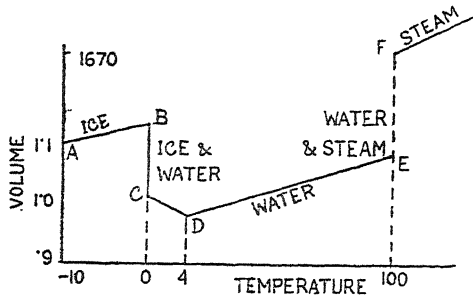
(1) अवस्था परिवर्तन के समय दोनों का ताप स्थिर रहता है।

(2) विशेष परिस्थितियों में अधिशीतन और अतितापन (Super-cooling & Super-heating) उत्पन्न होते हैं।

(3) दबाव से, हिमांक और उवाल-विन्दु दोनों ही बदल जाते हैं (यद्यपि हिमांक में परिवर्तन बहुत कम होता है)।

(4) दोनों ही क्रियाओं में सामान्यत: आयतन बढ़ जाता है।

(5) किसी घोल का क्वथनांक शुद्ध विलायक (Solvent) से अधिक होता है, पर उसका हिमांक कम होता है।

अवस्था परिवर्तन से जल के आयतन में परिवर्तन:—जब $0°C$ से $4°C$ तक जल को गर्म किया जाता है, तो आयतन घटता है। 4° के पश्चात्, ताप की वृद्धि से आयतन की वृद्धि होती है। जब $100°C$ पर जल, वाष्प (steam) में परिणत होता है, तब आयतन में वृद्धि 1670 गुना से भी अधिक होती है। वाष्पी भवन (Vaporisation) की गुप्त उष्मा का इतना अधिक मान (536 कलारी प्रति ग्राम), कुछ हद तक इस अत्यधिक प्रसार के भी कारण है। गुप्त उष्मा की प्राप्ति से ही द्रवावस्था से गैसीय अवस्था में रूपांतर होता है। इस रूपान्तर में बाहरी वायु-मंडलीय दवाव से बाधा पड़ती है। इस प्रकार अणुओं द्वारा प्राप्त की हुई उष्मा का कुछ भाग आंतरिक (internal) और कुछ बाहरी (external) कार्य में व्यय होता है।

चित्र 57

सहवर्ती चित्र में 1 ग्राम बर्फ के $-10°C$ से वाष्प में परिणत तक भिन्न-भिन्न स्थितियों में आयतन को प्रकट किया गया है। इन्हें हम इस प्रकार विश्लिष्ट कर सकते हैं।

(1) *AB* भाग, बर्फ को $-10°C$ से $0°C$ तक गर्म करने पर आयतन के नियमित प्रसार का द्योतक है।

(2) *BC* भाग (जो आयतन के अक्ष के समान्तर है), $0°C$ के बर्फ को $0°C$ पर जल में रूपांतरित करने से प्राप्त होता है। यह इस बात का द्योतक है कि गुप्त उष्मा, अवस्था परिवर्तन में व्यय होती है। ताप इस अवस्था परिवर्तन में स्थिर रहता है।

(3) *CD* भाग, $0°C$ से $4°C$ जल के आयतन में नियमित कमी का परिचायक है।

(4) DE भाग, $4^\circ C$ से $100^\circ C$ तक नियमित आयतन प्रसार को लक्षित करता है।

(5) EF भाग, $100^\circ C$ पर जल की उसी ताप पर वाष्प में परिणति का द्योतक है। यहां भी गुप्त उष्मा, अवस्था परिवर्तन की साधक होती है।

(6) इसके आगे वक्र के स्वरूप से प्रकट होता है कि ताप की वृद्धि से वायु में नियमित प्रसार होता है।

अतितप्त (Super-heated) भाप, 100° से अधिक ताप पर जल की वाष्प में परिणति से प्राप्त होती है। अधिक ताप पर गुप्त उष्मा भी अधिक होती है। जल-वाष्प के अत्यधिक गुप्त उष्मा के ही कारण, वाष्प के संपर्क से मनुष्य के शरीर में भयंकर फफोले पड़ जाते हैं।

क्वथनांक से ऊंचाई का निर्धारण :—किन्हीं दो स्थानों के बीच की ऊर्ध्वाधिर दूरी दोनों स्थानों पर क्वथनांक के ज्ञान से मालूम की जा सकती है। क्वथनांक के अनुरूप वायुमंडलीय दबाव, रैनू की सारिणी से मालूम हो सकता है। वायुमंडलीय दबावों के अंतर से दोनों स्थानों के बीच की ऊर्ध्वाधिर दूरी निकल सकती है। मोटे रूप से हम कह सकते हैं कि 800 फीट के लगभग ऊंचा चढ़ने में पारे के बैरोमीटर का स्तंभ 1 इंच गिर जाता है।

ऊंचाई की गणना हम इस प्रकार कर सकते हैं। किसी स्थान की ऊंचाई के बराबर ऊंचाई के 1 वर्ग सें० मी० आधार पर व्यवस्थित वायु-स्तम्भ का भार उन दोनों स्थानों के दबावान्तर के बराबर होगा। इस भार को निकालने के लिए हम स्तंभ का मध्यमान दबाव, उसके ऊपरी और निचले सिरों के दबावों के मध्यमान से प्रकट करेंगे। इसी प्रकार वायु स्तम्भ का मध्यमान ताप भी सिरों के तापों के मध्यमान से व्यक्त किया जा सकता है।

मान लीजिए किसी जगह पृथ्वी तल पर पारे के बैरोमीटर का पाठ H_1 और किसी अन्य स्थान पर (जिसकी ऊंचाई निकालना है) यह पाठ H_2 है, और इन स्थानों पर ताप क्रमश: t_1 तथा t_2 हैं। वायु के स्तंभ का मध्यमान दबाव, $H=\frac{H_1+H_2}{2}$ सें०मी० पारे के स्तम्भ का मध्यमान ताप, $t=\frac{t_1+t_2}{2}$; वायु स्तंभ का आयतन $h\times 1=h$ घन सें० मी०। (यहां h, अभीष्ट ऊंचाई है) यदि वायु स्तंभ का सामान्य ताप और दबाव ($N.T.P.$) पर आयतन V_0 हो, तो गैस समीकरण के अनुसार,

$$\frac{H\times h}{273+t}=\frac{76\times V_0}{273}$$

इसलिये, $V_0=\frac{273}{273+t}\left(\frac{Hb}{76}\right)$

अस्तु, वायु के स्तंभ का भार

$$=\left(\frac{273}{273+t}\right).\left(\frac{Hb}{76}\right)\times \cdot 001293\times 981 \text{ डाइन}$$

($\because$ 1 घन सें० मी० वायु का भार $N.T.P.$पर ·001293 ग्राम होता है।) इस स्तम्भ के कारण दबाव, $(H_2-H_1)\ \rho g$ अर्थात् $(H_2-H_1)\times(13\cdot 6)\times 981$ के लगभग होता है।

$$\therefore\ (H_2-H_1)\times 13\cdot 6\times 981=\frac{273}{273+t}\cdot\left(\frac{Hb}{76}\right)\times \cdot 001293\times 981$$

$$\therefore\ b=\frac{(H_2-H_1)\times 13\cdot 6\times 76\times 273t}{H\times 273\times \cdot 001293} \text{ सें० मी० ।}$$

इस प्रकार निकाली हुई ऊंचाई अधिक शुद्ध नहीं होगी। किसी स्थान पर वायु का घनत्व निम्न सूत्र द्वारा अधिक शुद्धता से व्यक्त होता है।

$\rho=\rho_0 e-\frac{gb}{kT}$ (e, एक गणितीय राशि है, जिसका मान 2·4 3......है।

यहां ρ—उस स्थान पर वायु का घनत्व है।

ρ_0—समुद्र तल पर वायु का घनत्व है।

b—उस स्थान की ऊंचाई है।

k—एक स्थिरांक है, जो सार्वभौमिक गैस स्थिरांक और ऐवोगेड्रो संख्या (Avogadro' Number) का अनुपात है।

T—मध्यमान परम ताप है।

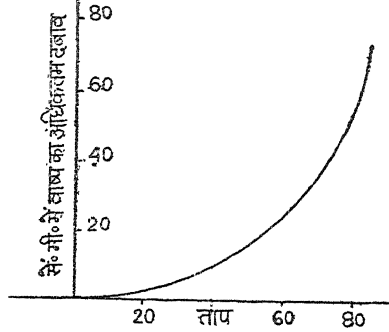
संपृक्त वाष्पों के गुण

संपृक्त और असंपृक्त वाष्प :—लगभग 1 मीटर लम्बी दो बैरोमीटर नलियों को पूरी तरह शुद्ध और शुष्क पारे से भर कर, पारे की एक नांद के ऊपर उलट दो। दोनों नलियों में पारे के स्तम्भ की ऊंचाई एक ही होगी।

अब एक ऐसा पिपेट लो, जिसका नुकीला सिरा झुका हुआ हो। पिपेट से फूंक कर कुछ पानी की बूंदें किसी एक बैरोमीटर की नली में प्रविष्ट कराओ। जल की बूंदें, पारे के ऊपर चढ़ कर टारीसेली की रिक्ति (Toricellian Vacuum) में वाष्पीकृत हो जाती हैं, और पारे का स्तंभ गिर जाता है। जब अधिक संख्या में बूंदें इस नली में चढ़ जायेंगी, तो पारे के स्तंभ का गिरना रुक जायेगा, और कुछ बूंदें स्तंभ के ऊपर इकट्ठा हो जायेंगी।

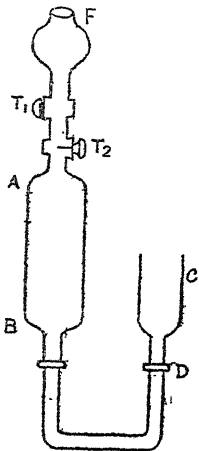
इस अवस्था में हम कहते हैं कि पारे के स्तंभ के ऊपर की जगह जलवाष्प से संपृक्त हो गई।

संपृक्त वाष्प के लक्षण :—(1) समान ताप पर भिन्न भिन्न द्रवों के संपृक्त वाष्प दबाव भिन्न होते हैं।

चार बैरोमीटर की नलियों को पारे से भर कर उन्हें पारे की नांदों पर उलट दो। इस समय चारों में पारे के स्तंभ की ऊंचाई बराबर होगी। अब एक नली के अतिरिक्त शेष तीन नलियों में क्रमशः जल, अल्कोहल और ईथर को (पिपेट की सहायता से) प्रविष्ट कराओ। पारे का स्तम्भ प्रत्येक नली में गिरेगा, पर यह गिराव भिन्न भिन्न होगा। 20°*C* पर जलवाष्प के कारण यह गिराव लगभग 17 मि० मी०, अल्कोहल के लिए 60 मि० मी० और ईथर के कारण 400 मि० मी० होगा।

चित्र 58

(2) किसी द्रव का संपृक्त वाष्प दबाव, ताप की वृद्धि से बढ़ जाता है।

यदि ऊपर की तीनों नलियों में से (जिनमें द्रव-वाष्प है) किसी एक पर गर्म फलालेन (flannel) लपेट दिया जाय, तो पारे का स्तंभ कुछ और गिर जाता है। संपृक्त दबाव और ताप का संबंध, लेखाचित्र में मूल विन्दुगामी व वक्र रेखा द्वारा व्यक्त होगा।

(3) संपृक्त वाष्प गैस नियमों का पालन नहीं करती।

चित्र 59

(a) **बॉयल का नियम** :—हम प्रयोग में जो उपकरण लेंगे, वह बॉयल के उपकरण का एक संशोधित रूप है। नली *AB* को एक कुप्पी *F* से एक छोटी शीशे की नली द्वारा संबद्ध किया जाता है, जिसमें दो रोध-काग (stop-cocks) T_1 और T_2 आयोजित रहते हैं। इन दोनों के बीच का आयतन लगभग $\frac{1}{4}$ घन सें० मी० होता है। *AB* के निचले भाग में पारा रहता है, और वह एक दूसरी नली *CD* से एक रबड़ की नली द्वारा जुड़ा रहता है। *CD* का कुछ भाग और रबड़ की नली पारे से भरे रहते हैं।

T_1 और T_2 को खुला छोड़कर *CD* को इतना उठाते हैं कि *AB* नली का पारा T_1 तक पहुंचकर वायु को ऊपर की ओर ठेल देता है। तब T_1 को बंद करके, *CD* को नीचा करते हैं, जिससे *AB* का काफी भाग वायुरिक्त हो जाता है।

इस समय AB और CD में पारे के स्तंभों का अंतर वायुमंडलीय दवाव को प्रकट करता है।

अव T_2 को बंद करके T_1 को खोल देते हैं, और कुप्पी को प्रयोगात्मक द्रव से भर देते हैं। तत्पश्चात् T_1 को बंद करके T_2 को खोल देते हैं, जिससे T_1 और T_2 के बीच का द्रव AB में आकर वाष्पीभूत हो जाए। द्रव को तब तक गिरने दिया जाता है, जब तक AB में पारे के तल के ऊपर, द्रव की कुछ सतह न वन जाए। AB में पारे का स्तंभ कुछ गिर जाता है, और CD में कुछ चढ़ जाता है। इस क्रिया की समाप्ति पर पारे के स्तंभों का अंतर स्थिर हो जाता है। अव CD को धीरे-धीरे ऊंचा या नीचा करने पर स्तंभों के अंतर में कोई परिवर्तन न होगा। इससे प्रकट होता है कि संपृक्त वाष्प का दवाव उसके आयतन पर निर्भर नहीं करता।

इस तथ्य को एक और प्रकार से भी दिखाया जा सकता है। भिन्न-भिन्न लंबाइयों के कई वैरोमीटर नलियों को शुद्ध और शुष्क पारे से भर कर पारे की नांद में उलट दो। सब नलियों में पारे के स्तंभ की लम्वाई बराबर होगी। अब एक के अतिरिक्त अन्य सब नलियों में जल का धीरे से प्रवेश कराओ। प्रत्येक नली में पारे के स्तंभ का गिराव वरावर होगा। (यद्यपि प्रत्येक नली में संपृक्त वाष्प का आयतन भिन्न भिन्न है।)

(b) **चार्ल्स नियम** :—संपृक्त वाष्प के लिए यह नियम भी लागू नहीं होता। चार्ल्स नियम की जांच के लिए ताप बढ़ाते समय दवाव स्थिर रखा जाता है। पर संतृप्त वाष्प का ताप वढ़ने से दबाव अवश्यंभावी रूप से बढ़ता है, इसलिये वह इस नियम का पालन नहीं करती।

(4) किसी निश्चित ताप पर किसी द्रव का संतृप्त वाष्प दवाव, वायु तथा अन्य गैसों या वाष्पों से प्रभावित नहीं होता (बशर्ते कि वाष्प इनसे कोई रासायनिक क्रिया न करे)।

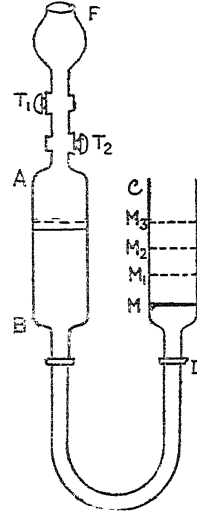
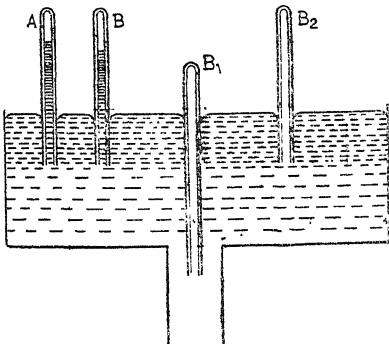
इसे (3) के (*a*) भाग में प्रयुक्त उपकरण द्वारा देखा जा सकता है। AB को इतना उठाया जाता है कि AB में पारे का स्तंभ, T_1 तक पहुंच जाये। फिर कुप्पी F में कुछ ईथर लेकर, AB में धीरे-धीरे खिंच कर आने दिया जाता है। इसके लिए CD को नीचा किया जाता है, और T_1 तथा T_2 को एकान्तर क्रम से (alternately) खोला और वन्द किया जाता है। AB में आने पर ईथर वाष्पीभूत हो जाता है। यह क्रिया तब तक जारी रखी जाती है, जव तक पारे के स्तंभ के ऊपर ईथर की तह न बन जाये, (अर्थात् AB में पारे के ऊपर की वायु संपृक्त न हो जाए।) अब ईथर को निकाल लेते हैं, और पारे को तथा नली को सुखा लेते हैं।

तत्पश्चात् AB में वायु का प्रवेश कराया जाता है। यह हवा, वायुमंडलीय दबाव पर होने के कारण दोनों नलियों में पारे के स्तंभ की ऊंचाई बराबर हो जाती है। अब रोध-कागों द्वारा कुछ ईथर प्रवेश कराया जाता है, जिससे AB में उसकी कुछ तह बन जाए।

इस समय AB में पारे के तल के ऊपर वायु और ईथर की संपृक्त वाष्प होती है। फिर CD को उठा कर AB का पारा पूर्व स्तर (level) पर लाया जाता है। इस क्रिया से AB में पारे के ऊपर का आयतन वही रहता है। ईथर के संपृक्त वाष्प के कारण दवाव में वृद्धि, AB और CD में पारे के स्तंभों के अंतर से मिलती है। यह दवाव ठीक उसी दवाव के बराबर निकलता है जो ईथर को रिक्त-स्थल (vacuum) में प्रवेश कराने से प्राप्त होता है।

असंपृप्त गैसें बॉयल और चार्ल्स नियमों का पालन करती हैं, और सर्वथा सामान्य गैसों की तरह आचरण करती है।

असंपृक्त गैसें बॉयल और चार्ल्स नियमों का पालन करती है :— असंपृक्त वाष्प, बॉयल के नियम का पालन करती हैं। इसे दिखाने के लिए, बॉयल के संशोधित उपकरण में कुप्पी F से द्रव की कुछ बूंदें ली जाती हैं। द्रव शीघ्रता से वाष्पीभूत होता है। द्रव के ऊपर असंपृक्त वाष्प रहती है। प्रयोग के ताप पर यह वाष्प जितना दबाव डालती है, वह CD नली में पारे के अर्द्धेन्दु के विस्थापन से ज्ञात हो जाता है। CD को ऊपर नीचे ले जाकर AB में वाष्प का आयतन घटाया बढ़ाया जा सकता है। वाष्प का भिन्न-भिन्न स्थितियों में दवाव, प्रारंभिक स्थिति M और अनुवर्ती M_1, M_2, M_3 आदि स्थितियों के अंतरों से प्रकट होता है। प्रत्येक स्थिति में दबाव और आयतन का गुणनफल अपरिवर्तित रहता है।

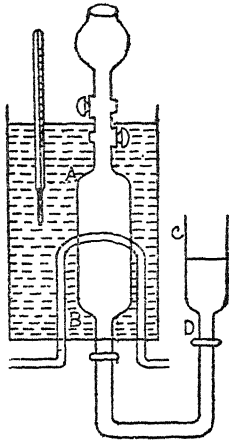
चित्र 60

यदि असंपृक्त वाष्प का आयतन धीरे-धीरे कम किया जाय, तो एक ऐसी अवस्था प्राप्त होगी, जब वाष्प जमने लगेगी। आयतन और कम करने से CD में पारे के तल पर कोई प्रभाव न पड़ेगा और वाष्प का कुछ और भाग द्रवित हो जायगा। यह संपृक्त अवस्था का परिचायक है।

चित्र 61

बॉयल का नियम असंपृक्त वाष्पों के लिए एक और प्रकार से भी सत्यापित किया जा सकता है।

लगभग एक मीटर लंबी दो बैरोमीटर की नलियोंको लेकर उन्हें स्वच्छ, शुष्क पारे से भरो और उन्हें लोहे के बने एक विशेष प्रकार की पारे की नांद में उलट दो। (जैसा

चित्र 61 में दिखाया गया है।) *A* नली को निर्देशक के रूप में प्रयुक्त किया जा सकता है। दूसरी नली *B* में द्रव की कुछ बूंदें प्रविष्ट कराने से उसमें पारे का तल कुछ गिर जाता है। इस गिराव से, द्रव की वाष्प का दबाव ज्ञात हो जाता है। द्रव तल से ऊपर नली की रिक्त लम्बाई, वाष्प के आयतन के समानुपाती होती है। (नली *B* एकसमान अनुच्छेद की होना चाहिए) *B* का खुला सिरा पारे में ही पड़ा रहने दो और नली को नीचे ऊपर ले जाकर वाष्प का आयतन न्यूनाधिक करो। *A* और *B* में द्रव तलों का अंतर वाष्प दबाव को प्रकट करेगा। प्रत्येक स्थिति में टारिसेलियन शून्य भाग की लंबाई और वाष्प दबाव का गुणनफल एक ही होगा। वाष्प का आयतन बहुत कम न करना चाहिए, अन्यथा असंपृक्त वाष्प, संपृक्त हो जायगी।

चार्ल्स नियम का सत्यापन : संशोधित बॉयल उपकरण को लो। नली *AB* को एक चौड़े जलागार से आवृत कर दो। जलागार का ताप बढ़ाने के लिये एक तांबे की नली द्वारा भाप प्रविष्ट कराई जा सकती है। जलागार का ताप ज्ञात करने के लिए एक तापमापक का आयोजन करो। कुप्पी *F* से *AB* नली की खाली जगह में द्रव की एक दो बूंदें प्रविष्ट कराओ। ये बूंदें तुरन्त वाष्पीभूत हो जाती हैं। असंतृप्त वाष्प के दबाव से नली में पारे का तल गिर जाता है। *AB* और *CD* में पारे के तलों के अंतर को प्रारंभिक अंतर (जब *AB* के ऊपर पूर्ण रिक्ति थी) से घटाने से प्रयोग के ताप पर असंपृक्त वाष्प का दबाव प्राप्त होगा। इस समय *AB* में पारे का तल पढ़ लो।

चित्र 62

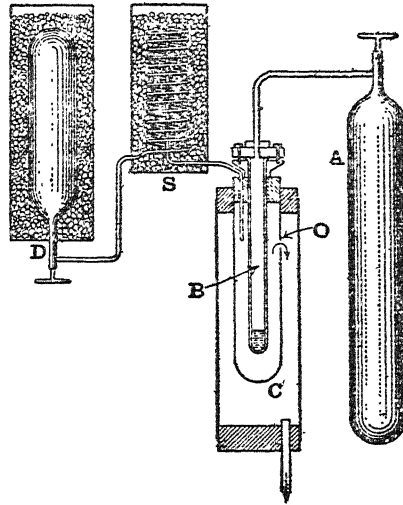
अब टेढ़ी नली से भाप (steam) को प्रविष्ट कराओ। पांच पांच अंश (degree) के अंतर पर जलकुंड का ताप स्थिर रखो। *CD* को समायोजित करके *AB* में पारे के तल को अपरिवर्तित रहने दो। प्रत्येक स्थिति में *AB* और *CD* के अंतर को प्रारंभिक अंतर से घटाकर वाष्प का दबाव ज्ञात करो। अवलोकनों से यह स्पष्ट हो जायगा कि स्थिर आयतन पर असंपृक्त वाष्प का दबाव, ताप की वृद्धि से चार्ल्स नियम के अनुसार बढ़ता है। इसी प्रकार ताप को घटाने से भी दबाव में कमी चार्ल्स नियम से प्रकट होगी।

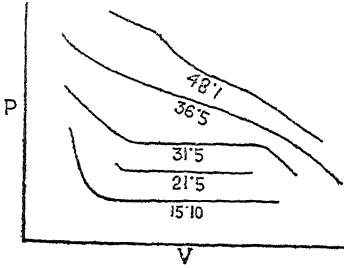
यह ध्यान देने योग्य बात है कि कमरे से अधिक ताप बढ़ाने पर, वाष्प सदैव असंपृक्त रहेगी। पर ताप घटाने से वाष्प (एक निश्चित् ताप पर) संपृक्त हो सकती है। उस समय दबाव और ताप का संबंध रैखिक (linear) नहीं रहेगा।

वाष्प और गैस (Vapour & Gas):—गैसों को दवाव डालकर और ताप घटा कर द्रवीभूत किया जाता है। एक निश्चित ताप से अधिक ताप पर गैस, बड़े, बड़े दबावों पर द्रवीभूत नहीं होती। इस ताप को क्रांतिक ताप (critical temperature) कहते हैं। गैस को कम से कम इस ताप पर ले आने पर दबाव लगाने से द्रवीकरण संभव होगा। जितना ताप कम होगा, उतना ही कम दबाव से द्रवीकरण हो सकेगा। क्रांतिक ताप पर गैस का आयतन, क्रांतिक आयतन, और दबाव, क्रांतिक दबाव कहा जाता है। मूलतः वाष्प और गैस में कोई अवस्था का अंतर नहीं होता। सामान्यतः वाष्प, उस वस्तु की गैसीय अवस्था को कहते हैं, जो साधारण ताप और दबाव पर द्रव या ठोस अवस्था में रहती है। यदि कोई वस्तु सामान्य ताप ही पर गैस अवस्था में विद्यमान हो, तो उसे गैस कहते हैं। क्रांतिक ताप से कम ताप पर गैस को वाष्प माना जा सकता है।

$365°C$ से अधिक ताप पर होने से जलवाष्प को द्रवीभूत नहीं किया जा सकता। यदि कार्बन डाइ ऑक्साइड (जिसका क्रांतिक ताप $30 \cdot 9°C$ है) एक वायुमंडलीय दबाव और $30°C$ पर हो, और पानी का वाष्प इसी दवाव और 101° पर हो, तो इन दोनों में कोई विशेष अंतर नहीं होता ; सिवाय इसके कि पहले को द्रवित करने के लिए कुछ अधिक दवाव की आवश्यकता होती है। इससे स्पष्ट है कि असंपृक्त वाष्पों (unsaturated vapour) को गैस समझा जा सकता है, जिनका ताप उनके द्रवीभवन ताप से बहुत अधिक होता है।

चित्र 63

आक्सीजन को द्रवित करने के लिए रौब्लेवस्की (Wroblewski) ने एक उपकरण की रचना की। गैस को पहले एक फौलाद के बेलनाकार बर्तन A में 120 वायुमंडलीय दबाव तक संपीडित किया गया। यह बेलन एक धातु की केश नली द्वारा एक सुदृढ़ कांच की नली से जुड़ा हुआ था। यह नली एक चौड़ी नली C से घिरी हुई थी। इस गैस को क्रांतिक ताप से कम ताप पर लाने के लिए कई श्रेणियां तै करनी होती हैं। पहले द्रवावस्था में कार्बन डाइ-ऑक्साइड को प्राप्त किया गया। फिर उसे शीघ्रता से वाष्पीभूत होने दिया गया। इससे जो ठंडक हुई, उसके कारण अवशिष्ट भाग जम कर

ठोस कार्बन डाइ-ऑक्साइड हो गया। अब इसे ईथर से मिलाकर तेजी से वाष्पीभूत होने दिया गया, जिससे मिश्रण का ताप गिरकर $-80^\circ C$ हो गया। इस ताप पर इथिलीन (ethylene) गैस द्रवीभूत हो जाती है। द्रवित गैस को टंकी D में जमा किया गया, जहां से वह तांबे के एक सर्पिल (spiral) S में होती हुई नली C में चली गई। सर्पिल, ठोस कार्बन डाइ-ऑक्साइड और ईथर के मिश्रण में डूबी थी। इथिलीन वाष्प को छोटे छिद्र O में शीघ्रता से खींचने पर ताप $-150^\circ C$ तक गिर जाता है। इस ताप पर B में ऑक्सीजन द्रवित हो जाती है। इससे भी कम ताप, द्रवित आक्सीजन को उड़ाने से उत्पन्न हो सकता है। ऐसे ताप, हाइड्रोजन या प्लैटिनम तापमापकों द्वारा नापे जा सकते हैं।

एण्ड्रूज के प्रयोग—एण्ड्रूज ने कार्बन-डाइ-ऑक्साइड गैस को लेकर भिन्न भिन्न तापों पर, दबाव और आयतन के पारस्परिक संबंध को ज्ञात किया। किसी ताप पर दबाव के घटाने बढ़ाने से जो आयतन प्राप्त होते हैं, उन्हें एक $P-V$ समतापीय वक्र रेखा द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। एण्ड्रूज के प्रयोग में 200 वायुमंडल तक के दबाव डाले गये। $31{\cdot}1^\circ C$ से नीचे की वक्र रेखाएं, वाष्प की समताप रेखाओं जैसी मिलती हैं। इससे नीचे के (कम ताप के) वक्रों में क्षैतिज भाग मिलता है, जो द्रव अवस्था का परिचायक है। (द्रव असंपीड्य होते हैं।) अधिक तापों पर क्षैतिज भाग नहीं रहता और वक्र आयताकार अतिपरवलय (Rectangular hyperbolae) होते हैं। $31{\cdot}1^\circ C$ से कम ताप पर गैस, द्रव में परिणत नहीं हो सकती। अतः यह कार्बन डाइ-आक्साइड का क्रांतिक ताप है।

चित्र 64

नीचे कुछ गैसों के क्रांतिक ताप दिये जाते हैं :—

सल्फर डाइ-ऑक्साइड	$157^\circ C$
कार्बन डाइ-ऑक्साइड	$31{\cdot}0C$
कार्बन मानोक्साइड	$-138{\cdot}7^\circ C$
ऑक्सीजन	$-118{\cdot}82^\circ C$
नाइट्रोजन	$-147{\cdot}13^\circ C$
हाइड्रोजन	$-239{\cdot}9^\circ C$
हीलियम	$-267{\cdot}84^\circ C$

गैसों का द्रवीकरण—फैराडे ने 1823 में क्लोरीन को द्रवीभूत किया। पत्थर के कोयले, अपने रंध्रों में क्लोरीन गैस को शोषित कर लेते हैं। उपकरण में एक मुड़ी हुई कांच की नली के सिरे पर शोषित क्लोरीन से युक्त कोयले रहते हैं। नली का दूसरा

सिरा हिम मिश्रण में रहता है। पहले सिरे को गर्म करने से क्लोरीन निकल कर ठंडे सिरे में इकट्ठी होती है। वहां वह अपने ही दवाब से द्रवीभूत हो जाती है। 1835 में इससे मिलती-जुलती व्यवस्था से थिलोरियर ने कार्बन-डाइ-ऑक्साइड को द्रवीभूत किया। पर हाइड्रोजन ऑक्सीजन, मीथेन, कार्बन मानोक्साइड, नाइट्रस ऑक्साइड आदि गैसें 3000 वायुमंडल तक के दवावों पर भी द्रवीभूत न हो पाईं। इससे इन्हें स्थाई (Permanent) गैसें कहा जाने लगा।

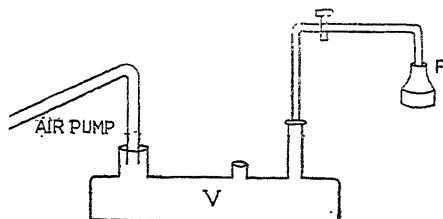
एण्ड्रूज़ के महत्वपूर्ण प्रयोगों ने समस्या के वास्तविक स्वरूप पर प्रकाश डाला। क्लोरीन, कार्बन डाइ-ऑक्साइड और सल्फर डाइ-ऑक्साइड का क्रांतिक ताप इतना अधिक है कि वे कमरे के ही ताप पर सामान्य दबावों से द्रवीभूत हो जाती हैं। ऑक्सीजन और अन्य स्थाई कही जानेवाली गैसों के क्रांतिक ताप वायुमंडलीय तापों से काफी कम होते हैं। जब ये गैसें अपने क्रांतिक ताप से कम ताप पर लाई जायें, तभी दवाव से द्रवीकरण संभव हो सकता है। हाइड्रोजन और हीलियम के द्रवीकरण में विशेष कठिनाई हुई, क्योंकि इनके क्रांतिक ताप बहुत कम होते हैं। सर्व प्रथम डीवर ने 1898 में हाइड्रोजन को और तत्पश्चात् केमर्लिंग ऑन्स ने 1908 में हीलियम को द्रवीभूत किया।

द्रवीकरण की मुख्य समस्या, वास्तव में निम्न ताप उत्पन्न करने की समस्या है। सामान्यतः इसके लिए निम्न विधियां काम में लाते हैं।

(1) **बर्फ में लवण घोलना**—0° पर वर्फ में साधारण लवण, कैल्शियम क्लोराइड पोटैशियम हाइड्रोक्साइड आदि लवण घोलने से मिश्रण का ताप गिर जाता है। लवण की मात्रा बढ़ाने से ताप कम होता जाता है। घोल संपृक्त होने पर, लवण का घुलना बन्द हो जाता है और ताप का गिरना बन्द हो जाता है। इस विधि द्वारा न्यूनतम ताप $-70^{\circ}C$ के लगभग लाया जा सकता है।

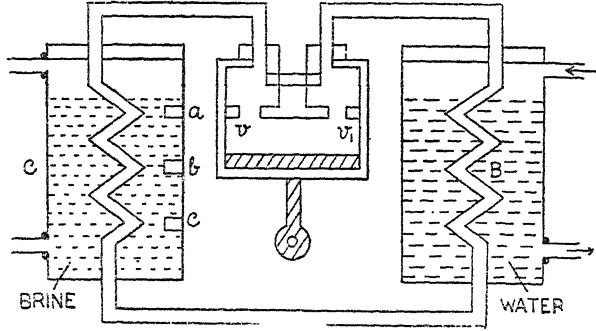
(2) **घटे हुए दबाव पर द्रव का उबालना** :—घटाए हुए दवाव पर उबाल तेजी से होता है। यदि द्रव को अन्य वस्तुओं के संस्पर्श में न रखा जाय, तो वाष्पीकरण की गुप्त उष्मा, द्रव स्वयं अपने अन्दर से ले लेता है।

प्रशीतन (Refrigeration) की क्रिया इसी सिद्धान्त पर आधारित है। इस क्रिया से किसी पिंड का ताप बहुत कम किया जा सकता है। यहां हम सामान्य जमाने की मशीनों का उल्लेख करेंगे।

(i) **कैरे (Carre's) की जमाने की मशीन**—जल से भरा एक फ्लास्क एक बर्तन से संबद्ध

चित्र 65

रहता है, जिसमें तीव्र गन्धक का तेजाब रहता है। यह बर्तन, एक वायु-पंप से जुड़ा रहता

है, जिसके द्वारा वर्तन को रिक्त किया जाता है। रिक्ति के कारण दबाव कम होने से, जल वाष्पीकृत होता जाता है। जलबाष्प को गन्धक का अम्लशोषित कर लेता है, जिससे दवाव बराबर कम रहता है और जल वाष्पीकृत होता रहता है और उसमें से उष्मा निकलती रहती है, जिससे वह जम जाता है।

(ii) **अमोनिया मशीन**—उपकरण में दो धातु के कुंडल, एक संपीडक पंप (Compression Pump) से जुड़े रहते हैं। एक कुंडल नमक की टंकी में पड़ा रहता है, और दूसरा कुंडल जल की टंकी में रखा रहता है। टंकी में धातु के वर्तन भी रहते हैं, जिनमें जल जमाया जाता है।

चित्र 66

कुंडली A में द्रव अमोनिया रहता है ; v, v' और V तीन कपाट हैं। v कपाट नीचे की ओर और v' ऊपर की खुलता है; V, B से A की ओर खुलता है।

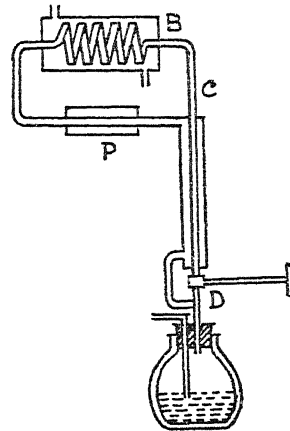
जब पंप का पिस्टन नीचे जाता है, तो v खुलता है, और v' बन्द रहता है। द्रव अमोनिया पर दवाव कम होने से वह वाष्पीकृत हो जाती है, और नमक के घोल से उष्मा खींचती है। पिस्टन ऊपर ठेला जाने पर, पंप की अमोनिया गैस, कपाट v' खोलती है, और कुंडली B में ठूंसती जाती है। वहां ठंडे जल के संपर्क से वह द्रवित हो जाती है। तब कपाट, के द्वारा वह कुंडली B में धीरे-धीरे प्रवेश करती है। इस क्रिया की पुनरावृत्ति होते होते नमक का घोल इतना ठंडा हो जाता है कि टंकी में पड़े हुए बर्तनों का जल जम जाता है।

पिक्टे (Pictet) ने 1878 में वायु का द्रवीकरण किया, अत्यन्त ठंड उत्पन्न करने के लिए उसने सल्फर डाइ-ऑक्साइड, कार्बन डाइ-ऑक्साइड एवं नाइट्रस ऑक्साइड को श्रेणी क्रम में प्रयुक्त किया। तदनन्तर कैमरलिंग आंस ने आक्सीजन को द्रवित करने के लिए केवल मिथाइल क्लोराइड और एथीलीन का प्रयोग किया। मिथाइल क्लोराइड का क्रांतिक ताप बहुत अधिक होता है। अतः कमरे के ताप पर इसे थोड़े ही दबाव से द्रवीभूत किया जा सकता है। पहले द्रव को एक नली में प्रवाहित किया जाता है, जिसके चारों ओर एक चौड़ी नली में ठंडा जल रहता है। फिर द्रव में मिथाइल क्लोराइड, एक बाहरी चौड़ी नली में से प्रवाहित होती है, जिसकी भीतरी नली में एथीलीन गैस बहती है। वहां कम दबाव पर यह वाष्पीकृत हो जाती है, जिससे ताप $90°C$ तक गिर जाता है। यह वाष्प पंप में

जाती है, जो दवाव डाल कर इसे पुनः द्रव में परिणत कर देता है। द्रव ठंडी मेथिल क्लोराइड के संपर्क से एथीलीन गैस द्रवीभूत हो जाती है। फिर वह एक वाहरी नली में से गुजरती है, जहां घटे दवाव पर वह वाष्पीकृत हो जाती है, जिससे ताप $-160^{\circ}C$ तक गिर जाता है। इसके भीतरी नलों में ऑक्सीजन गैस वहती है, जो ताप के गिराव से द्रवीभूत हो जाती है और एक डीवार फ्लास्क में एकत्रित हो जाती है। ऑक्सीजन को घटे हुए दवाव पर वाष्पीकृत करके $-221^{\circ}C$ तक ताप प्राप्त किया जा सकता है। पर हाइड्रोजन अथवा हीलियम कें क्रांतिक ताप इस ताप से भी बहुत कम होने के कारण, उन्हें इस प्रकार द्रवीभूत नहीं किया जा सकता।

(3) **स्थिरोष्म प्रसार**—दबी हुई कार्बन डाइ-आक्साइड से भरे किसी पीपे के मुख को खोल कर उसमें एक साफ कपड़े का टुकड़ा लगा देने से, कपड़े पर ठोस कार्बन डाइ-आक्साइड के कण जम जाते हैं। इससे प्रकट है कि स्थिरोष्म प्रसार से अत्यन्त ठंड उत्पन्न होती है।

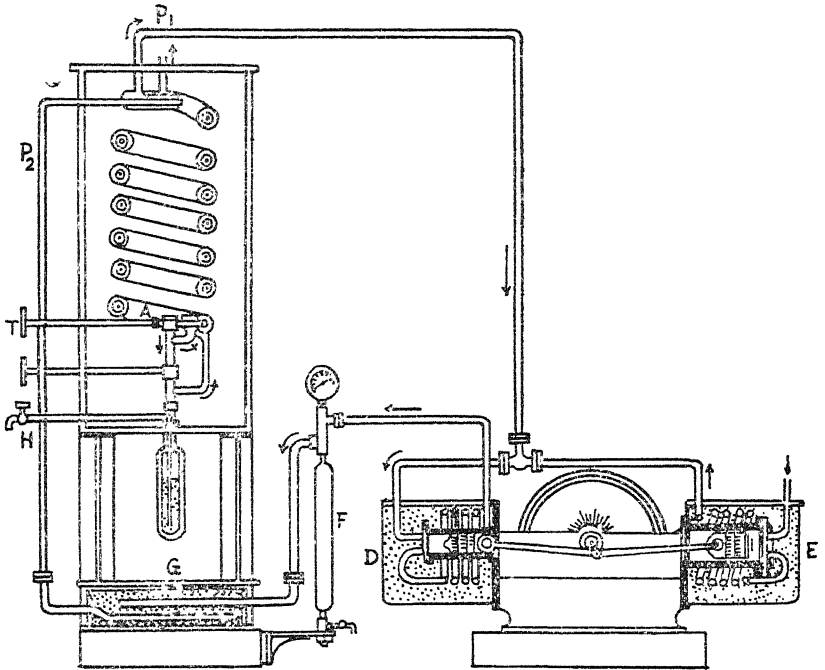
पोटैश क्रोम फिटकरी [$K_2SO_4, Al_2(SO_4)_3, 24H_2O$] के स्थिरोष्म विचुम्बिकित (demagnetise) होने से बहुत कम ताप प्राप्त होता है।

(4) **जूल टॉमसन प्रभाव** (Joule Thomson Effect) यदि किसी गैस को एक पतले छिद्र में से प्रवाहित किया जाय, जिसके दूसरी ओर दवाव कम हो, तो गैस का ताप कुछ गिर जाता है। ताप का यह ह्रास, दोनों ओर के दबावों के अन्तर के समानुपाती होता है और कम प्रारंभिक ताप पर इसका मान अधिक होता है। गैस पर बार बार जूल टामसन की क्रिया दुहरा कर ही ताप में विशेष कमी लाई जा सकती है। इसे पुनरुक्ति क्रिया (Regenerative Process) कहते हैं। जूल टॉमसन प्रभाव से ठंडी की गई गैस, एक वाह्य नली में से भेजी जाती है, जिससे भीतर की नली में प्रवाहित होनेवाली गैस और ठंडी हो जाती है। फिर इस भीतरी ठंडी गैस को पतले छिद्र में से निकलने देने पर इसका ताप और भी गिर जाता है।

चित्र 67

संपीडक पंप से गैस एक सर्पिल नली में जाती है, जिसके चारों ओर एक चौड़ी नली में ठंडे जल का प्रवाह किया जाता है। फिर गैस एक नली में से गुजर कर आगे के कपाट पर फैलती है, और जूल टामसन, प्रभाव से ठंडी होती है। फिर एक वाहरी नली से यह ऊपर वापस आती है। यह आने वाली गैस को ठंडा करती जाती है। दबाव वाले पंप में पहुंच कर वह फिर पुनरोत्पादक नलियों से होकर कपाट की ओर चलने

लगती है। इस चक्र के चलते रहने से गैस का ताप काफी गिर जाता है। फिर गैस का कुछ भाग द्रवित होकर, डिवार फ्लास्क (Dewar Flask) में इकट्ठा हो जाता है।

वायु के द्रवीकरण करने के लिंडे उपकरण में (Linde's apparatus) पुनरोत्पादित शीतलीकरण के सिद्धान्त का उपयोग जर्मनी में लिंडे ने किया।

इसमें एक द्विक्रम संपीडक रहता है। पहले एक मशीन द्वारा गैस, एक वायुमंडल से 20 वायुमंडल तक दबाई जाती है। फिर शीतल जल की धारा से ठंडा करके उसे दूसरी मशीन में 20 से 200 वायुमंडल के दबाव पर ले आते हैं। यह दबी हुई गैस

चित्र 68

कास्टिक सोडा से भरे हुए एक सुदृढ़ बेलन में से जाने दी जाती है। कास्टिक सोडा, कार्बन-डाइ-ऑक्साइड गैस को सोख लेता है। यदि वायु में से इसे न निकाल दिया जाय, तो कम ताप पर ठोस बन कर वह सब कपाटों को बन्द कर देगी। फिर गैस, हिम-मिश्रण द्वारा ठंडी की हुई नलियों में से गुजरकर, धातु की एक नली में होती हुई, द्रवीकरण मशीन की भीतरी नली में जाती है। इसके अंत में एक डाट होती है, जिसमें एक थ्राटिल कपाट (Throttle Valve) लगा रहता है, जो एक हत्थे (handle) द्वारा नियंत्रित किया जाता है। पहली बार फैलने पर उसका ताप $-78°C$ हो जाता है। फिर बीच

की नली में होकर वायु ऊपर को उठती है, और उतरती हुई गैस को ठंडा कर देती है, और एक नली में होकर संपीडक तक पहुंचती है। वहां संपीडित होकर वह हिम-मिश्रण में पड़ी हुई दूसरी नली द्वारा नियंत्रित कपाट पर पहुंचती है। कुछ चक्करों के पश्चात् भीतरी तीसरी नली का ताप बहुत गिर जाता है, और दूसरा थ्रौटिल कपाट (Throttle Valve) खोल दिया जाता है। यहां प्रसारित होकर वह वायुमंडलीय दबाव पर आ जाती है। जूल-टॉमसन प्रभाव के कारण द्रवीभूत होकर वह एक डिवार फ्लास्क में संचित हो जाती है। अद्रवित वायु, बाहरी नली में से ऊपर की ओर चल देती है, और भीतरी दोनों नलियों को ठंडा करती जाती है।

यदि वायु को ठोस कार्बन डाइ-ऑक्साइड द्वारा ठंडा कर लिया जाय, तो द्रव वायु अत्यन्त शीघ्र मिल सकती है।

हल किए हुए प्रश्न

1. किसी द्रव के संपर्क में कुछ वायु का आयतन, पारे के 74·8 सें० मी० दबाव पर 126 घन सें० मी० है। जब दबाव 141·8 सें० मी० हो जाता है, तो आयतन आधा हो जाता है। यदि ताप स्थिर रहता है, तो उस ताप पर द्रव का वाष्प दबाव निकालो। (मद्रास, '39)

मान लीजिए कि द्रव का वाष्प दबाव p सें० मी० है :

पहली स्थिति में केवल वायु का दबाव $=(74{\cdot}8-p)$ सें० मी०

दूसरी स्थिति में तदनुरूपी दबाव $=(141{\cdot}8-p)$

आयतन आधा होने से स्पष्ट है कि वायु का दबाव दूना हो गया है।

$\therefore\ 2(74{\cdot}8-p)=141{\cdot}8-p$, अर्थात् $149{\cdot}6-2p=141{\cdot}8-p$

या $=7{\cdot}8$ सें० मी०

2. एक बैरोमीटर नली में पारे के ऊपर के भाग में कुछ हवा, पानी की वाष्प तथा एक बूंद पानी है। पारे के स्तंभ की ऊंचाई 73 सें० मी० उस समय पाई गई, जब शुद्ध बैरोमीटर के पारे की ऊंचाई 75 सें० मी० थी। जब शुद्ध बैरोमीटर की ऊंचाई 76 सें० मी० थी, उस समय उपर्युक्त बैरोमीटर के पारे के स्तंभ की ऊंचाई 73·9 सें० मी० पाई गई। यदि पहली दशा में पारे के ऊपर नली की ऊंचाई 11 सें० मी० रही, तो नली के अन्दर की हवा का दबाव तथा पानी की संपृक्त (Saturated) वाष्प का दबाव ज्ञात करो।

मान लो कि संपृक्त वाष्प का दबाव x सें० मी० है।

नली की कुल ऊंचाई $=(73+11)$ सें० मी० $=84$ सें० मी०। पहली स्थिति में वायु तथा संतृप्त जलवाष्प का दबाव $=(75-73)$ सें० मी० $=2$ सें० मी०

दूसरी स्थिति में वायु तथा संपृक्त जलवाष्प का दबाव $=(76-73{\cdot}9)$ सें० मी०
$=2{\cdot}1$ सें० मी०

दूसरी स्थिति में वायु तथा संपृक्त जलवाष्प के स्तंभ की लंबाई,
$=(84-73{\cdot}9)=10{\cdot}1$ सें० मी०

शुष्क वायु के लिये बॉयल नियमानुसार,

$$(2-x)\times 11=(2{\cdot}1-x)\times 10{\cdot}1$$

अर्थात् $22-11x=21{\cdot}21-10{\cdot}1x$

$\therefore\ {\cdot}9x={\cdot}79$, या $7.9/9={\cdot}878$ सें० मी० लगभग

पहली स्थिति में नली के अंदर की हवा का दबाव $=(2-{\cdot}878)$ सें० मी०
$=1{\cdot}122$ सें० मी०

प्रश्नावली

1. A और B दो बैरोमीटर हैं। A में पारे के ऊपर थोड़ी हवा है, और B में थोड़ी हवा और एक पानी की बूंद भी है। कमरे के ताप पर दोनों अवलोकन समान हैं। क्या उनका अवलोकन सब तापों पर समान ही रहेगा ? यदि ताप घटाएं, या बढ़ाएं तो किसकी ऊंचाई अधिक होगी ? (**लंदन**, 1893) (**कलकत्ता**, 1909) वायुमंडलीय दबाव के घटने बढ़ने से अवलोकनों में क्या अंतर होगा ?
2. उबलना और वाष्पी भवन (Boiling and evaporation) में क्या अंतर है ? यदि द्रव के ऊपर हवा हो, तब प्रत्येक अवस्था में क्या प्रभाव पड़ता है ? ईथर का क्वथनांक (boiling point) पानी से कम क्यों हैं ?
3. एक पारे की टंकी में डूबे हुए बैरोमीटर में पारे के ऊपर कुछ हवा और वाष्प का संपृक्त मिश्रण है और पारे की ऊंचाई 70 सें० मी० है। वायुमंडल का दबाव 76 सें० मी० है। यदि नली को पारे के हौज में इतना नीचा कर दिया जाय कि पारे की जगह के ऊपर का आयतन पहले की अपेक्षा आधा रह जाय, तो नली में पारे के स्तंभ की ऊंचाई क्या होगी ? संपृक्त जलवाष्प का दबाव 1.5 सें० मी० है। (**लंदन**, 1908) (**उत्तर**, 65.5 सें० मी०)
4. प्रयोग द्वारा सिद्ध कीजिए कि उबाल-विन्दु पर किसी द्रव का संतृप्त वाष्प-दबाव उस बाहरी दबाव के बराबर होता है, जिस दबाव पर उस ताप पर वह द्रव उबलता है।

5. एक वर्त्तन में द्रव भरा है, और द्रव में एक हवा का बुलबुला वर्तन की दीवार पर चिपका है। सिद्ध करो कि यदि द्रव गरम करें, तो ताप जैसे जैसे द्रव के क्वथनांक के पास पहुंचता है, तैसे-तैसे बुलबुले का आयतन बहुत अधिक होता जाता है।
6. डाल्टन के आंशिक दवावों के नियम को प्रतिज्ञात (enunciate) करो।
(यू० पी० बोर्ड, '20, पटना, '26, '40)
7. जलवाष्प का अधिकतम दवाव 0° और 100°C बीच कैसे ज्ञात करोगे ?
(कलकत्ता, '39, मद्रास,) 34, '42)
8. गैस और वाष्प में क्या अन्तर है ? (कलकत्ता, '27, पटना, '26)
हीलियम और हाइड्रोजन को द्रवीभूत करने में क्या कठिनाइयां हैं ?
9. किसी वायुरिक्त बेलन में एक पिस्टन का आयोजन है। बेलन में केवल इतना जल है, प्रविष्ट कराते हैं कि वह 20°C पर भीतर की जगह को आयुक्त कर ले। निम्न दशाओं में क्या होता है ?

   (अ) पिस्टन को ऊपर खींच कर बेलन में पिस्टन के नीचे आयतन बढ़ाते हैं।
   (ब) पिस्टन को नीचे ले जाकर आयतन को घटाया जाता है।
   (स) आयतन वही रख कर ताप 50° कर दिया जाता है।
   (द) ताप गिर कर 10°C हो जाता है (कलकत्ता, '10, '23, '24)
10. संपृक्त वाष्प में विभेद करो। उनके गुणों की तुलना, बॉयल और चार्ल्स नियम की दृष्टि से करो। (पटना, '31, '42)
उन पर दवाव घटाने बढ़ाने का क्या प्रभाव होता है ? (कलकत्ता, '52)
11. यह कैसे दिखाया जा सकता है कि वाष्प दबाव, विद्यमान वायु की मात्रा पर निर्भर नहीं करता। (कलकत्ता, '45)

    एक हवा की मात्रा पानी की वाष्प से 18°C ताप पर संपृक्त है और 74 सें० मी० दवाव पर 120 घन सें० मी० स्थान घेरती है। दवाव बढ़ा कर 140 सें० मी० करने से आयतन आधा हो जाता है। वाष्प का दबाव निकालो (उत्तर, 8 सें० मी०)
12. प्रशीतक (Refrigerater) की क्रिया प्रणाली समझाइये।
13. वर्फ जमाने की किसी व्यवस्था को समझाइये। इससे सामान्यतः ताप कितना कम किया जा सकता है ?
14. क्रांतिक ताप (critical temperature) से क्या अभिप्राय है ? वायु को किस प्रकार द्रवीभूत किया जा सकता है ?
15. गैसों के द्रवीकरण (liquefaction) पर एक निबंध लिखो।

अध्याय 7

आर्द्रतामापन (Hygrometry)

वायुमंडल में सदैव कुछ न कुछ जलवाष्प विद्यमान रहती है। यद्यपि उसकी मात्रा, आक्सीजन, नाइट्रोजन आदि गैसों की अपेक्षा बहुत कम होती है, पर हम उसकी अवहेलना नहीं कर सकते, क्योंकि किसी स्थान की किसी काल की जलवायु पर उसका काफी प्रभाव पड़ता है।

डाल्टन का आंशिक दबाव का नियम—यदि एक ही आयतन और ताप पर कई गैसें और वाष्प हों, जो एक दूसरे से रासायनिक क्रिया न करती हों, तो मिश्रण का संपूर्ण दबाव, इन सब अवयवों के व्यक्तिगत अथवा आंशिक दबावों के योग के बराबर होगा।

यदि $p_1, p_2, \ldots p_n$ इन अवयवों के आंशिक दबाव, और P संपूर्ण दबाव को प्रकट करें, तो $P = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$। इसी नियम से जलवाष्प के कारण वायुमंडलीय दबाव में परिवर्तन ज्ञात किया जा सकता है। यह नियम अधिक दबावों के लिए सत्य नहीं है।

ओसांक (Dew-point):—वायु मंडल की वायु में जलवाष्प, सामान्यतः असंपृक्त (unsaturated) होती है, अर्थात् उसमें अतिरिक्त जल-धारण की क्षमता होती है। अधिक ताप पर यह क्षमता अधिक होती है। किसी प्रकार से किसी स्थान पर शीतली भवन के कारण, वायु का कोई आयतन, कम जलवाष्प धारण करने में समर्थ होता है। ताप गिरते गिरते यह साधारण क्षमता कम होती जाती है और एक ताप ऐसा आता है, जब जलवाष्प की विद्यमान मात्रा, वायु को संपृक्त (saturate) कर लेती है, और जलवाष्प की कुछ बूंदें ठंडे तलों पर जल की कणिकाओं के रूप में जमने लगती हैं। इन्हें ओस कहते हैं। ताप के और गिरने से संचित जल की मात्रा बढ़ती जाती है। जिस ताप पर ओस बनना प्रारंभ हो, उसे ओसांक कहते हैं।

अस्तु, ओसांक वह ताप है, जिस पर वायु में विद्यमान जलवाष्प उसे संपृक्त भर कर लेती है।

गैस समीकरण के अनुसार, किसी निश्चित् आयतन की गैस का दबाव, उसकी संहति के समानुपाती होता है। यह नियम असंपृक्त वाष्प के लिए भी लागू है, पर संपृक्त वाष्प के लिए नहीं (क्योंकि असंपृक्त वाष्प, बॉयल और चार्ल्स नियमों का पालन करती है, जिन पर गैस समीकरण आधारित है; संपृक्त वाष्प इन नियमों का पालन नहीं करती)।

अस्तु, वायुमंडल के ताप पर विद्यमान जलवाष्प का दबाव, ओसांक पर जलवाष्प के अधिकतम (संपृक्त) दबाव के बराबर होता है।

ओसांक के ज्ञान से हम वायुमंडल में विद्यमान जलवाष्प का दवाव मालूम कर सकते हैं। इसके लिए रैनू ने एक तालिका बनाई, जिससे प्रत्येक ताप पर संपृक्त दवाव का मान पढ़ा जा सकता है। ओसांक पर संपृक्त दवाव पढ़ने से हमारा अभीष्ट दवाव निकल आता है।

ओस बनने के लिए सहायक परिस्थितियां:—

(1) साधारण रूप से गर्म (warm) और निःस्तब्ध (calm) वातावरण—वायु के झोंके जलवाष्प को उड़ा ले जाते हैं, जिससे ओस बनने में रुकावट होती हैं।

(2) **मेघविहीन शीतल रात्रि**—सूर्यास्त के समय, पिंड उष्मा का विकिरण करने लगते हैं। आकाश में वादल, पृथ्वी के तल से विकिरित उष्मा को परावर्तित कर पीछे लौटा देते हैं, जिससे ताप में गिराव कम हो जाता है।

उष्मा के इस परावर्तन के ही कारण, बादलों से छाई हुई रात, जगमगाते तारों की रात की अपेक्षा अधिक गर्म मालूम होती है। प्रायः वह कष्टप्रद होती है।

(3) ओस जमानेवाला पदार्थ अच्छा विकिरक और कुचालक होना चाहिए। पृथ्वी के निकट होने पर निक्षेपक पिंडों पर अधिक ओस जमती है।

विकिरण द्वारा ताप शीघ्रता से गिरेगा। सामान्यतः पिंड, पृथ्वी के संपर्क में रखा होता है। कुचालक होने के कारण, पृथ्वी की उष्मा उसमें नहीं आ सकती। पृथ्वी रात में विकिरण के कारण अधिक ठंडी हो जाती है। इसलिये उसके निकट के पदार्थों पर ओस सरलता से जम जाती है।

आपेक्षिक आर्द्रता:—वायुमंडल में वास्तविक विद्यमान जलवाष्प की मात्रा उसी ताप पर संपृक्त (अधिकतम) जलवाष्प की मात्रा के अनुपात को आपेक्षिक आर्द्रता कहते हैं।

इसे प्रायः प्रतिशत के रूप में व्यक्त किया जाता है।

व्यंजकों के रूप में:—

$$\text{आ० आ०} = 100 \times \frac{\text{वायुमंडलीय वायु के किसी आयतन में जलवाष्प की संहति}}{\text{उसी ताप पर उसी आयतन की वायु को संपृक्त करने के लिए अभीष्ट जलवाष्प की संहति}}$$

$$= 100 \times \frac{\text{वायुमंडलीय ताप पर जलवाष्प का आंशिक दबाव}}{\text{उसी ताप पर जलवाष्प का संपृक्त दबाव}}$$

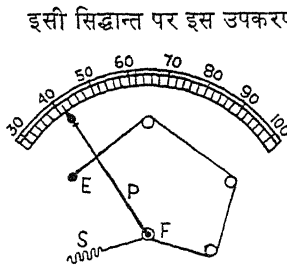
$$= 100 \times \frac{\text{ओसांक पर संपृक्त दबाव}}{\text{वायु मंडलीय ताप पर संपृक्त दबाव}}$$

आर्द्रता अथवा शुष्कता का हमारा अनुभव, आपेक्षिक आर्द्रता पर ही निर्भर है। एकही ताप पर यदि दो कमरे हों, तो जिस कमरे में आपेक्षिक आर्द्रता अधिक है, वहां हमें अधिक नमी का अनुभव होगा। अधिक नमी कष्टप्रद होती है।

आर्द्रता अधिक होने पर वाष्पीभवन की दर (rate of evaporation) कम

होती है। इसीलिए बरसात में जाड़ों की अपेक्षा कपड़े देर में सूखते हैं, यद्यपि जाड़ों में ताप कम होता है।

आर्द्रतादर्शक और आर्द्रतामापक (Hygroscopes & Hygrometers)—आर्द्रतादर्शक आर्द्रता का गुणात्मक (Qualitative) बोध कराते हैं। वे सब पदार्थ जो वायुमंडल से आर्द्रता शोषित करते हैं (जैसे साधारण नमक, कैल्शियम क्लोराइड आदि) आर्द्रता दर्शक के रूप में प्रयुक्त हो सकते हैं।

बाल-आर्द्रतादर्शक (Hair hygroscope)—तेल या चिकनाई से विमुक्त बाल, (कास्टिक सोडा में धोकर) आर्द्रता शोषण करने पर फैल जाता है, और सूखने पर सिकुड़ जाता है।

इसी सिद्धान्त पर इस उपकरण की रचना हुई है। बाल एक दृढ़ संधार (क्लैम्प) से लटका रहता है, और एक घिर्री से गुजरकर एक कमानी से संबद्ध किया जाता है। घिर्री से एक निर्देशक जुड़ा रहता है। घिर्री के घूमने से, वह एक अंकित पैमाने पर चलता है। आर्द्रता बढ़ने से, बाल लंबा हो जाता है, और निर्देशक नीचे चला जाता है। आर्द्रता कम होने से वह ऊपर खिसक जाता है।

चित्र 69 (a)

आर्द्रतामापक सामान्यतः तीन श्रेणियों के होते हैं :—

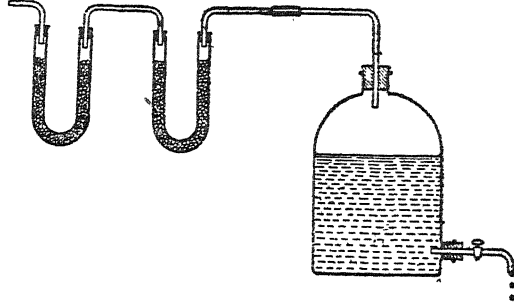
(i) रासायनिक आर्द्रतामापक

(ii) ओसांक ,,

(iii) गीला और सूखी घुंडी का आर्द्रतामापक

रासायनिक आर्द्रतामापक (Chemical Hygrometer)—एक चूषित्र (aspirator) को तीन यू-नलियों से श्रेणी क्रम में जोड़ देते हैं। इन नलियों में फास्फोरस पेंटाक्साइड रहता है, जो आर्द्रता का शोषक है। चूषित्र को जल से भरकर टोंटी खोलने पर, वायुमंडल की वायु खिच आती है। इसका आयतन, चूषित्र से निकले हुए जल के आयतन के बराबर होता है। चूषित्र में प्रवेश करने से पूर्व, बाहरी वायु यू-नलियों में फॉस्फोरस द्वारा जलरिक्त हो जाती है। चूषित्र से मिली हुई पहली यू-नली, चूषित्र की नमी को शेष दो नलियों में जाने से रोकती है। इन दोनों नलियों को प्रारंभ में और टोंटी से जल निकालने के पश्चात् तोल लिया जाता है। तोल की वृद्धि से आयतन की वायु में जलवाष्प की संहति m ज्ञात हो जाती है।

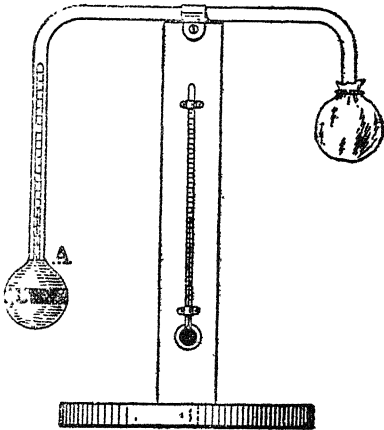
फिर वायुमंडल से संबद्ध यू–नली को एक चौड़ी शीशे की नली से जोड़ देते हैं जिसके दोनों सिरों पर रबड़ के काग लगे होते हैं, जिनमें से पतली छोटी नलियां प्रविष्ट की जाती

हैं। इस नली में जल से भींगे हुए पारस पत्थर (Pumice) रहते हैं। फिर चूषित्र को जल से भर कर टोंटी खोल देते हैं। अब बाहर से आनेवाली वायु, पारस पत्थरों पर से गुजर कर संपृक्त हो जाती है, और बताए हुए प्रयोग को इस व्यवस्था से दुहराने पर पूर्वकथित दो नलियों में तोल की वृद्धि, समान आयतन की संपृक्तवायु में जलवाष्प की संहति M को प्रकट करेगी। इसके लिए यह आवश्यक है कि चूषित्र से उतना ही जल निकाला जाय, जितना पहले निकाला गया था। (प्रत्येक स्थिति में सारे चूषित्र को खाली करने में सुविधा रहती है।)

चित्र 69

अब, आ० आ० $= \frac{m}{M} \times 100$

इस व्यवस्था में ये अवगुण हैं :—

(1) चूषित्र से जल धीरे-धीरे निकलना चाहिए। तेजी से वायु खिंचकर आने से सब नमी शोषित नहीं होने पाती। टोंटी को नियंत्रित करने में बड़ी झंझट रहती है।

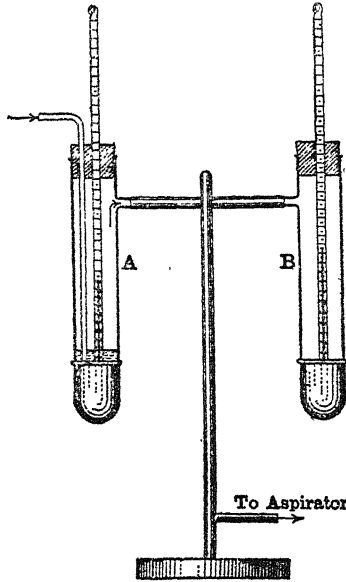
(2) यदि आर्द्रता बदल रही हो, तो यह व्यवस्था उपयुक्त नहीं होगी। चूषित्र काफी देरमें खाली होता है। इसलिए इस प्रकार निकाली गई आपेक्षिक आर्द्रता, केवल मध्यमान मान प्रकट करती है।

चित्र 70

डैनियलका आर्द्रतामापक (Daniel's hygrometer)—इसमें एक बल्व होता है, जिसके नीचे के भाग में एक क्षैतिज सुनहरी पट्टी होती है, जो उसे घेरे रहती है। दूसरे इसमें कुछ द्रव ईथर भरा होता है। यह बल्व, एक नली द्वारा दूसरे बल्व से जुड़ा रहता है, जिस पर मलमल लिपटा रहता है। द्रव ईथर के ऊपर, उपकरण में केवल ईथर की वाष्प रहती है। पहली बल्व के भीतर द्रव में डूबा हुआ एक तापमापक रहता है। कमरेके ताप का निकालनेके लिए स्टैंड में एक दूसरा तापमापक लगा रहता है।

मलमल पर ईथर उड़लने से, वह तेजी से वाष्पीकृत होती है, जिससे मलमल लपेटी हुई बल्ब ठंडी हो जाती है। इससे उपकरण की कुछ ईथर वाष्प द्रवीभूत हो जाती है। उपकरण में द्रव ईथर के ऊपर का दबाव कम होने से, कुछ द्रव वाष्पीकृत हो जाता है। वाष्पीभवन की गुप्त उष्मा के निकल जाने से द्रव-संधारक बल्ब कुछ ठंडा हो जाता है। मलमल पर ईथर उड़ेलते रहने से एक स्थिति ऐसी आ जाती है कि बाहरी तल पर ओस जमने लगती है। ओसांक पर सुनहरी पट्टी निष्प्रभ हो जाती है। इस समय दोनों तापमानों को पढ़ लिया जाता है। फिर इनके अनुरूप महत्तम दबाव रैनू की सारिणी से देखकर, आपेक्षिक आर्द्रता निकाली जाती है।

इस उपकरण में ये दोष हैं।

(1) शीशा, उष्मा का अधम चालक है। इसलिए उपकरण के अन्दर का और बाहर का ताप भिन्न होता है। इस कारण द्रव में डूबा हुआ तापमापक, ओसांक से भिन्न होता है।

(2) वाष्पीभन, द्रव के तल से होता है। ईथर को विलोडित नहीं किया जा सकता। द्रव में डूबा हुआ तापमापक, भीतर के द्रवपुंज का ताप प्रकट करता है, जो द्रव के तल के ताप से भिन्न होता है।

चित्र 71

(3) ठंडा होने की दर को नियंत्रित करना कठिन है।

(4) मलमल के ईथर के वाष्पीभवन से, उपकरण के आस-पास की वायु भी कुछ ठंडी हो जाती है। उपकरण के बाहर का तापमापक भी कुछ कम ताप प्रकट करता है।

(5) यह ठीक से नहीं मालूम पड़ता कि किस समय सुनहरी पट्टी निष्प्रभ हो जाती है, जिससे ओसांक का शुद्ध निर्धारण नहीं हो पाता।

(6) निरीक्षक की सांस से भी ओसांक पर प्रभाव पड़ सकता है।

रैनू का आर्द्रतामापक:—रैनू ने एक उपकरण की रचना की, जिसमें डैनियल के आर्द्रतामापक के अधिकांश दोषों का निवारण किया गया है।

इसमें एक परख नली रहती है, जिसके निचले भाग को निकाल कर एक पतली चमकदार चांदी की टोपी लगा दी जाती है, जो उसमें बिठाई जा सकती है। इसमें द्रव ईथर

रहता है। नली का ऊपरी सिरा एक काग से बन्द रहता है, जिसके छिद्रों में से एक तापमापक और एक टेढ़ी नली निकलकर द्रव में डूबी रहती है। परीक्षण नली, अपनी ही प्रकार की एक नली से एक बगल की नली द्वारा संबद्ध रहती है। इस नली के भी निचले भाग में एक चांदी की टोपी लगी रहती है। इसका ऊपरी सिरा एक काग से बन्द रहता है, जिसमें छिद्र करके एक तापमापक इस नली में प्रविष्ट कराया जाता है। यह नली तुलना के लिए है। बगल की नली से एक चूषित्र संबद्ध रहता है। चूषित्र में से जल निकालने पर कुछ वायु टेढ़ी नली से खिंच आती है, और ईथर में से बुदबुदाती हुई चूषित्र में चली जाती है। इससे ईथर में शीघ्रता से वाष्पीभवन होने लगता है, और उसका ताप गिर जाता है। द्रव के संस्पर्श में चांदी की टोपी का भी ताप धीरे-धीरे कम होता जाता है। ताप गिरते गिरते यह टोपी ओसांक पर आ जाती है। बाहरी तल पर ओस जमने से यह टोपी निष्प्रभ हो जाती है। दोनों चांदी की टोपियों को एक साथ देखने से ईथर की संधारक टोपी की कांति का उड़ना सरलता से पहचाना जा सकता है। दोनों ओर के तापमापक क्रमशः ओसांक और कमरे का ताप प्रकट करते हैं।

चूषित्र की टोंटी द्वारा जल का निकलना और वायु खिंच आने से वाष्पीभवन की दर नियंत्रित की जा सकती है। वायु द्वारा मथे जाने के कारण, द्रवपुंज और द्रव तल के ताप एक ही होते हैं। चांदी की सुचालकता के कारण अंदर और बाहर के तापों में भी विशेष अंतर नहीं होता। सांस के कारण उत्पन्न अशुद्धि को दूर करने के लिए, रैनू ने अपने निरीक्षण, दूरबीन की सहायता से लिए।

डाइन का आर्द्रतामापक (Dine's Hygrometer):—यह एक सरल उपकरण है, जिसके द्वारा ओसांक काफी शुद्धता से मालूम हो जाता है।

एक टंकी किसी पतली नली द्वारा एक धातु के बक्स से संबद्ध रहती है, जिसका ऊपरी

चित्र 72

सिरा, काले शीशे की एक पतली प्लेट से बन्द रहता है। धातु के बक्स के ऊपरी भाग में एक तापमापक रहता है। संबंधक नली में एक रोधनी लगी होती है। टंकी में शीतल-जल और बर्फ के टुकड़े रहते हैं। रोधनी खोलकर ठंडाजल धातु के बक्स में प्रवाहित होने दिया जाता है,और एक निकास द्वारा उसे बाहर जाने दिया जाता है। जब शीशे की प्लेट

पर ओस जमने लगती है, तो प्लेट का रंग बदल जाता है। इस समय रोशनी को बन्द करके तापमापक का पाठ ले लेते हैं। फिर जब प्लेट के गर्म होने पर ओस ओझल हो जाती है, उस समय का भी ताप पढ़ लिया जाता है। इन दोनों पाठों का मध्यमान, वास्तविक ओसांक प्रकट करता है।

गीली और सूखी घुंडी का आर्द्रतामापक :—इस उपकरण में, एक प्रकार के दो तापमापक, कुछ दूरी पर एक चौखटे में टिके रहते हैं। एक तापमापक की घुंडी पर एक मलमल का टुकड़ा लिपटा रहता है, जो एक ऐसी बत्ती से जुड़ा रहता है, जिसमें चिकनई नहीं होती। बत्ती का एक सिरा किसी बर्तन में रखे हुए जल में डूबा रहता है। (चित्र 73)

मलमल और बत्ती को जल में भिगो दिया जाता है। जल के वाष्पीभवन से, तापमापक का पारे का सूत्र धीरे-धीरे गिर कर स्थिर हो जाता है। यह ताप, आर्द्रता पर निर्भर होता है। दूसरा तापमापक, कमरे का ताप प्रकट करता है। पाठ लेने से पहले वायु गीली घुंडी के ऊपर 3 मीटर प्रति सेकंड के वेग से प्रवाहित होने दी जाती है।

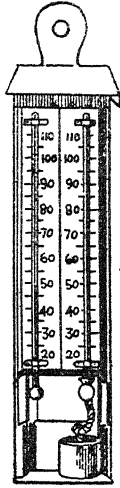
ग्लेशर (Glaisher) ने सिद्ध किया कि शुष्क बल्व के ताप और ओसांक का अन्तर तथा शुष्क और गीली घुंडी के तापों का अन्तर, एक निश्चित अनुपात में होते हैं, जो सूखी घुंडी के ताप पर निर्भर है। यदि t_1, t_2 एवं t क्रमशः सूखी और गीली घुंडियों के ताप तथा ओसांक को व्यक्त करे, एवं Ft_1 इस अनुपात (ग्लेशर का गुणांक) को प्रकट करे, तो,

$$\frac{t_1-t}{t_1-t} = Ft_1 \qquad \text{अथवा} \quad t_1-t = Ft_1(t_1-t_2)$$

इस सूत्र द्वारा ओसांक t को निकाला जा सकता है।

चित्र 73

जलवाष्प का शीतली भवन :—

बादल—हम जानते हैं कि जल के प्रत्येक खुले तल से प्रतिक्षण जलवाष्प निकल कर उठती रहती है। दिन के समय, सूर्य की प्रचंड रश्मियों से झील, तालाब, समुद्र और नदियों आदि का बहुत सा जल, वाष्प में परिणत हो जाता है। यह जलवाष्प, शुष्क वायु से हल्की होने के कारण (इसके और शुष्क वायु के घनत्वों में अनुपात ·622 है) ऊपर चढ़ती है। पृथ्वी के तल के निकट, अधिक ताप के कारण, जल वाष्प असंप्रक्त (unsaturated) रहती है। ऊपर जाने पर यह दो कारणों से ठंडी होती जाती है। (i) ऊंचाई पर ताप कम होता है। (ii) ऊंचाई पर यह वायु की ठंडी तहों के संपर्क में आती है। (iii) ऊपर जाकर कम दबाव के कारण वह फैल जाती है। ताप कम होते होते एक ऐसी स्थिति आ जाती है, जब जलवाष्प संपृक्त हो जाती हैं। और

अधिक चढ़ने पर, वह बूंदों के रूप में धूल आदि के बहते हुए कणों पर निक्षिप्त हो जाती है। बहुत-सी कणिकाएं मिलकर 'बादलों' के समूह बनाती हैं।

बादल, मुख्यतः चार प्रकार के होते हैं।

(i) चपल (Nimbus) (ii) बलाहक (Stratus) (iii) शाल्मली मेघ (Cumulus) और (iv) पुष्करावर्तअभ्र (Cirrus)

चपल (Nimbus):—यह वर्षा लाने वाले बादल हैं। इनकी कोई विशेष आकृति नहीं होती पर रंग एक-सा भूरा होता है, और धारीदार (fringed) किनारे होते हैं। यह 3000′ से 4000′ की ऊंचाई के बीच बनते हैं।

बलाहक (Stratus):—यह अच्छी ऋतु के सूचक होते हैं। इनकी आकृति बड़ी अविरल क्षैतिज चादरों जैसी होती है। सामान्यतः सूर्यास्त के समय यह बादल दिखाई देते हैं। शरद् ऋतु में ये बहुधा प्रकट होते हैं। ये लगभग 2000′ की ऊंचाई पर बनते हैं।

शाल्मली (Cumulus):—ये बादल, एक दूसरे पर लदे हुए पहाड़ों की तरह मालूम होते हैं। ये प्रायः गर्मियों में प्रातःकाल दिखाई देते हैं। इनके बनने की ऊंचाई 4000′ और 5000′ के बीच होती है।

पुष्करावर्त अभ्र (Cirrus):—ये बहुत ऊंचे बादल होते हैं। इनकी ऊंचाई लगभग 27000′ होती है। ये सफेद और आकार में छोटे होते हैं। देखने में ये रेशेदार लगते हैं।

वर्षा और वर्षा का आमान (Rain and Rain Gauge):—अधिक ऊंचाई पर वाष्प के संघनित होते रहने से धीरे-धीरे वाष्प कणों का आकार बढ़ता रहता है। जब कई इस प्रकार के कण मिल जाते हैं, तो वे अपने भार को नहीं संभाल पाते, और वर्षा के रूप में नीचे उतर आते हैं। नीचे आते आते इनका आकार बढ़ता जाता है, क्योंकि नीचे की वायु की तहों में ताप अधिक होने के कारण, वहां संघनन (Condensation) अधिक मात्रा में होता है।

किसी स्थान पर जलवृष्टि की मात्रा मालूम करने के लिए वर्षा गेज (Rain Gauge) का प्रयोग किया जाता है। इसमें एक विशेष क्षेत्रफल की कीप एक बोतल में लगी रहती है। इस बोतल को एक सुदृढ़ बेलनाकार बर्तन में रखा जाता है। एक दूसरे उदग्र बेलन की कोर नुकीली (Knife-edged) होती है। गेज (gauge) को किसी खुली जगह पर इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि कोर, पृथ्वी से एक फुट के लगभग ऊंचाई पर रहे। बोतल में वर्षा के जल को संचित करके उसे एक अंशांकित बेलन में नाप लिया जाता है और इंचों में प्रकट किया जाता है।

कुहरा और कुहासा (Fog and Mist)—जब जलवाष्प का द्रवीकरण, कम ऊंचाई पर, वायुमंडल के एक बड़े क्षेत्र में होता है, तो धूल या धुएं आदि के कणों पर आच्छा-

दित जल की कणिकाएं, कुहरा या कुहासा के रूप में प्रकट होती हैं। यह जाड़ों में अक्सर दिखाई देते हैं।

इनकी उत्पत्ति का कारण है गीली जमीन का वायु से अधिक ताप पर होना। गीली जमीन के निकटवर्ती जलवाष्प ऊपर उठकर ठंडी हो जाती है और वायु में लटके कणों पर संघनित हो जाती है।

कुहासा और कुहरे में अन्तर केवल संघनन (condensation) की मात्रा में है। जब कुहासा काफी घना हो जाता है, तो उसे कुहरा कहते हैं।

बर्फ के किसी टुकड़े को खुला छोड़ने पर, उसके चारों ओर भाप-सी दिखाई देती है। निकटवर्ती असंपृक्त वायु बर्फ के ठंडे तल के संस्पर्श में आने से संपृक्त हो जाती है, और ताप के गिरने से वह संघनित होकर कुहरों के आच्छादन को उत्पन्न करती है।

जाड़ों में प्रातःकाल, मुंह से फूंक निकालने पर, भाप सी निकलती प्रतीत होती है। हमारे मुंह या नथनों से निकली हुई गर्म आर्द्र वायु, बाहर की ठंडी वायु के संस्पर्श से ठंडा हो जाती है, और कुहरा बन जाता है।

वास्तव में कुहरों और बादलों में कोई मौलिक अन्तर नहीं। अधिक ऊंचाई पर बनने वाले कुहरों को बादल, और कम ऊंचाई पर बादलों को कुहरा माना जा सकता है।

हिम (Snow):—जब जलवाष्प इतनी ऊंची चली जाती है कि ताप 0° से कम हो जाता है, तो वाष्प जमकर सीधे ठोस अवस्था को प्राप्त कर लेती है और बर्फ के सूक्ष्म कणों में परिणत हो जाती है, जिन्हें हिम कहते हैं। ध्रुवों के निकट और पहाड़ों पर पृथ्वी, हिम से आच्छादित रहती है।

तुषार (Hailstone):—इसके बीच में एक हिम का गर्भ (core) रहता है, जिसके ऊपर बर्फ और हिम के आच्छादन एकान्तर (alternate) क्रम में रहते हैं। ऊपरी तल पर बर्फ की एक सतह रहती है।

जब हिम का कोई टुकड़ा, नीचे के गर्म प्रदेश में उतर आता है, तो उसके तल का कुछ भाग पिघल कर पानी बन जाता है। जब वह किसी झोंके से ऊपर पहुंच जाता है, तो उस पर हिम की एक तह जम जाती है। फिर नीचे आने पर हिम का कुछ भाग पिघल जाता है। तत्पश्चात् ऊपर जाने पर कुछ जल जमकर बर्फ की एक तह बना लेता है, जिस पर हिम की तह चिपटी होती है। तहों की संख्या से यह प्रकट हो जाता है कि हिम का टुकड़ा कितनी बार ऊपर और नीचे गया है।

पाला (Hoar frost):—यदि पृथ्वी के धरातल के निकट की वायु का ताप 0° से कम हो जाता है, तो जलवाष्प जम कर बर्फ के सूक्ष्म कणों में परिणत हो जाता है, जो खुले हुए तलों पर संचित होते रहते हैं। इसे पाला कहते हैं।

वायु प्रतिबंध प्रणाली (Air conditioning system):—यह सिद्ध हो चुका

है कि हम सब विशेष वायुमंडलीय अवस्थाओं में स्वस्थ रहते हैं और अच्छा काम कर सकते हैं।

बहुत से कारखानों में वायुमंडलीय स्थिति को स्थिर रखने से लागत भी कम बैठती है और वस्तु में भी कोई दोष नहीं उत्पन्न होता। चाय के गोदामों में शुष्क वायु की और तम्बाकू के गोदामों में आर्द्र वायु की आवश्यकता होती है।

आमोद-प्रमोद के स्थानों, स्कूलों और अस्पतालों में वायु को स्वस्थ और सुखप्रद अवस्था में रखना नितांत वांछनीय है।

वायु प्रतिबंध के लिए निम्न चार बातों पर ध्यान देना आवश्यक है (i) ऑक्सीजन की प्रतिशत मात्रा (ii) आपेक्षित आर्द्रता (iii) ताप और (iv) वायु की गति।

सामान्यतः लोगों को $65^\circ F$ और $60^\circ F$ के बीच के ताप और 50 प्रतिशत के लगभग आपेक्षिक आर्द्रता सुख का अनुभव होता है।

वायु-प्रतिबंध व्यवस्थाओं में वायु को अभीष्ट स्थिति में लाया जाता है। जाड़ों में वायु को गर्म रखने की और गर्मियों में ठंडा रखने की आवश्यकता होती है। उचित संवातन (Ventilation) का भी ध्यान रखना होता है। कभी वायु की आर्द्रता घटाना और कभी बढ़ाना पड़ता है। ये सब बातें इन व्यवस्थाओं द्वारा संभव हो जाती हैं।

हल किये हुए प्रश्न

1. 30° सें० ग्रे० और 760 मि० मी० पर 50 घन मीटर सूखी हवा से भरे हुए एक कमरे में यदि 200 ग्राम पानी, वाष्पीकरण के लिए इकट्ठा किया जाय, तो कमरे की आपेक्षिक आर्द्रता निकालो।

मान लो वाष्प का दबाव f है। यदि $N.T.P.$ पर वाष्प का आयतन V_0 घन मीटर हो, तो,

$$\frac{f\times 50}{273+30}=\frac{760\times V_0}{273}; \quad \therefore\ V_0=50\times\frac{f}{760}\times\frac{273}{303} \text{ घन मीटर।}$$

1000 घन सें० मी० शुष्क वायु का $N.T.P.$ पर भार 1.293 ग्राम है

$\therefore$ 100,00,00 घन सेंटीमीटर (अर्थात् 1 घन मीटर) शुष्क वायु का $N.T.P.$ पर भार, 1293 ग्राम है।

$\therefore$ V_0 घनमीटर जल-वाष्प का $N.T.P.$ पर भार, $V_0\times\frac{5}{8}\times 1293$ ग्राम है।

$$\therefore\ 50\times\frac{f}{760}\times\frac{273}{303}\times 1293\times\frac{5}{8}=200$$

$$\therefore\ f=\frac{200\times 8\times 303\times 760}{5\times 50\times 273\times 1293}=4\cdot 17 \text{ मि० मी०}$$

$$\therefore \text{ आपेक्षिक आर्द्रता}=\frac{4\cdot 17}{31\cdot 6}\times 100=13\%$$

($\because$ $30^\circ C$ पर जल वाष्प का अधिकतम दबाव, सारिणी द्वरा 31·6 मि० मी० प्रकट होता है।)

2. यदि ताप गिरकर $20^\circ C$ से $5^\circ C$ हो जाये, और यदि $20^\circ C$ पर आर्द्रता 60% हो, तो वायु की जलवाष्प की मात्रा का कौन सा भाग बूंदों के रूप में निक्षिप्त (condense) होगा ? ($20^\circ C$ पर जलवाष्प का संपृक्त दबाव = 17·5 मि० मी०; $5^\circ C$ पर 6·5 मि० मी०)

यहां, $\dfrac{20^\circ C \text{ पर जलवाष्प का वास्तविक दबाव}}{20^\circ C \text{ पर जलवाष्प का संपृक्त दबाव}} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}.$

$\therefore$ $20^\circ C$ पर जलवाष्प का वास्तविक दबाव, $= 17 \cdot 5 \times \frac{3}{5}$ मि० मी०
$= 10 \cdot 5$ मि० मी०

$5^\circ C$ पर जलवाष्प का संपृक्त दबाव $= 6 \cdot 5$ मि० मी०

निक्षिप्त (condensed) जलवाष्प का दबाव $= (10 \cdot 5 - 6 \cdot 5)$
$= 4$ मि० मी०।

$\therefore$ अभीष्ट अनुपात $= 4/10 \cdot 5 = \cdot 318$ (लगभग)

3. जब वायु, का $\frac{2}{3}$ भाग जलवाष्प से संपृक्त है, और ताप $15^\circ C$ है, तो ओसांक निकालो। दिया हुआ है—पारे के 7, 9, 11, 13, मि० मी० दबाव पर पानी का उबाल विन्दु, क्रमानुसार 6°, 10°, 13° और 15° है।

यदि, $15^\circ C$ पर जलवाष्प का वास्तविक दबाव p मि० मी० हो, तो,

$\frac{2}{3} = \frac{p}{13}$ ($\because$ $15^\circ C$ पर जलवाष्प का अधिकतम दबाव, 13 मि० मी० है)

$\therefore \quad p = \frac{13 \times 2}{3} = 8\frac{2}{3}$ मि० मी०।

यह दबाव, ओसांक पर अधिकतम दबाव है।

जब, संपृक्त दबाव 7 मि० मी० है, तो उबाल विन्दु 6° है।
" " 9 " " " 10° है।

अर्थात् 2 मि० मी० दबावान्तर से, उबाल विन्दु में $4^\circ C$ का अंतर आता है।

$\therefore$ $(8\frac{2}{3} - 7)$ " " " " $\frac{4}{2} \times (8\frac{2}{3} - 7)^\circ$ "

अर्थात् $\frac{10}{3}$ का अंतर आता है।

$\therefore$ $8\frac{2}{3}$ मि० मी० दबाव के संगत उवाल विन्दु $= (6 + \frac{10}{3})^\circ C$
$= 9 \cdot 3^\circ C$ लगभग।
यही ओसांक है।

नोट :—अधिक शुद्धता के लिए, मान लो दबाव P और उबाल विन्दु t निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त होते हैं $t = a + bp + cp^2 + dp^3$ दिए हुए न्यास से,

$$6=a+7b+49c+363d$$
$$10=a+9b+81c+729d$$
$$13=a+11b+121c+1331d$$
और, $$15=a+13b+169c+2197d$$

इन समीकरणों से a, b, c और d का मान निर्धारित कर लेते हैं। फिर $t=a+bP+cp^2+dp^3$ में p का मान $8\frac{2}{3}$ रखने पर t का मान निकल आता है।

प्रश्नावली

1. आपेक्षिक आर्द्रता की परिभाषा करो। क्या नमी या शुष्कता के विषय में हमारी राय, जल वाष्प के परम परिणाम पर निर्भर करती है? अपने उत्तर को पूर्णतया समझाओ। डेनियल के आर्द्रतामापक का वर्णन करो और समझाओ कि आपेक्षिक आर्द्रता का मान निकालने के लिए उसे कैसे प्रयोग में लाते हैं।
(**यू० पी० बोर्ड**, '22, '26, '34; मद्रास, '37, '39, '42)

2. सकारण समझाओ —
(अ) जब हवा में बर्फ का टुकड़ा खोल कर रखते हैं, तो उसके चारों ओर धुआं सा उठने लगता है। (**यू० पी० बोर्ड**, '28; **कलकत्ता**, '33)
(ब) जिस रात में बादल होते हैं, उस रात में ओस नहीं पड़ती। (**ढाका**, '29)
(स) यदि एक शीशे के गिलास में बर्फ भर कर रखें, तो उसके चारो ओर बाहर की सतह पर पानी की बूंदें इकट्ठी हो जाती हैं। (**कलकत्ता**, '30; **ढाका**, '29)
(च) धुएंदार शहरों में कुहरा पड़ता है।
(छ) ग्रीष्मऋतु की गर्मी से वर्षा ऋतु की गर्मी अधिक असह्य मालूम होती है। (**कलकत्ता**, '48)

3. आपेक्षिक आर्द्रता और ओसांक से क्या अभिप्राय है? ओसांक के ज्ञान से इसका मान किस प्रकार निर्धारित किया जाता है? ओसांक का ज्ञान ऋतु की भविष्यवाणी (Weather forecast) में किस प्रकार सहायक होता है?
(**यू० पी० बोर्ड**, '38, '43, '45, **कलकत्ता**, '33 **मद्रास**, '30, '35, '42)

4. बादल कितने प्रकार के होते हैं? उनकी उत्पत्ति पर प्रकाश डालिए।
(**यू० पी० बोर्ड**, '38, '47, **कलकत्ता**, '32)

5. निम्न तथ्यों की विवेचना कीजिए।
(क) ठंडे मौसम में बरसात की अपेक्षा गीले कपड़े अक्सर जल्दी सूखते दिखाई देते हैं, हालांकि बरसात में ताप अधिक होता है। समझाओ।
(**यू० पी० बोर्ड**, '45; **कलकत्ता**, '29)
(ख) कुहरा सामान्यतः दोपहर से पहले लुप्त हो जाता है। (**कलकत्ता**, '27)
(ग) दो कमरों का ताप, $72^\circ F$ है। एक की आपेक्षिक आर्द्रता, 25% और दूसरे की 55% है। तुम्हें कहां अधिक गर्मी का अनुभव होगा? (**कलकत्ता**' 46)
(घ) पुरी में गर्मी के दिन, उसी ताप वाले देहली के दिन से अधिक कष्ट होता है। (**कलकत्ता**, '48)

6. आपेक्षिक आर्द्रता को प्रयोगशाला में निर्धारण करने की किन्हीं दो विधियों का वर्णन करिए। बरसात के मौसम में किसी बहुत ही नमी के दिन तुम किस नतीजे की उम्मीद रखते हो। (**पटना**, '27, '31; **कलकत्ता**, '37; **यू० पी० बोर्ड**, '36)

7. ओस के बनने पर प्रकाश डालिए। सिद्ध कीजिए कि किसी कमरे में असंपृक्त (unsaturated) वाष्प का दबाव, ओसांक पर संतृप्त दबाव के बराबर होता है। आपेक्षिक आर्द्रता किन बातों पर निर्भर होती है ?
(**पटना**, '32; **यू० पी० बोर्ड**; '45, **गोहाटी**, '49)
किसी दिन ओसांक $12^\circ C$ है, और वायु का ताप $25^\circ C$ है। जलवाष्प का संपृक्त दबाव, $12^\circ C$ पर 10.4 मि० मी० है। वायु में विद्यमान जलवाष्प का दबाव निकालो। (**उत्तर**, 10·4 मि० मी०)

7. 'आर्द्रतामापन' पर एक संक्षिप्त निबंध लिखो। (**यू० पी० बोर्ड**, '48)

9. किसी रासायनिक आर्द्रतामापक की क्रिया पर प्रकाश डालिए।
एक लिटर नम हवा की संहति, $32^\circ C$ और 768·2 मि० मी० पर निकालो, जब कि ओसांक $15^\circ C$ है। जल वाष्प का $32^\circ C$ पर अधिकतम दबाव 12·7 मि० मी० है। (**उत्तर**, 1.1473 ग्राम)

10. किसी दिन ओसांक $8{\cdot}5^\circ C$ है, और वायु का ताप, $18{\cdot}4^\circ C$ है।) निम्न न्यास (data) के आधार पर आपेक्षिक आर्द्रता निकालो :—

ताप	जल का अधिकतम दबाव (पारे के स्तंभ की ऊंचाई)
8°	8.04 मि० मी०
9°	8.61 ,,
18°	15.46 ,,
19°	16.46 ,,

पंजाब, '28, (**उत्तर**, 52.5%)

11. रैनू के आर्द्रतामापक का वर्णन करो। डैनियल के आर्द्रतामापक से यह किन बातों में श्रेष्ठ है ? (**पंजाब**, '21)

12. गीली और शुष्क घुंडी के आर्द्रतामापक का वर्णन करो। इससे किस प्रकार आपेक्षिक आर्द्रता निकालोगे ? (**यू० पी० बोर्ड**; '34, **पंजाब**, '28; **कलकत्ता**, '48)

13. किसी बन्द जगह में वायु का ताप $15^\circ C$ है, और ओसांक $8^\circ C$। यदि ताप गिरकर $10^\circ C$ हो जाता है, तो ओसांक पर क्या प्रभाव पड़ेगा ? ($7^\circ C$ पर जलवाष्प का दबाव, पारे के मिलीमीटर मान में $=7{\cdot}49$; $8^\circ C$ पर $=8.02$)
(**पटना**, '25, '31, '40, '41; **गोहाटी**, '49)
(**उत्तर**, ओसांक $\frac{1}{4}^\circ C$ के लगभग गिर जायेगा)

14. दी हुई हवा का ओसांक $20^\circ C$ है। इसका क्या अर्थ है ? (**यू० पी बोर्ड**, '26)
एक लिटर तर हवा की मात्रा $15^\circ C$ पर ज्ञात करो, जबकि ओसांक $10^\circ C$ और बैरोमीटर की ऊंचाई 759·1 मि० मी० और $10^\circ C$ पर वाष्प दबाव $9{\cdot}1^\circ C$ मि० मी० वाष्प का घनत्व सूखी हवा के घनत्व का $\frac{5}{8}$ मानो। (**यू० पी० बोर्ड**, '37)
(**उत्तर**, 1·218 ग्राम)

15. वर्षा नापने के यंत्र का वर्णन करो। किसी स्थान की वर्षा कैसे नापी जाती है ?

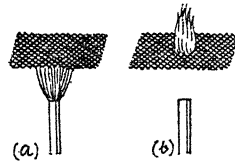
अध्याय 8

उष्मा का संचार (Transmission of Heat)

उष्मा का संचार तीन प्रकार से हो सकता है :—

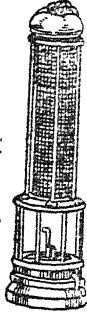
(1) **संचालन** (Conduction) :—जब निरंतर सम्पर्क में रखे हुए कणों का एक विन्दु, दूसरों के सापेक्ष अधिक ताप पर हो, तो इस विन्दु से उष्मा प्रवाहित होकर कणों को स्पर्श करती हुई सब कणों में व्याप्त हो जाती है। जब तक सब कणों का ताप एक नहीं हो जाता, तब तक यह प्रवाह जारी रहता है। इस प्रकार का प्रवाह किसी पिंड के एक भाग से दूसरे भागों में, अथवा एक पिंड से संस्पर्श करनेवाले अन्य पिंडों की ओर होता है। इसमें कणों की मध्यमान स्थिति नहीं बदलती। इस प्रकार का संचार अधिकतर ठोसों में होता है। कुछ पदार्थ, जैसे धातुएं, उष्मा के सुचालक और दूसरे कुचालक होते हैं। वीडमान फ्रैंज (Weidemann Franz) ने इस तथ्य का प्रतिपादन किया कि विद्युतीय एवं ऊष्मिक चालकताओं का अनुपात स्थिर होता है। अस्तु जो पदार्थ विद्युत् के अच्छे चालक हैं, वही उष्मा के भी अच्छे चालक हैं।

किसी तिपाई पर एक तांबे की जाली के ऊपर एक जलपूर्ण, बहुत पतले कागज के बर्तन को रख कर, यदि पानी को जाली के नीचे से गर्म किया जाय, तो कुछ देर बाद, पानी उबलने लगता है। कागज बहुत पतला होने के कारण, उष्मा शीघ्रता से कागज में से होकर जल में शीघ्रता से चली जाती है। उष्मा के इस निकास के कारण कागज जल नहीं पाता।

यदि बुन्सन ज्वालक की लौ पर तार की जाली रख दी जाय, तो जाली के नीचे की गैस प्रज्वलित हो जाती है, पर ऊपर की गैस आग नहीं पकड़ती। संचालन में उष्मा के क्षय के कारण ऊपर की गैस का ताप अधिक नहीं हो पाता। अब यदि जाली को लगभग 2" ऊपर ले जाया जाय, और बर्नर को बुझाकर गैस खोल दी जाय, तो जलती हुई दियासलाई की बत्ती से ऊपर की गैस जलने लगती है, पर लपट जाली के नीचे नहीं पहुंचती। ऊपर की गैस की गर्मी जाली छीन लेती है। प्रत्येक दाहक पदार्थ का एक निश्चित 'ज्वलन-ताप' (ignition temp.) है, जिससे कम ताप पर वह वायु की उपस्थिति में भी नहीं जल सकता।

चित्र 74

यदि लोहे की करछली का एक सिरा हाथ से पकड़ कर, दूसरा सिरा आग में रखा जाय, तो शीघ्र ही हाथ में गर्मी का अनुभव होने लगता है, और करछली हाथ से छूट जाती है। पर लकड़ी का एक सिरा आग में रखने से दूसरे सिरे पर कोई प्रभाव नहीं

पड़ता (यद्यपि अग्नि में रखा हुआ सिरा जलने लगता है)। इस प्रयोग से लोहे की सुचालकता भी स्पष्ट है। सामान्यतः द्रव और गैस अधम चालक होते हैं (यद्यपि पारा सुचालक है)।

इसी आधार पर सर हम्फ्रे डैवी ने 'अभय दीप' (safety lamp) का आविष्कार किया। प्रायः खानों के अन्दर जलनशील विस्फोटक गैसें रहती हैं, जिनके अग्नि से संपर्क होने पर भारी संकट उत्पन्न होता है। डैवी के लैंप में कांच की चिमनी के बजाय, तांबे के तार की एक बेलनाकार जाली लगी रहती है। ज्वलनशील गैसें, जाली के अन्दर पहुंचते ही लैंप की लौ को छूकर जलने लगती हैं, पर बाहर वाली गैस जाली के स्पर्श से 'प्रज्वलन विन्दु' (ignition point) पर नहीं पहुंच पाती। गैसों के जलने को देखते ही लैंप को बुझा दिया जाता है, जिससे कोई विपदा न आये।

चित्र 75

तेल के कुओं में आग को पानी से नहीं बुझाया जाता, क्योंकि तेल, हल्का होने के कारण जल के ऊपर तैरने लगता है, और लपटें बढ़ जाती हैं। आग को बुझाने के लिए, लोहे के बड़े बड़े छड़ लपटों में रखे जाते हैं। बहुत सी उष्मा इन छड़ों द्वारा संचालित हो जाती है, और लौ प्रज्वलन-विन्दु से नीचे आकर बुझ जाती है।

उष्मा-संचालकता (Thermal Conductivity) :—यदि किसी प्लेट में से Q उष्मा जाती है, तो

$Q \propto A$ (प्लेट के अनुच्छेद का क्षेत्रफल) — अन्य परिस्थितियाँ समान होने पर

$\propto (\theta_1-\theta_2)$ (यहां, θ_1 और θ_2 क्रमशः प्रवेश-स्थल और निकास के ताप हैं)— ,, ,,

$\propto t$ (समय) ,, ,, ,,

$\propto 1/d$, (d, प्लेट की मोटाई है) ,, ,,

$$\therefore \propto \frac{(\theta_1-\theta_2)t}{d} \text{ अर्थात् } Q=\frac{KA(\theta_1-\theta_2)t}{d}$$

यहां K, एक स्थिरांक है, जो प्लेट के पदार्थ पर निर्भर करता है। इसे उष्मा चालकता गुणक कहते हैं।

यदि $A=1$ वर्ग सें० मी०, $d=1$ सें० मी०, $\theta_1-\theta_2=1^\circ C$, $t=1$ सेंकिड, तो $K=Q$ कलारी प्रति सें० मी० प्रति डिग्री सेंटीग्रेड प्रति सेकंड।

$(\theta_1-\theta_2)/d$ (अर्थात् प्रति इकाई लंबाई ताप का गिराव), ताप प्रावण्य (Temperature gradient) कहलाता है।

उष्मा चालकता और ताप-वृद्धि की दर—जब किसी धातु की छड़ का एक सिरा आग में रखा जाता है, तो उष्मा एक स्तर से दूसरे में होती हुई आगे बढ़ती है। किसी स्तर पर पहुँच कर इसके तीन भाग हो जाते हैं। उष्मा का एक भाग, स्तर द्वारा शोषित हो जाता है, और कुछ भाग विकिरण तथा पार्श्ववर्ती गैसों में संवाहन में व्यय हो जाता है; शेष भाग संचालन द्वारा आगे के स्तरों में पहुंचता है। जब तक स्तर के एक सिरे पर प्रवेश करने वाली उष्मा का मान, दूसरे सिरे से संचालन द्वारा निकलनेवाली और विकिरण तथा संवाहन द्वारा क्षय होने वाली उष्माओं के योग के मान से अधिक होता है, तब तक स्तर में उष्मा का शोषण होता है और स्तर के ताप में तदनुसार वृद्धि होती है। स्थैतिज अवस्था में ये दोनों मान बराबर होते हैं और ताप स्थिर हो जाता है। विकिरण और संवाहन के अभाव में, स्थैतिज स्थिति में स्तर से निकलने वाली उष्मा, उसमें प्रवेश करने वाली उष्मा के बराबर होती है, जिससे प्रकट होता है कि स्तर द्वारा उष्मा का शोषण नहीं होता।

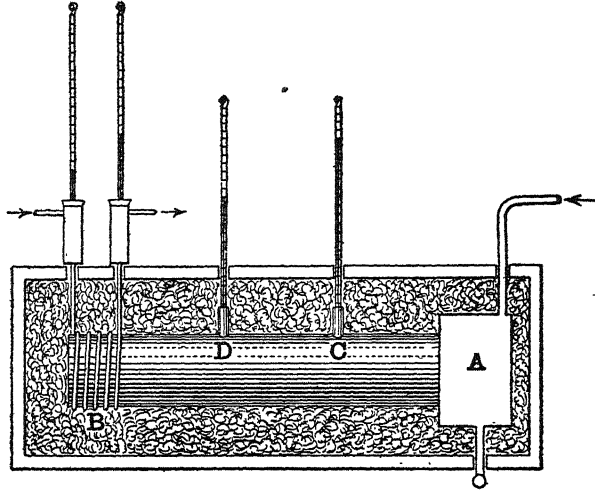
परिवर्तन की स्थिति में ताप-वृद्धि की दर विशिष्ट उष्मा और संचालन दोनों पर निर्भर होती है। यदि विशिष्ट उष्मा कम है, तो अधिक उष्मा संचालित होने पर भी ताप में वृद्धि धीरे धीरे होती है, और स्थिर अवस्था आ जाती है। और यदि वह अधिक है, तो ताप शीघ्रता से बढ़ कर स्थिर अवस्था ला देता है।

यदि हम किसी वस्तु के इकाई आयतन में एक सेकिंड में पहुंचने वाली उष्मा की मात्रा को Q द्वारा व्यक्त करें और प्रति सेकंड ताप-वृद्धि θ हो, तथा वस्तु का घनत्व ρ हो, तो $Q=\rho.s\theta$: यहां Q, ताप चालकता K के समानुपाती है।

इसलिए, ताप-वृद्धि की दर, $K/\rho s$ पर निर्भर है। इसे केल्विन ने पदार्थ का व्यापन (diffusivity) अथवा तापमापकीय चालकता (thermometric conductivity) का नाम दिया।

ताप चालकताओं की तुलना—इंगन हौज (Ingen Hausz) का प्रयोग—एक धातु की नांद में सामने की ओर कई छिद्र बनाए जाते हैं, जिनमें मोम से आच्छादित कुछ छड़ें प्रविष्ट कराई जाती हैं। नांद को उबलते हुए जल से भर दिया जाता है। स्थिर अवस्था प्राप्त होने पर पता चलता है कि भिन्न भिन्न छड़ों का मोम, भिन्न-भिन्न लंबाइयों तक पिघलता है। यह सिद्ध किया जा सकता है कि स्थिरावस्था में, उष्मा-चालकताएं, छड़ों पर पिघले हुए मोम की लंबाइयों के समानुपाती होती हैं। यदि चालकताएं K_1, K_2,...... आदि से तथा तत्संगत लंबाइयां l_1, l_2 द्वारा व्यक्त हों, तो $K_1 : K_2 : ......:: l_1^2 : l_2^2 ......$ स्थिरावस्था आने से पूर्व, उष्मा भिन्न-भिन्न छड़ों में भिन्न-भिन्न दरों से व्याप्त (diffuse) होती है, और मोम के पिघलने की दर छड़ की व्यापन (diffusivity) के समानुपाती होती है।

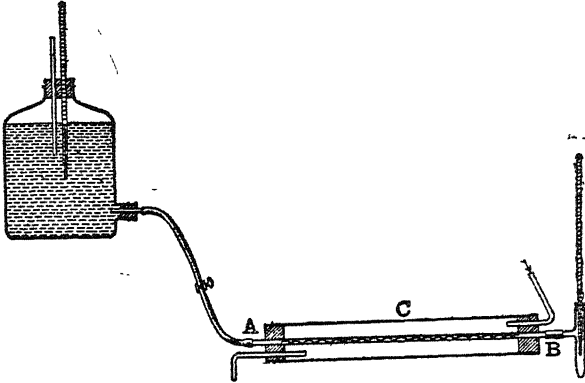
प्रयोगशाला में उष्मा संचालकता का निर्धारण—

(a) **सुचालकों के लिए—सर्ल विधि** (Searles method) :—जिस पदार्थ की चालकता ज्ञात करना हो, उसकी एक मोटी सर्वत्रसम बेलनाकार छड़ लेकर उसे ऊन या नमदे से अच्छादित कर देते हैं। छड़ का एक सिरा एक वाष्प पेटी (steam chest) के भीतर बैठा रहता है। छड़ के बीच वाले भागे में 8–10 सें० मी० की दूरी पर दो छिद्र

चित्र 76

बने होते हैं। वे पारे से भरे रहते हैं, जिससे उनमें प्रविष्ट तापमापक, छड़ से भलीभांति संस्पर्श कर सकें। छड़ के दूसरे सिरे पर एक तांबे की नली लपटी रहती है, जो उस पर गलित (soldered) होती है। इस नली का एक सिरा एक जल की टंकी से संबद्ध रहता है और दूसरे सिरे पर जल का निकास होता है। इन दोनों स्थलों पर ताप, तापमापकों द्वारा पढ़ लिए जाते हैं। मान लीजिए चित्रानुसार $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ वाष्प पेटी की ओर से दूसरे सिरे तक क्रमवत् तापमापकों द्वारा व्यक्त तापों के मान हैं। तांबे की नली में स्थिर जल प्रवाह की दर, जल को एक बीकर में संचित करने से ज्ञात होती है। यदि t सेकंड में m ग्राम जल एकत्र हो, तो छड़ से एक सेकंड में जानेवाली उष्मा,

$$Q=\frac{m}{t}(\theta_3-\theta_4)=KA\frac{(\theta_1-\theta_2)}{d}=\frac{K\pi r^2(\theta_1-\theta_2)}{d}$$

यहां पर r छड़ का अर्धव्यास है। इन सब अवलोकनों को स्थिरावस्था प्राप्त होने पर लेना चाहिए। सूत्र द्वारा K का मान निर्धारण किया जा सकता है।

(b) **अधम चालक (कांच) की उष्मा चालकता निकालना :**—उपरोक्त विधि अधम चालकों के लिए उपयुक्त नहीं है, क्योंकि बड़ी लंबाई को पार कर उष्मा का अत्यन्त कम भाग दूसरे सिरे पर पहुंचेगा। ऐसी स्थिति में पदार्थ एक नली के रूप में प्रयुक्त किया जाता है। उष्मा का प्रवाह नली के बाहरी वक्र तल से भीतर की ओर किया जाता है।

चित्र 77

कांच की नली एक चौड़ी नली से घिरी रहती है। चौड़ी नली में एक ओर से उबलते हुए जल की वाष्प आती है और दूसरे सिरे से निकल जाती है। इसी सिरे पर कांच की नली में एक जलाशय से एक नियमित जल धारा आती है जो दूसरे सिरे से निकल जाती है। स्थिर अवस्था में, तप्त होकर निकलने वाले जल की कुछ सेकंड में संचित मात्रा ज्ञात करने से उष्मा प्रवाह की दर ज्ञात हो जाती है। कांच की नली में एक टेढ़ा मेढ़ा तार इसलिए बिछा रहता है कि अंदर के जल का प्रत्येक अंश एक ही ताप पर रहे। फिर निम्न अव-लोकनों द्वारा K का मान निर्धारण करते हैं।

t सेकंड में संचित जल की मात्रा$=m$

प्रवेश-स्थल पर जल का (अथवा टंकी का) ताप$=\theta_1{}^\circ C$

निकास पर जल का ताप$=\theta_2{}^\circ C$

भाप का ताप (बाहरी ताप)$=\theta^\circ C$

कांच की नली की लम्बाई$=l$ सें० मी०

नली का भीतरी अर्ध-व्यास$=r_1$ सें० मी०

„ „ बाहरी „ „ $=r_2$ सें० मी०

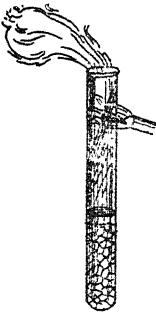
$\therefore$ ठंडे धरातल का मध्यमान ताप$=(\theta_1+\theta_2)/2$

दोनों धरातलों के बीच की दूरी$=(r_2-r_1)$ सें० मी०

धरातल का क्षेत्रफल (जिसके आरपार, उष्मा प्रवाहित हो रही है)=बाहरी और भीतरी वक्र तलों का मध्यमान$=\frac{1}{2}\times 2\pi(r_1+r_2)\times l$ वर्ग सें० मी०

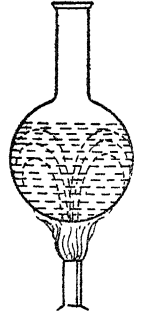
t सेकंड में प्रवाहित उष्मा की मात्रा $=m(\theta_2-\theta_1)$

$$= K\times 2\pi\frac{(r_1+r_2)}{2}\times l\frac{\left\{\theta-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right\}}{r_2-r_1}$$

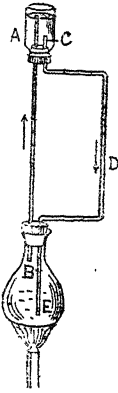
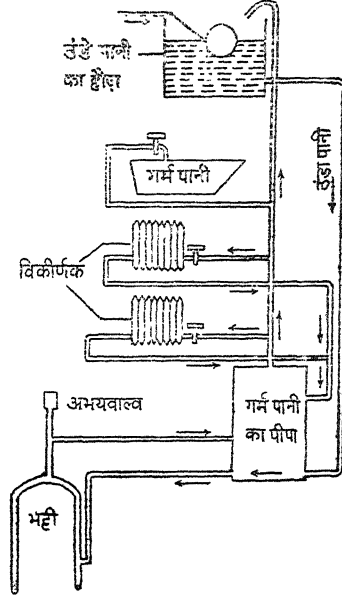
द्रवों और गैसों की चालकता (Conductivity of liquids and gases):– बर्फ के एक टुकड़े के चारों ओर एक तांबे का तार लपेट दो, जिससे वह जल में डूब जाये। इसे एक परख नली में रख दो और नली में पानी उड़ेल दो। अब जल के ऊपरी भाग को बुन्सेन ज्वालक से गर्म करो। यह देखा जा सकता है कि बर्फ बिना पिघले जल, ऊपरी भाग में उबल सकता है।

द्रव सामान्यतः उष्मा के कुचालक होते हैं, पर पारा सुचालक होता है। गैसों की चालकता, द्रव से कम होती है। तप्त होने पर गैस पुंज, संवाहन द्वारा सर्वत्रसम ताप प्राप्त कर लेते हैं।

चित्र 78

(2) **संवाहन** (Convection) :—इसमें गर्म कणों के आन्दोलन से उष्मा पिंड के एक भाग से दूसरे में जाती है। जब जल से भरे किसी बर्तन को नीचे से गर्म करते हैं, तो द्रव के ऊपरी स्तर, अधिकतर संवाहन द्वारा प्राप्त होते हैं।

जब किसी द्रव अथवा गैस के किसी भाग का ताप बढ़ता है, तो उष्मा पाकर उस भाग की घनत्व कम हो जाता है और वह ऊपर को उठ जाता है, और उसके स्थान पर भारी और ठंडा तरल आ जाता है। वह भी गर्म होकर चढ़ने लगता है। इस प्रकार संवाहन की धाराएं उत्पन्न हो जाती हैं। यदि किसी फ्लास्क में रंग डालकर उसे गर्म किया जाय, तो संवाहन की धाराएं देखी जा सकती हैं।

चित्र 79

द्रवों में संवाहन धाराएं—एक फ्लास्क और एक ऊपर खुली हुई टंकी, दो शीशे की नलियों द्वारा जुड़े रहते हैं। एक नली फ्लास्क के ऊपरी भाग को टंकी के ऊपरी भाग से संबद्ध करती है, और दूसरी, फ्लास्क की पेंदी को टंकी की पेंदी से मिलाती है। सारे उपकरण में जल भरा रहता है। फ्लास्क को गर्म करने से, जल पहली नली द्वारा ऊपर चढ़ता है, और टंकी का ठंडा तथा भारी पानी नीचे, दूसरी नली द्वारा आने लगता है। टंकी में कुछ रंग डालने से इन धाराओं को देखा जा सकता है। (चित्र 80, पृष्ठ 311)

इसी सिद्धान्त पर भवनों को गर्म रखने की व्यवस्था की रचना की गई है। इस प्रणाली में बॉयलर के ऊपरी भाग से निकल कर एक नली टंकी के ऊपरी भाग में जाती है। नीचे आने वाली नली, विभिन्न कमरों में व्यवस्थित धातु की कुंडलियों से होती हुई फिर

चित्र 80 चित्र 81

बॉयलर में प्रवेश करती है। इस प्रक्रिया में उष्मा का संचार तीनों विधियों से होता है। संचालन द्वारा उष्मा भट्टी से चल कर, बॉयलर में से जल तक पहुँचती है। नलियों में संवाहन धाराएं चलती हैं। इनके बाहर उष्मा संचालन से जाती है और कमरों में वह विकिरण से फैलती है।

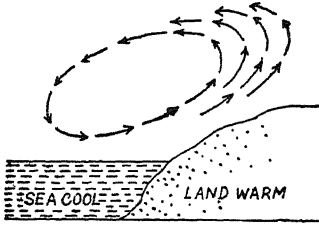
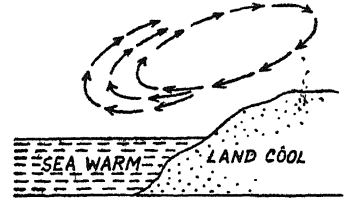
संवाहन से कुछ लाभ :—(i) चिमनियां, साधारण लैंप अथवा भट्टी की चिमनी में वायु की संवाहन धाराएं प्रवाहित होने लगती हैं। यदि पेंदी पर तीव्र आंच हो, तो संवाहन की क्रिया लंबी चिमनी में अधिक होगी। इसी लिए कारखानों की चिमनियां लंबी होती हैं। धाराओं का उतार रोकने के लिए पतली चिमनियां अधिक उपयुक्त होती हैं।

(ii) **संवाहन** (Ventilation) **की व्यवस्था**—कमरे के ऊपरी भाग के निकट गर्म और अशुद्ध वायु का निकास होना चाहिए और तले के निकट, शुद्ध ठंडी वायु का प्रवेश होना चाहिए।

(iii) **कपड़ों की गर्मी**—ढीला बुना हुआ वस्त्र, रुकी हुई ठंडी वायु में तंग वस्त्रों की अपेक्षा अधिक गर्म रहता है, क्योंकि उष्मा संचालन और संवाहन से कम जा पाती है।

यदि वायु ठहरी हुई न हो, तो हमारे शरीर की वायु संवाहन से बाहर निकल जायेगी। इसलिए जिन लोगों को वायु के झकोरों के बीच रहना पड़ता है, (जैसे वायुयान और मोटर संचालक) उन्हें घना बुना हुआ कपड़ा पहनना चाहिए।

(iv) **गैस से भरे हुए विद्युत् लैंप**—इन लैंपों में कोई निष्क्रिय (inert) गैस (जैसे अर्गन अथवा नाइट्रोजन) भर दी जाती है। तंतु (filament) को तप्त करने पर संवाहन धाराएं गैस में बन जाती हैं, जिसके कारण तंतु का ताप कुछ कम रह जाता है। इसलिए तंतु को वायु-रिक्त बल्बों के तंतुओं की अपेक्षा अधिक (बिना किसी आशंका के ऊष्मित किया जा सकता है। इन संवाहन धाराओं से तंतु के विश्रृंखल कण, बल्ब के ऊपरी भाग में चले जाते हैं, और तंतु काले कणों द्वारा आच्छादित नहीं हो पाता। इससे लैंपों का जीवन बढ़ जाता है।

(v) **स्थल और जल की हवाएं, तथा आंधियां आदि :** दिन में अधिक शोषण क्षमता और कम विशिष्ट उष्मा के कारण, पृथ्वी जल की अपेक्षा शीघ्र गर्म हो जाती है,

चित्र 82(a) चित्र 82 (b)

और हल्की होकर उसके संपर्क वाली वायु ऊपर उठ जाती है। दिन भर यह क्रिया जारी रहती है, जिससे संध्या के समय समुद्रतल के ऊपर से ठंडी और भारी वायु स्थल की ओर चलने लगती है। इसी प्रकार प्रातःकाल वायु, स्थल से जल की ओर चलती है।

इसी प्रकार व्यापार के झोंकों (trade winds) को समझा जा सकता है।

(3) **विकिरण (Radiation)**—जब एक पिंड से दूसरे पृथक्कृत पिंड तक उष्मा बीच के माध्यम को बिना गर्म किए जाती है, तो हम कहते हैं कि उष्मा का प्रवाह विकिरण द्वारा हुआ। बीच का माध्यम, रिक्त अथवा द्रव्यमय हो सकता है। सूर्य से चलकर हम तक उष्मा इसी विधि से आती है।

किसी गर्म पिंड को शून्य में रखने पर, वह विकिरण द्वारा उष्मा निकालता है। सूर्य हमसे 1 करोड़ 30 लाख मील दूर है। पर उसकी गर्मी शून्य में चल कर हमारे पास आती है। बिना किसी माध्यम के ऊर्जा का स्थानान्तर असंभव सा प्रतीत होता है, क्योंकि पूर्ण शून्य में किसी प्रकार के अणुओं का कंपन संभव नहीं है। इसलिए एक काल्पनिक, सर्वव्यापी माध्यम, ईथर की कल्पना की गई है, जो अत्यन्त विरल होने के

कारण वस्तुओं के अणुओं के भीतर भी विद्यमान रहता है। गर्म वस्तुओं के अणुओं के कंपन से उत्पन्न तरंगें 1,86000 मील प्रति सेकिंड के वेग से फैलती हैं।

सूर्य से आनेवाली ऊर्जा की वाहक तरंगें कई श्रेणियों की होती हैं :—

(i) **बेतार की तरंगें**—2-3 सें० मी० से अधिक लंबी। कुछ तरंगें तो कई मील लम्बी होती हैं। ये सब बेतार के विभिन्न उपक्रमों में प्रयुक्त होती हैं।

(ii) **उपरक्त तरंगें** (Infrared rays)—8000 ऐंग्स्ट्राम इकाई से 30,00000 ऐंग्स्ट्राम इकाई (1ऐंग्स्ट्राम इकाई$=10^{-8}$ सें० मी०) तक की तरंगें।

ये किरणें हम को उष्मा पहुँचाती हैं।

(iii) **प्रकाश की तरंगें**—4000 से 8000 ऐंग्स्ट्राम इकाई (*A.U.*) तक की किरणें—यह प्रकाश का अनुभव कराती हैं।

(iv) **नीललोहितोत्तर तरंगें** (Ultra-Violet rays)—100 से 4000 ऐंग्स्ट्राम इकाई तक की किरणें रासायनिक परिवर्तन लाती है। ये पौधों के विकास में सहायक होती हैं और चांदी के कुछ लवणों में रासायनिक क्रियाएं करती हैं जिससे फोटोग्राफी संभव होती है।

(v) $\times$ **किरणें**—·06 से 1 ऐंग्स्ट्राम इकाई तक

(vi) γ **किरणें**—1×10^{-10} और $1{\cdot}4\times10^{-8}$ (*A.U.*) तक

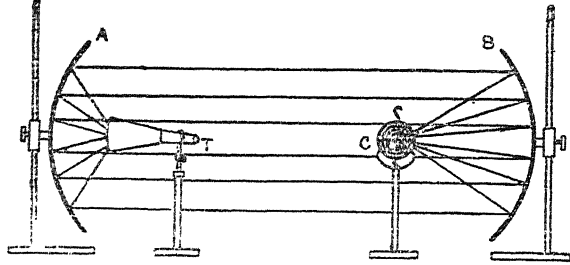
(vii) **कास्मिक किरणें**—1×10^{-10} (*A.U.*) से कम

विकिरक उष्मा के गुण—(i) ये किरणें शून्य में चल सकती हैं। सूर्य से उष्मा की किरणें पृथ्वी पर, माध्यम के अभाव में आती हैं। यदि किसी तापमापक के बल्व को काला करके किसी वायुरिक्त वर्तन में रख दें, तो धूप में अथवा आग के निकट रखने पर उसमें ताप की वृद्धि होती है। इससे स्पष्ट है कि ये किरणें, प्रकाश की भांति शून्य से गुजर सकती हैं।

(ii) ये किरणें सरल रेखाओं में चलती हैं—दो पर्दों में एक ही ऊंचाई पर छेद करके, उनके सामने एक गर्म गेंद रख दो। इन छिद्रों के पीछे एक उष्माचिति (thermopile)—यह विकिरण को विद्युत् धारा में परिणत करती है, जिसका निर्देश एक धारमापक (galvanometer) से मिलता है—इस प्रकार व्यवस्थित कर दो, कि दोनों छिद्र और उष्माचिति एक सरल रेखा में पड़ें। इस स्थिति में धारामापक में (galvanometer) धाराप्रवाह का संकेत मिलेगा। जैसे ही किसी एक छिद्र को हटा देते हैं, वैसे ही धारादर्शक में शून्य का संकेत मिलता है।

(iii) उष्मा की किरणों का वेग, प्रकाश के वेग के बराबर है—पूर्ण सूर्य-ग्रहण की स्थिति में उष्मा की किरणें, पृथ्वी पर उसी क्षण आती हैं, जब प्रकाश आता है।

(iv) ये किरणें परावर्तन के नियम का पालन करती हैं—ये किरणें, चमकीले धातु के तलों से परावर्तित होती हैं, और (i) इनका आपतन-कोण परावर्त्तन-कोण के बराबर होता है, तथा (ii) दोनों कोण एक ही तल में पड़ते हैं।

एक चमकदार समतल लेकर, उसके साथ, समान कोण बनानेवाली दो टीन की 3 इंच व्यास और 30″ लम्बी नलियों को कस दो। एक नली के सिरे पर लोहे की एक गर्म गेंद रख दो,और दूसरी के सिरे पर उष्माचिति रख दो, तो उससे संबद्ध धारामापक में विक्षेप होगा। यदि नलियों के कोण, समतल से बराबर न हों, तो विक्षेप न होगा।

चित्र 83

इसी प्रकार यदि दो अवतल दर्पणों को लगभग 2 मीटर की दूरी पर रख कर, एक के संगम पर एक गर्म गेंद रख दें, तो दूसरे के संगम पर उष्माचिति व्यवस्थित करने पर, विक्षेप काफी मात्रा में होगा। उष्माचिति को इधर उधर खिसकाने से यह विक्षेप कम हो जायगा।

(v) विकीर्ण उष्मा जिस माध्यम से जाती है, उसकी उष्मा नहीं बदलती। यदि सूर्य की किरणों को उतललैंस के संगम पर केन्द्रित किया जाय, तो लैंस के ताप में विशेष वृद्धि नहीं मालूम होगी (यद्यपि संगम पर कागज रखने पर वह जल उठेगा)। थोड़ी सी उष्मा लैंस शोषित कर लेता है, जिससे उसके ताप में कुछ वृद्धि हो जाती है।

(vi) विकीर्ण उष्मा, उत्क्रम-वर्ग नियम का पालन करती है। एक टीन के बने आयताकार बक्से को लेकर उसके एक तल पर का जल पोत देते हैं और उसमें गर्म पानी भर कर उसका ताप स्थिर रखते हैं। फिर एक शंक्वाकार उष्माचिति को इस प्रकार व्यवस्थित करते हैं कि उसका मुंह काले तल की ओर रहे। यह विकिरण का परावर्त्तन करता है। उष्माचिति की दूरी को घटाने बढ़ाने से विक्षेप नहीं बदलता।

उष्माचिति के शीर्ष की दूरी, काले तल से n गुना करने पर, उसके आधार का काले तल पर प्रक्षेप का क्षेत्रफल, n^2 गुना हो जायगा। यदि d_1 एवं d_2, दो भिन्न दूरियां, तथा A_1 एवं A_2 तत्संगत प्रक्षेपों के क्षेत्रफल व्यक्त करें, और यदि σ काले तल के इकाई क्षेत्रफल द्वारा लम्बात्मक दिशा में विकीर्ण उष्मा को प्रकट करे, तो उष्माचिति द्वारा इन स्थितियों में प्राप्त विकीरित उष्माओं का अनूपात,

$$\frac{\sigma A_1/d_1^2}{\sigma A_2/d_2^2} = \frac{A_1}{A_2} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 1 \text{ होगा।}$$

अस्तु विकिरित उष्माओं का मान बराबर होगा, और धारा दर्शक के पाठ में कोई अन्तर न आयेगा।

शोषण-शक्ति (Absorptive Power) :—किसी तल की शोषण शक्ति वह निष्पत्ति है जो उस तल द्वारा किसी समय में शोषित विकिरण की मात्रा, और उसी समय में उस तल पर पड़नेवाली विकिरण की मात्रा में होती है।

जो तल अपने ऊपर पड़ने वाले संपूर्ण विकिरण को शोषित करता है,वह पूर्णतः काला, और जो कुल विकिरण, परावर्त्तित करता है वह पूर्णतः श्वेत कहलाता है। दिये का काजल मोटे रूप से पूर्णतः काले तल का उदाहरण है।

लोहे की एक गर्म गेंद लेकर उसे एक अवतल दर्पण से दूर रखने पर, परार्वितत उष्मा, संगम पर रखी उष्माचिति पर केन्द्रीभूत होती है। यदि संगम और दर्पण के बीच एक प्लेट व्यवस्थित कर दें, और उस पर वह वस्तु रोपित कर दें, जिसकी परावर्तन-शक्ति अथवा शोषण शक्ति देखना है, तो वस्तु के अनुसार उष्माचिति से संबद्ध धारामापक का विक्षेप (रैखिक रूप से) वदल जाता है। जिन वस्तुओं से यह परिवर्तन सवसे अधिक होता है, वे सवसे अच्छी परावर्तक और सबसे वुरी शोषक होती हैं।

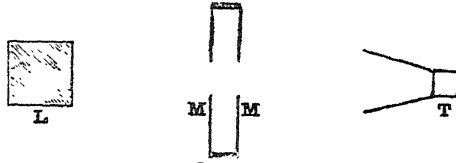
शोषण शक्तियों की तुलना करने की एक सरल विधि, लाप्रोवोस्ते और दिसांय ने निकाली थी। जिन दो पदार्थों की शोषण-शक्तियों की तुलना करना हो, उनमें से एक को किसी तापमापक की बल्ब पर रोपित करते हैं, और वल्ब को किसी बन्द वक्स में रखकर उस पर किसी उपयुक्त उतल लैंस द्वारा विकिरण डालते हैं। ताप उस समय तक बढ़ जाता है, जबतक विकिरण द्वारा क्षय हुई उष्मा, शोषण द्वारा प्राप्त उष्मा के बरावर नहीं हो जाती। मान लो कि स्थिर ताप t° है। t_1° से अधिक ताप से प्रारंभ करते हुए एक शीतलीभवन वक्र (Cooling curve) खींच लेते हैं। इसकी सहायता से, मध्यमान ताप t_1° के संगत शीतलीभवन की दर ज्ञात कर लेते हैं। यदि यह दर θ_1° प्रति सेकंड है, और वल्ब का उष्मीय समावेशन (Thermal capacity) M हो, तो प्रति सेकंड खोई हुई उष्मा $M\theta_1$ होगी। यदि बल्ब पर प्रकाश-स्रोत से निकलने वाले विकिरण की Q मात्रा पड़ती है, और A_1 उसकी शोषक-शक्ति है, तो एक सेकंड में शोषित उष्मा $A_1 Q$ होगी।

अस्तु, $A_1 Q = M\theta_1$.

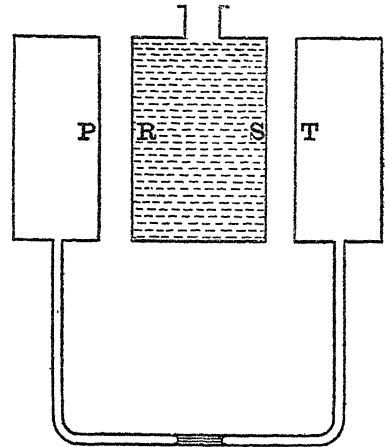
इसी प्रकार बल्ब पर दूसरा पदार्थ रोपित करके विकिरण डालने पर,

$$\therefore \frac{A_1}{A_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

स्फंदन-शक्ति (Emissive Power) :—यह उष्मा की वह मात्रा है, जो किरणों के लंब रूप उष्मा निकालने वाली वस्तु से 1 सें० मी० दूरी पर अभिलंबवत् रखे 1 वर्ग सें० मी० क्षेत्रफल पर 1 सेकंड में पड़ती है, जबकि दोनों तापों का अन्तर 1° हो।

किसी तल के 1 घन सें० मी० तल से प्रति सेकंड निकलनेवाली उष्मा और समान अवस्था में 1 घन सें० मी० पूर्ण काले तल से प्रति सेकंड निकलनेवाली उष्मा की निष्पत्ति को, उस तल की स्कंदन-शक्ति (Emissive Power) कहते हैं। स्कंदन शक्तियों की तुलना लाप्रोवोस्ते और दिसांय (La Provostaye and Desains) की विधि से की जा सकती है। एक धातु के घन को, जिसे लेस्ली घन (Leslie's Cube) कहते हैं, उबलते हुए पानी या अन्य द्रव से भर लेते हैं, और उसके ऊर्ध्व फलकों को उन पदार्थों से रोपित करते हैं, जिनकी स्कंदन-शक्तियों की तुलना करना होता है। करीब 50 सें० मी० की दूरी पर एक उष्माचिति रहती है। इसके और घन के बीच में एक दोहरे पृष्ट का धातु का पर्दा होता है। पर्दे के बाहर के पृष्ट, जो क्रमशः घन और उष्माचिति की ओर होते हैं, काजल से रोपित रहते हैं। अन्दर के पृष्ट चमकदार होते हैं। यदि M के वाम ओर का पृष्ट चमकदार हो, तो उस पर विकिरण गिर कर परावर्तित होकर L पर पहुँचेगा, और वहां से पुनः उष्माचिति पर आ जावेगा। इसके पीछे का चमकदार पृष्ट विकिरण को उष्माचिति तक सीधा पहुँचने से रोक देता है, M^1 इसे और भी रोकता है, और दाहिनी ओर से आने वाले विकिरण को भी रोकता है, जो परावर्तित होकर उष्माचिति पर पड़ेगा। आपेक्षिक स्कंदन-शक्तियां, स्रोत L के ताप पर भी निर्भर होती हैं। उष्माचिति से संबद्ध धारामापक के विक्षेप, स्कंदन-शक्तियों के समानुपाती होते हैं।

चित्र 84

शोषण-शक्ति और स्कंदन शक्ति की तुल्यता—एक शीशे की नली, जिसके सिरे समकोण पर मुड़े रहते हैं, और चपटे तल के दो बेलनाकार धातुओं के बर्तनों से जुड़े रहते हैं, इस प्रकार व्यवस्थित की जाती है कि उसके बीच से एक तीसरा धातु का बर्तन जुड़ा रहता है, जो दोनों बर्तनों से बराबर दूर रहता है। नली के बीच के भाग में रंगीन द्रव भर देते हैं।

आमने-सामने के सब फलक बिल्कुल बराबर होते हैं। बीच के बर्तन के काले फलक के सामने पालिशदार फलक और पालिशदार फलक के सामने काला फलक रहता है। बीच वाले बर्तन को गर्म पानी से भरने पर, द्रव-स्तंभ अपनी स्थिति से नहीं सरकता।

चित्र 85

यदि Q एवं Q' क्रमशः काले तथा चमकीले तलों द्वारा विकिरित उष्माएं तथा A और E, क्रमशः चमकीले तल की विकिरक एवं शोषक शक्तियां प्रकट करें, तो चमकीले तल द्वारा शोपित उष्मा $Q''=AQ$, तथा $Q'=EQ$. किनारे के बर्तन का काला फलक, अपने ऊपर पड़ने वाली समस्त उष्मा शोपित करता है।

$\therefore$ किनारे के काले फलक द्वारा शोपित उष्मा की मात्रा$=AQ$.

द्रव स्तंभ के स्थायित्व से स्पष्ट है कि किनारे के वर्तनों के विकिरण-ग्राही फलक, समान उष्मा शोषित करते हैं।

$\therefore$ $Q'=Q''$ अर्थात् $EQ=AQ$.

$$\therefore \; E=A.$$

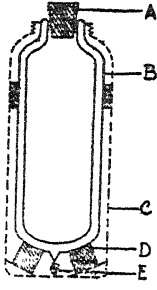
अस्तु, प्रत्येक वस्तु की स्कंदन शक्ति और शोषण-शक्ति बराबर होती हैं। यह व्यवस्था रीशी का उपकरण (Ritchie's apporatus) कही जाती है।

व्यावहारिक जीवन में उपयोग—काले तल अच्छे शोषक तथा विकिरक होते हैं, और सफेद तल, अच्छे परावर्तक होते हैं। चाय के वर्तनों और कलारीमापकों के वाह्य तल चमकदार रखे जाते हैं, जिससे कम गर्मी बाहर निकले, पर भोजन के वर्तनों की तली काली रखी जाती है, जिससे उष्मा का अधिक शोषण हो सके। दीवारों पर सफेदी कराने से कमरे गर्मी में ठंडे और जाड़ों में गर्म रहते हैं। काले कपड़े, विकिरण का अधिक शोषण करते हैं, और सफेद कपड़े, उष्मा को परावर्तित करते हैं। इसीलिए, जाड़ों में प्रायः काले कपड़े, और गर्मियों में सफेद कपड़े पहने जाते हैं: काले चमड़े के कारण, भैंस को गाय की अपेक्षा अधिक गर्मी लगती है।

शुष्क वायु, उष्मा का शोषण तथा विकिरण बहुत कम करती है। पर आर्द्र वायु में इनकी मात्रा काफी अधिक होती है। इसलिए वह दिन में पृथ्वी को सूर्य की उष्मा से अधिक गर्म नहीं होने देती और रात में पृथ्वी अधिक ठंडी नहीं हो पाती। जो वस्तुएं विकीर्ण उष्मा के प्रवाह में वाधक नहीं होतीं, उन्हें पारउष्मक (diathermanous) कहते हैं, और जो विकीर्ण उष्मा को शोषित कर लेती हैं, उन्हें अपार उष्मक (athermanous) कहते हैं। शुष्क वायु को लगभग पूर्णतः पार उष्मक माना जा सकता है। बादल अपारउष्मक होते हैं, क्योंकि वे विकीर्ण उष्मा को बाहर नहीं निकलने देते।

कांच, सूर्य से आनेवाले विकिरण के लिए पार उष्मक और साधारण चूल्हे से निकलने वाले उष्मीय विकिरण के लिए अपार उष्मक होता है। इस गुण का उपयोग हरितभवनों (greenhouses) में किया गया है। सूर्य से विकिरित उष्मा कांच से गुजर सकती है, पर इसे शोषित करके पृथ्वी गर्म हो जाती है, और भिन्न-भिन्न लंबाइयों की उष्मीय तरंगें निकालती है, जो कांच में से नहीं गुजर सकतीं। इस प्रकार ठंडे देशों में हरितभवनों के भीतर की वस्तुएं गर्म रहती हैं।

देवर का फ्लास्क अथवा थर्मस फ्लास्क (Dewar's Flask or Thermos

Flask)—इस व्यवस्था में तीनों प्रकार से उष्मा का संचार अत्यन्त क्षीण होता है। इस कारण किसी पदार्थ को काफ़ी देर तक गर्म अथवा ठंडा रखा जा सकता है।

चित्र 86

इसमें एक दूसरे के भीतर दो शीशे की बोतलें रहती हैं, जो एक दूसरे को केवल गर्दन पर छूती हैं। इन दोनों के बीच की जगह को वायुरिक्त कर दिया जाता है। भीतरी बोतल के बाहरी तल, और बाहरी बोतल के भीतरी तल पर चांदी की कलई चढ़ा दी जाती है। बोतलों को धातु के एक आवरण में रख दिया जाता है, और उनके बीच एक कमानी रहती है। शीशे की अधम चालकता के कारण, चालन से उष्मा का क्षय नहीं होता। बोतलों के बीच की जगह को वायुरिक्त करने से संवाहन रुक जाता है। कलईदार तल के कारण, विकिरण की मात्रा भी बहुत कम हो जाती है।

प्रीवोस्ट का आदान-प्रदान का सिद्धांत (Prevost's theory of exchange)—विकिरण की मात्रा, किसी वस्तु के ताप और तलों की प्रकृति पर निर्भर होती है। ताप की वृद्धि से यह मात्रा बढ़ जाती है। प्रीवोस्ट के अनुसार, प्रत्येक वस्तु, अपने वातावरण को निरंतर उष्मा विकिरत करती है, तथा उससे उष्मा प्राप्त करती है। ताप स्थिर होने पर, उष्मा-प्राप्ति की दर, उष्मा के विकिरण की दर के बराबर होती है। अस्तु, वस्तु का स्थायी ताप, एक गतिज संतुलन (dynamic equilibrium) का परिचायक है।

प्रीवोस्ट एक मनोरंजक तर्क-प्रणाली के आधार पर इस निष्कर्ष पर पहुँचा। एक ऐसे घेरे की कल्पना करो जिसकी दीवालों से ताप आ जा न सके। मान लो कि इसमें कई वस्तुएं विभिन्न तापों पर हैं। घेरे की कोई वस्तु उष्मा की उत्पादक नहीं है। गर्म वस्तुएं जितनी उष्मा बाहर निकालेंगी, उससे कम उष्मा उन्हें आस-पास की वस्तुओं से मिलेगी, तथा ठंडी वस्तुओं को आस-पास की वस्तुओं से जो उष्मा मिलेगी, वह उनसे विकिरित उष्मा की अपेक्षा अधिक होगी। फलतः गर्म वस्तुएं ठंडी और ठंडी वस्तुएं गर्म होती जायेंगी। जब घेरे की दीवालों और अन्दर की वस्तुओं का ताप समान हो जायगा तो भी विकिरण की क्रिया जारी रहेगी। इस स्थिति में प्रत्येक वस्तु उतनी ही उष्मा, शोषित करती है, जितनी वह विकिरित करती है। इसकी पुष्टि के लिए कल्पना करो कि एक दूसरा घेरा लिया जाता है जिसमें रखी हुई विभिन्न वस्तुएं संतुलन की अवस्था प्राप्त कर चुकी हैं, और जिसकी प्रत्येक वस्तु का ताप, पहले घेरे के ताप से अधिक है। अब यदि इस घेरे में पहले घेरे की कोई वस्तु ले जाई जाय, तो दूसरे घेरे की दीवालों तथा उसमें रखी हुई वस्तुओं से विकिरित ताप इस वस्तु के मिलेगा, और पहले की अपेक्षा कम ताप पर एक नया संतुलन स्थापित हो जायेगा। इस दूसरे घेरे में बाहर से जब ठंडी वस्तु लाई गई, तो उसने घेरे की किसी वस्तु को छुआ नहीं। इससे स्पष्ट है कि वह किसी प्रकार घेरे की दीवालों या

उसके भीतर रखी गई वस्तुओं में उष्मा-विकिरण प्रेरित नहीं कर सकती थी। इसलिए संतुलन से पहले होने पर भी, घेरे के भीतर की वस्तुओं में परस्पर विकीर्ण उष्मा का आदान-प्रदान जारी था।

स्टीफान का नियम (Stefan's Law):—प्रीवोस्ट के विचारों और टिंडल (Tyndall) के प्रयोगों के आधार पर स्टीफेन ने 1819 में यह नियम निकाला कि किसी काले पिंड विकिरक के इकाई क्षेत्रफल से इकाई समय में संपूर्ण उष्मा (जिसमें विभिन्न लंबाइयों की तरंगें रहती हैं) के विकिरण की दर, पिंड के परम ताप के चतुर्थ घात के समानुपाती होती है। यदि विकिरण की दर को P एवं परमताप को T द्वारा व्यक्त करें, तो $P=\sigma T^4$ (यहां σ, एक स्थिरांक है)

यदि किसी वस्तु का परम ताप $T+t$ और वातावरण का ताप T हो, तो वस्तु द्वारा प्राप्त उष्मा की दर σT^4 और निकाली गई उष्मा की दर $=\sigma(T+t)^4$ होगी।

$\therefore$ उष्मा के क्षय की दर$=\sigma[(T+t)^4-T^4]$

$$=\sigma[T^4+4T^3t+6T^2t^2+4Tt^3+t^4-T^4]$$

$$=\sigma T^4\left[4\left(\frac{t}{T}\right)+6\left(\frac{t}{T}\right)^2+4\left(\frac{t}{T}\right)^3+\left(\frac{t}{T}\right)^4\right]$$

यदि वातावरण के सापेक्ष, वस्तु के ताप का आधिक्य t का मान बहुत कम हो, तो $\left(\frac{t}{T}\right)$ के वर्ग और उच्चतर घातों को नगण्य माना जा सकता है।

$\therefore$ वस्तु के उष्मा-क्षय की दर

$$=\sigma T^4\left(\frac{t}{T}\right)=(4\sigma T^3)t=ct$$

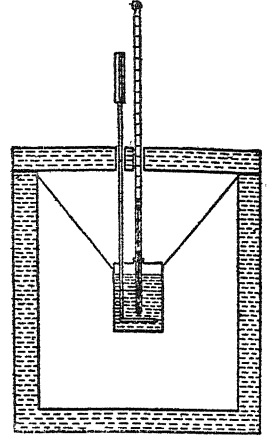
यहां c, $(=4\sigma T^3)$ एक स्थिरांक है।

अस्तु, वस्तु के उष्मा-क्षय की दर, वातावरण के सापेक्ष, उसके तापाधिक्य (excess of temperature) के समानुपाती होती है।

जब वस्तु की प्रकृति और संहति में कोई परिवर्तन न हो, तो उष्मा के क्षय की दर, ताप-ह्रास के समानुपाती होती है।

न्यूटन का नियम—इसके अनुसार, विकिरण से किसी वस्तु के ताप के ह्रास की दर, वातावरण के सापेक्ष उसके तापाधिक्य (excess of temperature above the surroundings) के समानुपाती है।

ऊपर के विवरण से स्पष्ट है कि तापाधिक्य कम होने पर, यह निष्कर्ष, स्टीफान के नियम से निकाला जा सकता है।

न्यूटन के शीतलीभवन नियम का सत्यापन :—एक छोटे कलारीमापक को एक बड़े वर्तन में लटका देते हैं, जो पानी से घिरा रहता है। कलारीमापक के ऊपर एक ढक्कन लगा रहता है, जिसमें मथनी और तापमापक प्रविष्ट करने के लिये छिद्र होते हैं। यह बड़ा वर्तन स्वयं जल से घिरा रहता है, जिससे वातावरण का ताप स्थिर रहे। कलारी मापक से बर्तन का जल पृथक् रहने के कारण, उसमें संवाहन धाराएं उत्पन्न नहीं हो सकतीं। 70-80°C तक गर्म करके जल को कलारीमापक में भर देते हैं, और फिर उसे ठंडा होने देते हैं। पहले तो जल का ताप शीघ्रता से गिरता जाता है, पर बाद में वह धीरे-धीरे गिरता है। दो तीन घंटे तक ठंडा होने के पश्चात् भी जल का ताप कमरे के ताप से 1–2° अधिक रहता है।

चित्र 87

दो-दो मिनट के पश्चात् ठंडे होनेवाले जल को मथते हुए उसका ताप पढ़ते जाते हैं। जब जल का ताप, कमरे के ताप से 8–10° अधिक रह जाय, तो निरीक्षण बन्द कर देते हैं।

समय को x–अक्ष पर, और तापों को y–अक्ष पर निरूपित करने से शीतलीभवन वक्र मिलता है। मान लीजिए स्वल्प समयान्तरों पर निरीक्षित कुछ ताप के पाठ क्रमशः θ_0, θ_1, θ_3 ... आदि हैं और θ कमरे का ताप है।

प्रथम अवधि में ताप-ह्रास की दर $=\dfrac{\theta_0-\theta_1}{t_1}$ (t_1, प्रथम अवधि है)

„ „ मध्यमान ताप $=\dfrac{\theta_0+\theta_1}{2}$

और तदनुरूप तापाधिक्य $=\dfrac{\theta_0+\theta_1}{2}-\theta$

न्यूटन के नियम के अनुसार, ताप-ह्रास की दर, तापाधिक्य के समानुपाती है।

$$\therefore \quad \frac{\dfrac{\theta_0-\theta_2}{t_1}}{\dfrac{\theta_0+\theta_1}{2}-\theta}=\frac{\dfrac{\theta_1-\theta_2}{t_2}}{\dfrac{\theta_1+\theta_2}{2}-\theta}=\frac{\dfrac{\theta_2-\theta_3}{t_3}}{\dfrac{\theta_2+\theta_3}{2}-\theta}=\text{स्थिरांक}$$

(चित्र 88 पृष्ठ ३२१ पर देखिए)

(सामान्यतः t_1, t_2, t_3 सब बराबर लिए जाते हैं)

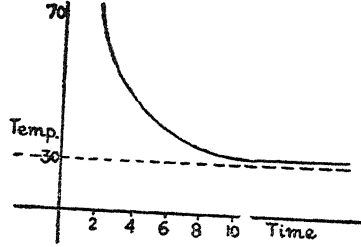
इस स्थिरांक को शीतलीभवन का स्थिरांक कहते हैं। परीक्षण अवधियां जितनी

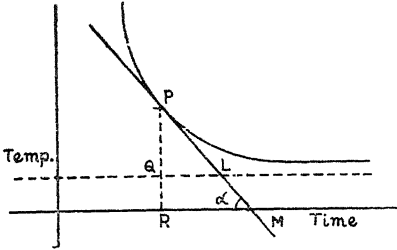
छोटी हों, उतना अच्छा है, पर इसके लिए ताप के सूक्ष्म अंतरों का ज्ञान आवश्यक है। व्यवहार में, इतने पाठ लेना भी दुस्साध्य है।

यदि वक्रपर दो सन्निकट विन्दु लिए जाएं और उन्हें मिलानेवाला चाप, समय के अक्ष से α कोण बनाए,तो स्पज्या

$$\alpha = \frac{\text{विन्दुओं द्वारा निरूपित ताप-ह्रास}}{\text{संगत स्वल्प-काल}}$$

=ताप ह्रास की दर (स्थूल रूप से)

जैसे-जैसे विन्दु निकट आते जायें, तैसे-तैसे चाप, वक्र की स्पर्श-रेखा में

चित्र 88

परिणत होता जाता है। **यदि यह** स्पर्श-रेखा, समय अक्ष से α **कोण** बनाये, तो स्पज्या α =ताप-ह्रास की दर। वातावरण के ताप को निरूपित करने के लिए, समय अक्ष के समान्तर एक रेखा डाली जाती है। स्पर्श-विन्दु से समय-अक्ष पर लम्ब-रेखा से इसका कटान विन्दु Q एवं वक्र पर स्पर्श रेखा से कटान

चित्र 89

विन्दु L द्वारा व्यक्त किया गया है।

अब, स्पज्या α =ताप के पतन की दर

$$=\frac{PQ}{QL}=\frac{\text{वातावरण के सापेक्ष, तापाधिक्य}}{QL}$$

न्यूटन के नियमानुसार, ताप के पतन की दर, इस तापाधिक्य के समानुपाती होती है। अस्तु QL का मान स्थिर होना चाहिए। अतः वक्र के किसी विन्दु पर स्पर्श-रेखा एवं उस विन्दु से समय अक्ष पर डाली गई लम्ब रेखा के बीच, वातावरण-ताप की रेखा पर अंतःक्षिप्त रेखाखंड की लम्बाई सदैव एक ही होगी। यह न्यूटन के नियम का विशुद्ध सत्यापन है। इसमें वक्र पर ठीक से स्पज्याएं खींचने में कठिनाई अवश्य होती है।

यदि ताप के लघु और समय में लेखाचित्र खींचा जाय, तो एक सरल रेखा प्राप्त होगी।

उच्च तापों का मापन—स्टीफान नियम के आधार पर उच्च तापों के निर्धारण के

लिए यंत्रों का निर्माण किया गया है। इनमें फेरी का विकिरण पाइरोमीटर (Pyrometer) उल्लेखनीय है । इसमें एक छोटी नली रहती है, जिसका एक सिरा खुला होता है । यह उस भट्टी के सामने रहता है जिसका ताप निर्धारित करना है। दूसरे सिरे पर एक अवतल दर्पण रहता है, जिसे नियंत्रित करके विकिरण को एक उष्माचिति (thermopile) पर केन्द्रित किया जा सकता है ।

कुछ यंत्रों में, एक विशेष रंग के विकिरण की किसी प्रामाणिक स्रोत से तुलना की जाती है । 1500° से अधिक ताप नापने के लिए यही व्यवस्थाएं काम में लाई जाती हैं ।

शीतलीभवन द्वारा किसी द्रव की विशिष्ट उष्मा का निर्धारण:—द्रव और जल को गर्म करके दो एक प्रकार के कलारीमापकों में एक ही ऊंचाई तक भर दो। इन कलारीमापकों का आयोजन न्यूटन के शीतलीभवन उपकरण में किया जाता है। दोनों को एक साथ ठंडा होने दो और द्रव तथा जल के शीतलीभवन वक्र खींच लो। वक्र द्वारा यह ज्ञात करो कि किसी निश्चित् ताप से, समान ताप के पतन के लिए जल और द्रव कितना कितना समय लेते हैं। इनको t_1 तथा t_2 द्वारा व्यक्त करो। समान परिस्थितियों में ठंडा होने के कारण, द्रवयुक्त कलारीमापक और पानीवाले कलारीमापक में उष्मा के क्षय की दर समान होगी। मान लो कि W किसी एक कलारीमापक का जल-तुल्यांक है, और m तथा m' क्रमशः जल तथा द्रव की संहतियां हैं। अब यदि θ_1 से θ_2 तक ताप का पतन होता है, तो विशिष्ट उष्मा s निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त होगी।

$$\frac{(W+m)(\theta_1-\theta_2)}{t_1}=\frac{(W+m's)(\theta_1-\theta_2)}{t_2}$$

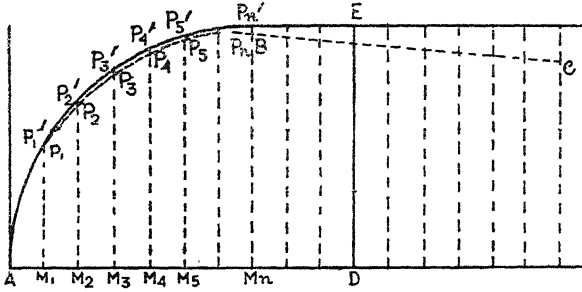
या, $$\frac{W+m}{t_1}=\frac{W+m's}{t_2}; \quad \therefore W+m's=(W+m).\frac{t_2}{t_1}$$

अर्थात् $$m's=W\left(\frac{t_2}{t_1}-1\right)+m.\frac{t_2}{t_1}$$

या, $$s=\frac{1}{m'}\left\{W\left(\frac{t_2}{t_1}-1\right)+\frac{mt_2}{t_1}\right\}$$

यह ध्यान देने योग्य है कि द्रव की विशिष्ट उष्मा निकालने का यही सूत्र किसी अन्य शीतली भवन नियम द्वारा भी प्राप्त हो सकता है। विशिष्ट उष्मा, न्यूटन के शीतलीभवन उपकरण से निकाली जाने पर भी, न्यूटन के नियम पर आधारित नहीं है, क्योंकि प्रत्येक ताप पर उष्मा के क्षय की दर दोनों स्थितियों में बराबर है, जिससे यह स्पष्ट होता है कि ताप के पतन की दर सदैव, जल तुल्यांक के उत्क्रमानुपाती होती है)

विकिरण संशोधन (Radiation Correction):—

कलारीमापन सम्बन्धी प्रयोगों में, जब किसी अधिक ताप वाले पदार्थ का सम्पर्क एक निम्न ताप पर स्थित पदार्थ-पुंज से होता है, तो मिश्रण का तापक्रम स्थिर होने में कुछ समय लगता है। इतने काल में कुछ ताप विकिरण द्वारा क्षय हो जाता है, जिससे अंतिम प्रतीयमान ताप (Apparent Final Temperature) वास्तविक अंतिम ताप

चित्र 24

से कुछ कम होता है। इस ताप-ह्रास को निर्धारित करके प्रतीयमान ताप में जोड़ने से, परिशोधित अंतिम ताप मिलता है।

यदि वातावरण के सापेक्ष ताप आधिक्य (Temperature excess above the surroundings) को y-अक्ष पर, एवं समय को x-अक्ष पर निरूपित करके लेखाचित्र (graph) बनायें, तो विच्छिन्न रेखा द्वारा प्रकट वक्र मिलता है। पहले ताप की वृद्धि तीव्रगति से होकर, ताप धीरे-धीरे थोड़ा गिर कर स्थायी हो जाता है। विकिरण के अभाव में परिशोधित ताप अविछिन्न रेखा द्वारा निर्देशित किया गया है।

ताप-वृद्धि के काल में ताप अवपात

=मध्यमान ताप-वृद्धि की दर × तत्सम्बन्धी समय

$=\frac{1}{2}\times$ उच्चमान ताप पर ताप-परिवर्तन (क्षय) की दर

× तत्सम्बन्धी (उपरोक्त) समय

$=\frac{1}{2}\times$ ताप-वृद्धि काल के बराबर समय में उच्चमान (प्रतीयमान) ताप से गिरा हुआ संपूर्ण तापमान।

यहां यह मान लिया गया है कि मध्यमान ताप-वृद्धि की दर प्रारंभिक (शून्य) एवं अंतिम दरों के योग का अर्थात् अंतिम दर का अर्धांश है। यह केवल मोटे रूप से सत्य है।

हल किए हुए प्रश्न

1. किसी तालाब के तल पर 10 सें० मी० गहरी बर्फ की तह जम चुकी है। बताओ कि अगली मिलीमीटर तह बनने में लगभग कितना समय लगेगा ? वायु का ताप $-5^\circ C$ है। (बर्फ की चालकता $= \cdot 005$ इकाई, गुप्त उष्मा $= 80$ इकाई) (यू० पी० बोर्ड, '40)

मान लो कि तालाब के अनुच्छेद का क्षेत्रफल A वर्ग सें० मी० है। बाद में बनी हुई बर्फ का आयतन $= A \times \cdot 1$ घन सें० मी०

$\therefore$ इस तह की संहति $= A \times \cdot 1 \times \cdot 9$ ग्राम।

इतनी बर्फ बनने में दी हुई उष्मा $= A \times \cdot 1 \times \cdot 9 \times 80$ कलारी।

उष्मा चालकता का सूत्र है :

$$Q = KA \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{l} \times t$$

यहां, $Q = A \times \cdot 1 \times \cdot 9 \times 80$ कलारी, $\theta_1 - \theta_2 = 0 - (-5) = 5$

$l = 10$ सें० मी०

$$\therefore \; A \times \cdot 1 \times \cdot 9 \times 80 = \frac{\cdot 005 \times A \times 5}{10} t$$

अर्थात्, $$t = \frac{10 \times \cdot 1 \times \cdot 9 \times 80}{\cdot 005 \times 5} \text{ सेकंड}$$

$$= \frac{9 \times 100 \times 80}{5 \times 5} \text{ सेकंड} = 48 \text{ मिनिट}$$

2. एक कमरे को गर्म करने के लिए तांबे की पतली चद्दर वाली पालिश की हुई 10 नलियां लगी हैं। उनमें से प्रत्येक एक मीटर लंबी तथा 5 सें० मी० व्यास की है। यदि उनमें $75^\circ C$ पर गर्म पानी बराबर प्रवाहित होता रहता है, तो कमरे में प्रति घंटा कितनी उष्मा की मात्रा विकीर्ण (radiated) होगी ? कमरे का औसत ताप $15^\circ C$ और तांबे की विकीर्णता (Emissivity) $= \cdot 000004$ कलारी प्रति सेकंड प्रति डिग्री सेंटीग्रेड। (यू० पी० बोर्ड, '45)

नलियों का वक्रतल $= 10 \times 2\pi r l = 10 \times 2 \times 3 \cdot 142 \times 2 \cdot 5 \times 100$ वर्ग सें० मी०। विकीर्ण उष्मा की मात्रा, $Q =$ विकिरण गुणांक $\times$ परिवाहित करने वाला संपूर्ण तल $\times$ समय $\times$ वातावरण के सापेक्ष, ताप का आधिक्य

अर्थात् $Q = \cdot 000004 \times 10 \times 2 \times 3 \cdot 142 \times 2 \cdot 5 \times 100 \times 60 \times 60 \times (75 - 15)$

$= \cdot 4 \times 5 \times 3 \cdot 142 \times 36 \times 60 = 4320 \times 3.142$

$= 13577 \cdot 14$ कलारी।

3. क्राउन कांच की एक नली चारों ओर स्टीम जैकट (steam jacket)

स घिरी हुई है। उसमें $15^{\circ}C$ पर पानी प्रवेश करता है, और $20^{\circ}C$ पर निकल जाता है। पानी के बाहर निकलने की स्थिर रफ्तार 1089 ग्राम प्रति मिनट है। यदि नली 28 सें० मी० लंबी हो, और आंतरिक तथा बाहरी व्यास क्रमशः ·4 तथा ·6 सें० मी० हों, तो कांच के लिए K ज्ञात करो।

$$Q=KA.\frac{\theta_1-\theta_2}{l}t. \qquad \text{यहां} \quad A=2\pi\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right).h$$

$$=3{\cdot}142\times(\cdot2+\cdot3)\times28=14\times3{\cdot}142 \text{ वर्ग सें० मी०}$$

$$\theta_1=100^{\circ}C; \quad \theta_2=\frac{15+20}{2}=17{\cdot}5^{\circ}C$$

$$l=r_2r_1=(\cdot3-\cdot2)=\cdot1 \text{ सें० मी०।}$$

$$Q=1089\times(20-15)=1089\times5 \text{ कलारी ।}$$

$$t=60 \text{ सेकंड ।}$$

इन मानों को सूत्र में रखने पर,

$$1089\times5=\frac{K\times14\times3{\cdot}142\times(100-17{\cdot}5)}{\cdot1}\times60$$

$$\therefore \quad K=\frac{1089\times5\times\cdot1}{14\times3{\cdot}142\times82{\cdot}5\times60}=2{\cdot}5\times10^{-3} \text{ इकाई ।}$$

4. काले पिंड से प्रति सेकंड विकिरित उष्मा, उसके परम मान पर ताप के चतुर्थ वर्गीय है। यदि $1000^{\circ}C$ ताप पर प्रति वर्ग सें० मी० से 10 वाट उष्मा प्राप्त होती है, तो सूर्य का ताप निकालो (सूर्य से प्रति वर्ग सें० मी०, 10,000 वाट उष्मा प्राप्त होती है)।

मान लो, सूर्य का ताप $=T^{\circ}$ (परम मानकर)

$$\therefore \quad a\propto T, \qquad \therefore \quad \frac{Q_1}{Q_2}=\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4.$$

$$\text{अस्तु,} \quad \frac{10}{10{,}000}=\left(\frac{1000+273}{T}\right)^4=\left(\frac{1273}{T}\right)^4$$

$$\therefore \quad \frac{1273}{T}=\left(\frac{1}{1000}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \text{या,} \quad T=1273\times\sqrt[4]{1000}$$

$$=1273\times\sqrt{31{\cdot}63}=1273\times5{\cdot}624=7159$$

$$\therefore \text{ सूर्य का ताप}=7159^{\circ}A=(7159-273)^{\circ}C=6886^{\circ}C$$

5. मान लीजिए कोई पिंड 30 सेकंड में $95^{\circ}C$ से $90^{\circ}C$ तक ठंडा होता है,

और 55° से 50° तक 70 सेकंड में ठंडा होता है। वातावरण का मध्यमान ताप बताओ। पिंड 55° से 45° तक कितने समय में ठंडा होगा ?

मान लो कि वातावरण का मध्यमान ताप θ है

(पहले भाग में) न्यूटन के शीतली भवन नियम के अनुसार,

ताप के गिराव की दर $\propto$ वातावरण के सापेक्ष तापाधिक्य

$$\therefore \quad \frac{\frac{(95-90)}{30}}{\frac{95+90}{2}-\theta} = \frac{\frac{(55-50)}{70}}{\frac{55+50}{2}-\theta}$$

या, $$\frac{\frac{5}{30}}{\frac{185}{2}-\theta} = \frac{\frac{5}{70}}{\frac{105}{2}-\theta}$$

$$\therefore \quad \frac{\frac{1}{30}}{\frac{185}{2}-\theta} = \frac{\frac{1}{70}}{\frac{105}{2}-\theta}$$

अर्थात्, $$\frac{\frac{1}{30}}{\frac{185}{2}-\theta} = \frac{1}{2100} \qquad \text{या,} \quad \frac{185}{2}-\theta = 70$$

$$\therefore \quad \theta = \left(\frac{185}{2} - 70\right)^0 = \frac{45^0}{2} = 22{\cdot}5^\circ C$$

दूसरे भाग के लिये मान लो, t समय में पिंड 50° से 45° तक ठंडा होता है।

$\therefore$ ठंडे होने की दर

$$= \frac{(50-45)/t'}{\frac{95}{2}-\theta} = \frac{5/30}{\frac{185}{2}-\theta} = \frac{5/70}{\frac{105}{2}-\theta} = \frac{5\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{70}\right)}{\frac{185}{2}-\frac{105}{2}} = \frac{5}{2100}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{t}\left(\frac{95}{2} - \frac{45}{2}\right) = \frac{1}{2100} \qquad \text{या,} \quad t = \frac{2100}{25} = 84 \text{ सेकंड}$$

$\therefore$ अभीष्ट समय $= (70+84) = 154$ सेकंड।

न्यूटन के नियम का उपयोग करते समय यह ध्यान रखना चाहिए कि जितना कम समय लिया जायगा, उतना ही शीतली भवन की दर अधिक शुद्ध आयेगी।

प्रश्नावली

1. उष्मा के संचार की विभिन्न विधियों को समझाओ। प्रत्येक के उदाहरण दो।
(कलकत्ता, '38; पटना, '40)

2. बताओ कि—

(क) यदि लोहे और लकड़ी के दो टुकड़ों को धूप में रखा जाय, तो कौन अधिक गर्म मालूम पड़ेगा ? (ढाका, '30; पटना, '43)

(ख) कागज के पात्र में पानी, बिना कागज जलाये, उबल सकता है। क्यों ?

(ग) यदि किसी गैस ज्वालक के ऊपर धातु की जाली को रख कर ऊपर की गैस को जलाया जाय, तो आग जाली के नीचे पहुंचती। (मद्रास, '43)

(घ) आग के सामने किसी दूरी पर उतनी ही गर्मी नहीं मालूम होती, जितना कि उसी दूरी पर ऊपर की ओर। (कलकत्ता, '29; ढाका, 21)

(ङ) ठंड से रक्षा के लिए कौन अधिक उपयुक्त है—एक मोटी कमीज या उसी कपड़े की दो कमीजें, जिनमें से प्रत्येक की मोटाई पहले से आधी हो। (कलकत्ता, '43)

3. संचालन और संवाहन के अन्तर को स्पष्ट करो। (कलकत्ता, '28, '38, '41)
यह कैसे दिखाओगे कि पानी, अधम चालक है (कलकत्ता, '36, '38)

4. डैवी के सुरक्षा-दीप की क्रिया समझाओ (कलकत्ता, '28)। प्रयोगों द्वारा संबद्ध सिद्धान्त की पुष्टि करो।

5. प्रकृति में वाहन धाराएं कहां कहां पाई जाती हैं ? प्रत्येक दशा में उनके पैदा होने का कारण बतलाओ।
समुद्र के किनारे गर्म दिन में प्रायः समुद्र से हवा चलती है, पर रात्रि में उसकी दिशा उलट जाती है।

6. इंगन हौज के प्रयोग से धातुओं की चालकता की तुलना किस प्रकार की जाती है ?
(कलकत्ता, '38, मद्रास, '32, '33, '38)

7. किसी वस्तु की उष्मा चालकता से क्या अभिप्राय है ? सर्ले की विधि से किसी वस्तु की चालकता कैसे निकालोगे ? तत्सम्बन्धी सूत्र को सिद्ध करो।
(यू० पी० बोर्ड, '33)

8. उष्मा चालकता की परिभाषा करो। शीशे की उष्मा चालकता ·0002 सी० जी० एस० इकाई है। इस कथन से क्या समझते हो ? विस्तृत रूप से समझाओ
(यू० पी० बोर्ड, '44, '48, '50)

·3 सें० मी० मोटी कांच की खिड़की का भीतरी ताप 30 और बाहर का ताप 40 है। यदि खिड़की का क्षेत्रफल 2 वर्ग मीटर हो, तो ज्ञात करो कि किस दर से उष्मा कमरे में प्रवेश कर रही है। (यू० पी० बोर्ड, '44)
(उत्तर, 1333·3 कलारी प्रतिसेकंड)

9. थर्मस फ्लास्क (Thermos Flask) का विवरण दो।
(यू० पी० बोर्ड, '36; मद्रास, '40)

इसकी सहायता से वस्तुओं को कई घंटों तक गर्म या ठंडा किस प्रकार रखा जाता है ? (यू० पी० बोर्ड, '45; कलकत्ता, '50)

10. विकिरक ऊर्जा क्या है, और उसे कैसे नापा जाता है (**बंबई**, '36, '43, **मद्रास**, '35)
किन बातों से यह प्रकट होता है कि विकिरित ऊर्जा, अदृश्य प्रकाश है? तर्कपूर्ण विवेचन करो। (**कलकत्ता**, '12; **यू० पी० बोर्ड**, '41; **पटना**, '29; **बम्बई**, '41)
विकिरित ऊर्जा, प्रकाश से किस प्रकार भिन्न है ? (**यू० पी० बोर्ड**, '31)

11. पौधों के लिए बनाए गए हरित भवनों (green-houses) में कांच की छतों का आयोजन रहता है ? इसका क्या कारण है ? (**यू० पी० बोर्ड**, '42)
कुछ अपारदर्शक पदार्थों के उदाहरण दो, जो विकिरित उष्मा को प्रेषित (transmit) करते हैं। कुछ ऐसे पारदर्शक पदार्थ भी बताओ, जो इसे शोषित करते हैं। (**यू० पी० बोर्ड**, '41)

12. धातु के एक छड़ को एक सिरे पर गर्म करते हैं। छड़ के किसी विन्दु पर ताप-वृद्धि की दर किन बातों पर निर्भर करेगी ? (**यू० पी० बोर्ड**, '46)
ढले लोहे (cast iron) या अन्य धातु की चालकता कैसे निकालोगे ? वायु के बुलबुलों का चालकता पर, तुम्हारी समझ में क्या प्रभाव पड़ेगा ?
(**यू० पी० बोर्ड**, '39, '40; **मद्रास**, '31, **बम्बई**; '36, '44)

13. भवनों को किस प्रकार (क) वायु (ख) तप्त जल के प्रवाह से गर्म किया जाता है ? स्वच्छ चित्रों द्वारा समझाओ।

14. उष्मा चालकता की इकाई क्या है ?
एक मनुष्य 4 मि० मी० मोटी फलानैल लपेटे हुए है। यदि बाहरी ताप $27^{\circ}F$ है, तो वह अपने शरीर के एक वर्ग मीटर से प्रति घंटा कितनी उष्मा निकालेगा ?
फलानैल की चालकता = ·00012 (**यू० पी० बोर्ड**, '42)
मानव शरीर का ताप = $98 \cdot 6^{\circ}F$ (**उत्तर**, 108,000 कलारी)

15. कांच की उष्मा चालकता कैसे निकालोगे ?
किसी कमरे की कांच की खिड़की का क्षेत्रफल 8 वर्ग मीटर है, और कांच 5 मिलीमीटर मोटा है। यदि भीतरी ताप $20^{\circ}C$ और बाहरी $-10^{\circ}C$ हो, तो कांच में से उष्मा के प्रवाह की दर निकालो। (कांच की उष्मा चालकता ·002 कलारी प्रति सें० मी० प्रति डिग्री सें० ग्रे० है।
(**यू० पी० बोर्ड**, '50) (**उत्तर**, 9600 कलारी प्रति सेकंड)

16. एक ही आकार के भिन्न धातुओं के दो छड़ A और B बराबर मोटाई के मोम से रोपित कर दिए जाते हैं, और प्रत्येक का एक सिरा गर्म जलकुंड में रख दिया जाता है। यह देखा जाता है कि पहले छड़ A पर मोम B की अपेक्षा अधिक तेजी से पिघल जाता है, पर स्थिर अवस्था प्राप्त होने पर B की अधिक लंबाई में मोम पिघला हुआ निकलता है। सकारण समझाओ। (**कलकत्ता**, '41)
4 वर्ग सें० मी० अनुच्छेद के लोहे के एक घनाकार टुकड़े के आमने-सामने के फलक क्रमशः भाप और पिघलते बर्फ में रख दिए जाते हैं। यदि लोहे की चालकता ·2 हो, तो 10 मिनट में कितना बर्फ पिघल जायगा ?
(**यू० पी० बोर्ड**, 46) (**उत्तर**, 300 ग्राम)

17. एक रबड़ की नली की उष्मा चालकता कैसे ज्ञात करोगे ? जो सूत्र निकालो, उसे सिद्ध करो। $100^{\circ}C$ पर भाप को एक लोहे के बलन में प्रविष्ट कराया जाता है, जो 15 मि० मी० मोटा है और जिसका अनुप्रस्थ क्षेत्रफल 100 वग सें० मी० है) भाप

100 ग्राम प्रति मिनट की दर से जल में परिणत होती है। बाहर का ताप क्या है?
($K=\cdot 2$, $L=540$ इकाइयां) (यू० पी० बोर्ड, '33) (उत्तर, $32\cdot5^\circ C$)

18. किसी तल की 'उत्सर्जन शक्ति' (Emission power) से क्या अभिप्राय है? विभिन्न पदार्थों की उत्सर्जन शक्तियों की तुलना कैसे करोगे?

19. 'शोषण शक्ति' से क्या अभिप्राय है? उसकी तुलना, विभिन्न पदार्थों के लिए कैसे करोगे?
प्रयोग द्वारा कैसे दिखाओगे कि अच्छे शोषक अच्छे विकिरक भी होते हैं
(यू० पी० बोर्ड, '19; कलकत्ता, '25)

20. प्रीवोस्ट (Prevost's Theory of Exchanges) के आदान-प्रदान सिद्धान्त की रूपरेखा प्रकट करो। (यू० पी० बोर्ड, '41, '45; पटना, '27, बंबई, '36)
जिस प्रकार कोई गर्म पिंड, उष्मा विकिरित करता है, उसी प्रकार कोई बर्फ का टुकड़ा 'शीत' विकिरित करता हुआ प्रतीत होता है। समझाओ (मद्रास, '43)

21. न्यूटन के शीतलीभवन नियम का वर्णन करो। उसके सीमित स्वरूप पर प्रकाश डालो। शीतली भवन की विधि से किसी द्रव की विशिष्ट उष्मा कैसे निकाली जाती है?
(यू० पी० बोर्ड, '43, '47, '49; मद्रास, '33, '36, '40)
500 ग्राम जल और समान आयतन के दूसरे द्रव को एक एक करके एक तांबे के कलारीमापक में रखा जाता है। द्रव की संहति 400 ग्राम है और वह 55° से 50° तक सेकंड में ठंडा होता है? पानी के लिए तत्संगत समय 280 सेकंड है। यदि कलारीमापक की संहति 200 ग्राम हो, और तांबे की विशिष्ट उष्मा ·1 हो, तो द्रव की वि० उ० निकालो। (मद्रास, '37) (उत्तर, .88)

22. न्यूटन का शीतलीभवन नियम क्या है? उसकी जांच प्रयोग द्वारा कैसे करते हैं? उसके द्वारा विकिरण संशोधन (Radiation correction) किस प्रकार निर्धारित करते हैं? (यू० पी० बोर्ड, '39)

23. (i) दो समान तापमापकों के बल्वों को क्रमशः काजल और चांदी से ढक दिया जाता है। उनके नापों की तुलना करो
   (क) जब दोनों अंधेरे में एक गर्म पानी के वर्तन में रख दिए हों
   (ख) जब दोनों धूप में रख दिए गए हों।
   (ग) जब उन दोनों को किसी स्वच्छ रात में खोलकर टांग दिया जाय।
   (यू० पी० बोर्ड, '19; पंजाब, '32)
(ii) गर्मियों में सफेद कपड़े और जाड़ों में रंगीन कपड़े क्यों श्रेष्ठ समझे जाते हैं?

24. प्रयोग द्वारा कैसे सिद्ध करोगे कि विकिरित उष्मा, प्रकाश के परावर्तन और वर्तन के नियमों का पालन करती है? सकारण समझाओ (यू० पी० बोर्ड, '35)
(i) कारखानों की चिमनियां लंबी और कम चौड़ी बनाई जाती हैं।
(ii) गैस भरे हुए बल्ब, शून्य बल्बों से श्रेष्ठ समझे जाते हैं।

अध्याय 9

उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक

(Mechanical Equivalent of Heat)

हम जानते हैं कि एक प्रकार की ऊर्जा, दूसरे प्रकार की ऊर्जा में परिणत हो सकती है। ऊर्जा स्वरूप वदलती है, पर उसका क्षय नहीं होता। यांत्रिक, प्रकाश, विद्युतीय, चुम्बकीय एवं रासायनिक ऊर्जाएं, उष्मा में परिणत हो सकती हैं। यहां हम यांत्रिक ऊर्जा और उष्मा के पारस्परिक संवंध पर विचार करेंगे। उष्मा, निम्न यांत्रिक प्रक्रियाओं से उत्पन्न होती है।

(1) **घर्षण**—इसके कुछ उदाहरण ये हैं—

(i) हथेली को जोर से रगड़ने से उष्मा उत्पन्न होती है।

(ii) उस्तरा या चाकू को चकमक (grinding stone) पर रगड़ने से चिनगारियां निकलती हैं।

(iii) सिगरेट ज्वालक के दांतेदार पहिए और किसी पत्थर में रगड़ होने से चिनगारियां निकलती हैं।

(iv) घने जंगलों में पेड़ों के तनों आंधी के समय पारस्परिक घर्षण से प्रचंड अग्नि उत्पन्न होती है, जिसे दावानल कहते हैं।

(v) दियासलाई के खुरदरे धरातल से रगड़ने पर बत्ती जल उठती है।

(vi) चलती हुई गाड़ी के पहिये पर अचानक ब्रेक लगाने पर, चिनगारियां निकलने लगती हैं।

(vii) तेज चलनेवाली रेलगाड़ियों के पहियों के अक्षदंड (axle) और प्याले में घर्षण से प्रचंड उष्मा उत्पन्न होती है और कभी कभी आग भी लग जाती है।

(viii) मेज पर रगड़ने से, मुद्रा गर्म हो जाती है।

(2) **संघात** (Percussion)—किसी भारी बोझ के किसी पिंड पर गिरने से उष्मा उत्पन्न होती है। हथौड़े की अविरल चोटों से कुछ देर बाद, सीसे का टुकड़ा गर्म हो जाता है।

(3) **संपीडन**—गैस को दबाने से उष्मा उत्पन्न होती है। आग की पिचकारी से यह तथ्य मनोरंजक रूप से दर्शाया जा सकता है।

बहुत मोटी दीवालों की पतली कांच की एक सिरे पर बंद नली से पिचकारी का पीपा बनता है। एक दृढ़ धातु की छड़ के सिरे पर लगा हुआ वायु-रोधक पिस्टन इसमें बैठा रहता है। नली के बन्द सिरे से एक रूई का गाला प्रविष्ट कराया जाता है, जो किसी

ज्वलनशील द्रव (जैसे कार्बन डाइ-सल्फाइड) में भींगा रहता है। पिस्टन को अचानक नीचे ढकेलने से रुई में आग लग जाती है, जिसकी कौंध बाहर से देखी जा सकती है।

(4) **अवरुद्ध गति**—जब कोई गोली, किसी कठोर लक्ष्य को भेदती है, तो प्रचंड उष्मा उत्पन्न होती है, जिससे गोली पिघल सकती है।

काउण्ट रम्फोर्ड और डैवी के प्रयोग—किसी ठोस लोहे की छड़ को छेकने (drill) से बहुत उष्मा उत्पन्न होती है। छेद में बर्फीले जल को डालने से जल खौलने लगता है।

डैवी ने दो बर्फ के टुकड़ों को चपटा करके एक वायु पंप के रिक्त ग्राहक के भीतर रख दिया। ग्राहक की बगल में दो ठूंसे हुए बक्सों (stuffing boxes) में से एक छड़ दबाकर दोनों टुकड़ों को आपस में रगड़ा गया। इससे बर्फ पिघल कर पानी हो गया। जब तक छड़ गतिशील रहती है, तब तक पानी बनता रहता है। उसके गति-शून्य होते ही यह रुक जाता है।

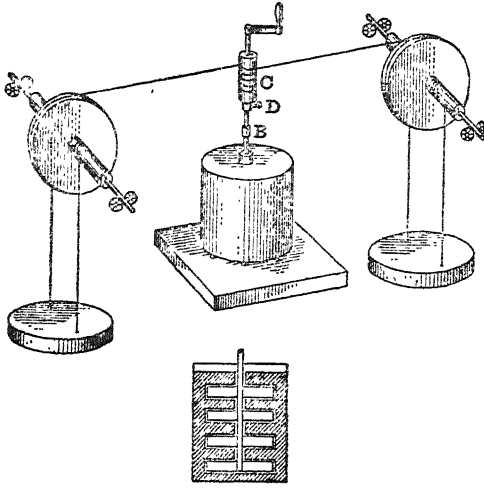
उष्मा का स्वरूप—19 वीं शताब्दी के अर्धांश तक, उष्मा को अनश्वर (indestructible), भारहीन, अत्यन्त सूक्ष्म तरल समझा जाता था, जिसे कलारिक तरल कहते थे। इस सिद्धान्त पर कलारीमापन संबंधी प्रक्रियाएं तो भली भांति समझी जा सकती हैं, पर घर्षण या संघात से उष्मा की उत्पत्ति को समझाने में कठिनाई होती है। कलारिक तरल धारणा के समर्थकों के अनुसार दो पिंडों के रगड़ने से कुछ द्रव्य छिल जाता है, और नए खुले हुए धरातलों में विद्यमान तरल, शीघ्रता से शेष द्रव्य द्वारा शोषित हो जाता है। इस सिद्धान्त के प्रवर्तकों ने विकिरण को समझाने की चेष्टा नहीं की।

डैवी और रम्फोर्ड के प्रयोगों से स्पष्ट होता है कि उष्मा, एक प्रकार की गति है। वास्तव में परमाणुओं की गति ही उष्मा का स्रोत है। ताप की वृद्धि से यह गति बढ़ जाती है। जब दृश्यमान (visible) गति नष्ट हो जाती है, तो वह अणुओं (molecules) की अदृश्य गति के रूप में प्रकट होती है। यही उष्मा का गत्यात्मक सिद्धान्त (Dynamical Theory) है।

उष्मा-गतिविज्ञान का प्रथम नियम (First Law of Thermodynamics)—जब कभी उष्मा से यांत्रिक कार्य, अथवा यांत्रिक कार्य से उष्मा का सृजन होता है, तो कार्य और उष्मा एक निश्चित् अनुपात में होते हैं। प्रचलित संकेतों के अनुसार $W/H=J$. यहां J एक स्थिरांक है, जो इस नियम के प्रवर्तक के नाम पर, जूल का स्थिरांक अथवा उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक कहलाता है। यदि $H=1$ तो, $W=J$.

अस्तु, उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक, इकाई उष्मा उत्पन्न करने के लिए अभीष्ट कार्य की मात्रा है। यदि उष्मा की इकाई, कलारी मानी जाय, तो J का मान $4{\cdot}176 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलरी होता है। और यदि उष्मा की इकाई 1 ब्रिटिश थर्मल यूनिट ली जाय, तो J का मान $=778$ फुट पौंड प्रति ब्रि० थ० यू० होगा। इसी प्रकार यदि उष्मा की

इकाई, पौंड डिग्री सेंटीग्रेड हो, तो J का मान, 1400 फुट पौंड प्रति पौंड डिग्री सेंटीग्रेड निकलेगा।

जूल का प्रयोग—एक विशेष प्रकार के कलारीमापक की दीवालों में चार जोड़े पंखों (vanes) के लगे थे। इसमें एक जलरोधक ढक्कन लगा था, जिसके बीच से एक छिद्र द्वारा एक तकुआ (spindle), कलारीमापक में प्रविष्ट कराया गया। तकुओं में हल्के पैडिल (Paddles) लगे रहते थे। इनके पंख इस प्रकार व्यवस्थित थे कि वे दीवालों पर लगे हुए स्थिर पंखों में सट कर बैठ जाते थे। तकुए के ऊपरी सिरे को एक लकड़ी के बेलन से, एक ऐसी पिन द्वारा संबद्ध किया जा सकता था, जिसे निकाला जा सकता था। बेलन के चारों ओर दो रस्सियां इस प्रकार लिपटी रहती थीं कि उनके स्वतंत्र छोरों को खींचने पर, बेलन एक निश्चित् दिशा में घूम जाता था। ये खुले छोर, चिकनी घिर्रियों पर से गुजर कर दूसरी ओर दो बराबर भारों से संबद्ध थे। ये भार फर्श से नपी हुई ऊंचाइयों पर थे।

चित्र 91

कलारीमापक में निश्चित मात्रा का जल लिया गया। ढक्कन में केन्द्र से कुछ हटकर एक छिद्र द्वारा एक तापमापक कलारीमापक में लटकाया गया। यह एक डिग्री सेंटीग्रेड के 360 वें भाग तक शुद्धता से पाठ ले सकता था।

पहले पिन निकालकर तकुए को लकड़ी के बेलन से पृथक् कर दिया गया। बेलन के ऊपरी भाग में लगे हुए हत्थे को घुमाने से, लटके हुए भार कुछ ऊंचाई तक उठ गए। तब तकुए को बेलन से पिन द्वारा संबद्ध कर दिया गया। तापमापक द्वारा जल का प्रारंभिक ताप पढ़कर, भारों को गिरने दिया गया। गिरते समय, रस्सियों के खुलने से बेलन, और कलारीमापक में जानेवाला तकुआ घूमने लगता था। तकुए के घूमने से, कलारीमापक का जल गतिमय हो जाता था, पर कलारीमापक की दीवारों पर लगे हुए पंख इस गति को अवरुद्ध करते थे, जिससे उष्मा उत्पन्न होती थी। भारों के गिरने पर, पिन द्वारा संबद्ध करके उन्हें फिर उसी ऊंचाई से गिराया गया। यह क्रिया बराबर करने से ताप की यथेष्ट वृद्धि हुई। कलन के लिए हम निम्न संकेतों का अनुसरण करेंगे।

एक तरफ का लटका संपूर्ण भार $= M$ ग्राम।
भार की फर्श से ऊंचाई $= h$ सें० मी०
भार गिरने की क्रियाओं की कुल संख्या $= n$
कलारीमापक का जल तुल्यांक $= w$ ग्राम।
कलारीमापक में जल का भार $= m$ ग्राम।
जल का प्रारंभिक ताप $= \theta_1^\circ$ सें० ग्रे०
" " अंतिम ताप $= \theta_2^\circ$ " "

दोनों ओर के भार, n वार गिरने से किया गया कार्य $= 2n\ Mgh$ अर्ग
कलारीमापक और जल द्वारा प्राप्त उष्मा $= (w+m)(\theta_2 - \theta_1)$ कलरी।

$$\therefore\ J = \frac{W}{H} = \frac{2nMgh}{(W+m)(\theta_2 - \theta_1)}$$

नोट:—जल को कई खंडों में विभक्त करने से भंवरों (eddies) की उत्पत्ति एक नियमित रूप से संभव हो सकी। इससे मंथन-व्यवस्था की श्रेष्ठता प्रकट होती है।

इस विधि में निम्न त्रुटियां हैं :—

(1) कुछ उष्मा संचालन से निकल जाती है। इसको रोकने के लिए जूल ने कलारीमापक को एक लकड़ी के तख्ते पर रख दिया।

(2) प्रयोग काफी देर तक होता रहता है। इस बीच काफी मात्रा में विकिरण से उष्मा निकल जाती है। विकिरण के अभाव में अंतिम ताप अधिक होता है। इसे विकिरण परिशोधन द्वारा शुद्धता से निकाला गया। यह अधिक संतोषजनक नहीं था।

(3) भारों की संपूर्ण स्थितिज ऊर्जा, जल को मथने में नहीं व्यय हुई। उसका कुछ भाग, भारों में गतिज ऊर्जा उत्पन्न करने में भी व्यय हुआ। यदि फर्श से टकराते समय भारों का वेग v हो, तो कुल उत्पन्न गतिज ऊर्जा $= 2\times\frac{1}{2}\ Mv^2 \times n$

$$\therefore \text{ प्रभावकारी कार्य, } W_{eff} = 2n\ Mgh - 2\times\frac{1}{2}\ n\ Mv^2$$
$$= 2nM\left(gh - \tfrac{1}{2}v^2\right)$$

$$\therefore\ J = \frac{W_{eff}}{H} = \frac{2nM(gh - \frac{1}{2}v^2)}{(W+m)(\theta_2 - \theta_1)}$$

(4) घिरियां चाहे कितनी चिकनी हों, कुछ न कुछ ऊर्जा, घर्षण के कारण नष्ट हो जाती है। यदि घर्षण न होता तो स्वल्पतम भार से गति उत्पन्न हो जाती। मान लीजिए m वह न्यूनतम संहति है, जिसके भार के कारण गति का सृजन होता है। घर्षण के अवरोध को दूर करने वाला समान और विपक्षी बल mg है। इसके द्वारा किया गया कुल कार्य $= nmgh$ अर्ग है। (mg, दोनों ओर के घर्षण के अवरोध को नष्ट करता है। इसे दो से गुणा नहीं किया जाता।)

$$\therefore \; W_{eff} = n[2M(gh - \tfrac{1}{2}v^2) - mgh].$$

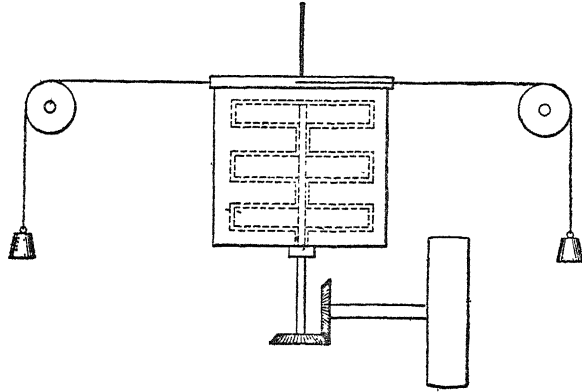
(5) जब भार फर्श से टकराते हैं तो ध्वनि होती है। कुछ ऊर्जा, ध्वनि उत्पादन से उत्पन्न उष्मा में भी नष्ट होती है। उसकी परिगणना करना कठिन है।

(6) पानी की विशिष्ट उष्मा, 0° से 100° तक बराबर मानी गई थी। यह गलत है।

(7) जूल के तापमापक की तुलना प्रामाणिक गैस तापमापक से नहीं की गई थी। इसलिए तापों का अवलोकन पूर्णतः शुद्ध नहीं था।

(8) उपकरण में क्षीण कंपन उत्पन्न हो जाते थे। इसमें भी कुछ ऊर्जा का क्षय होता था।

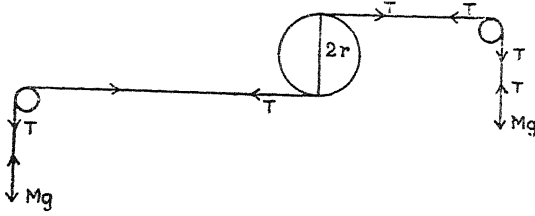
जूल ने प्रयोग को दुहरा कर इन सब अशुद्धियों को दूर करने की चेष्टा की।

रोलैंड का प्रयोग (Rowland's experiment) :—एक वृत्ताकार मंडलक में से एक स्तंभ निकल कर, कलारीमापक के ढक्कन से जुड़ा रहता है। यह व्यवस्था एक उदग्र

चित्र 92

तार से लटकी रहती है। स्तंभ से जुड़ी हुई एक क्षैतिज भुजा पर दो भार लगे रहते हैं, जिन्हें सरका कर लटके हुए भाग के जाड्य घूर्ण (Moment of Inertia) को संशोधित किया जा सकता है।

मंडलक पर दो रेशम की डोरियां लिपटी थीं, जिनके सिरे अचल घिर्रियों पर से गुजरकर दोनों ओर समान भारों से जुड़े थे। यह डोरियां इस प्रकार लिपटी थीं कि दोनों के एक साथ मंडलक से हटने पर दोनों ओर के भारों की प्रवृत्ति नीचे गिरने की थी। कलारीमापक की तली के केन्द्र से एक धुरी अन्दर जाती थी, जिसमें पंख लगे थे। कलारीमापक की दीवालों में भी पंख लगे थे, जिनके बीच में ये बैठ जाते थे। कलारीमापक के

पंखों की व्यवस्था जूल के उपकरण जैसी थी। धुरी एक पहिए से जुड़ी रहती थी, जिसे किसी मोटर या वरीवर्त (turbine) द्वारा घुमाया जाता था।

घुमाने की गति को गतिमापी (speedometer) द्वारा पढ़ा जा सकता था।

चित्र 93

गति को इस प्रकार नियंत्रित किया गया कि भारों द्वारा लगाया हुआ संपूर्ण वलयुग्म, धुरी द्वारा लगाए हुए बलयुग्म के बरावर और विपरीत दिशा में था, जिससे भार संतुलन की स्थिति में थे।

सहवर्ती चित्र से स्पष्ट है कि मंडलक पर डोरियों द्वारा लगाया हुआ वलयुग्म $T \times 2r$ है।

(T यहां डोरियां के उभयनिष्ट तनाव, और r मंडलक के अर्धव्यास को प्रकट करता है।)

भारों के संतुलन से $T = Mg$. अस्तु डोरियों द्वारा लगाया हुआ वलयुग्म $= Mg \times 2r$. यदि क्षैतिज भुजा पर व्यवस्थित भारों का बलयुग्म C द्वारा व्यक्त किया जाए, (भारों की दूरियों के ज्ञान से C का मान निकाला जा सकता है) तो भारों का संपूर्ण वलयुग्म $= Mg \times 2r + C$.

धुरी द्वारा लगाया बलयुग्म इसके समान और विपरीत है।

$\therefore$ n चक्करों में इस बलयग्म द्वारा किया हुआ कार्य=वलयुग्म×तदनुरूपी कोणीय विचलन

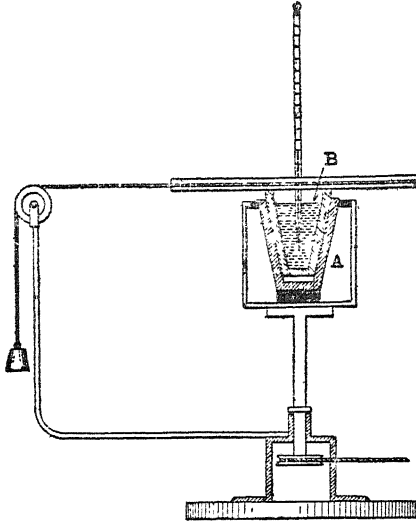
$= (Mg \times 2r + C) \times 2\pi n$

उत्पन्न उष्मा $= (W + m)(\theta_2 - \theta_1)$ (जूल के प्रयोग के अंतर्गत निर्दिष्ट संकेतों के अनुसार)

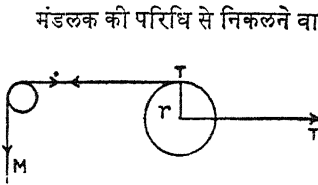
$$\therefore J = \frac{2\pi n(Mg \times 2r + C)}{(W + m)(\theta_2 - \theta_1)}$$

इस प्रयोग में 1 घंटे में ताप 45° के लगभग बढ़ता था।

प्रयोगशाला में J निकालने की घर्षण शंकुओं की सर्ल विधि (Serle's Friction Cones Method):—दो शंक्वाकार पीतल के बर्तन एक दूसरे से सटे रहते हैं। ये सामान्यतः बन्दूक धातु (gun metal) के बने होते हैं। बाहर का बर्तन एक आबनूस के

गोल मंडलक में व्यवस्थित रहता है। उसे एक पेटी और चक्र की सहायता से, एक उदग्र अक्ष पर घुमाया जा सकता है। भीतरी वर्तन दो कीलों द्वारा लकड़ी के एक गोल मंडलक में फंसाया जाता है। मंडलक की परिधि में एक पिन से डोरी बंधी रहती है, जो एक घिर्री के ऊपर से निकल कर एक भार से बंधी रहती है। भीतरी शंकु में जल रहता है, जिसका ताप एक तापमापक द्वारा पढ़ा जा सकता है।

चित्र 94

हाथ के चक्र को उस दिशा में एक निश्चित गति से घुमाया जाता है, जिससे लटका हुआ भार किसी ऊंचाई पर स्थिर रहे। बाहरी-शंकु के घुमाव से घर्षण के कारण भीतरी शंकु की भी उसी दिशा में घूमने की प्रवृत्ति होती है।

यदि घुमानेवाला घर्षण का बल-युग्म लटकने वाले भार के द्वारा मंडलक पर लगाए गए बलयुग्म के बराबर हो, तो संतुलन की स्थिति प्राप्त होगी, और भार एक ही ऊंचाई पर टिका रहेगा।

मंडलक की परिधि से निकलने वाले डोरे के तनाव से केन्द्र पर एक विरोधी और समान प्रतिक्रिया उत्पन्न होती है। क्रिया और प्रति-क्रिया से मिलकर बलयुग्म $T \times r = Mgr$ का निर्माण होता है।

चित्र 95

$\therefore$ घर्षण द्वारा किया गया कार्य

$=$ घर्षण का बलयुग्म $\times$ तकुए द्वारा घूमा हुआ कोण $= Mgr \times 2\pi n$

$$\therefore\ J = \frac{2\pi n Mgr}{(W+m)(\theta_2 - \theta_1)}$$ (पूर्व संकेतों के अनुसार)

सामान्य प्रयोगशाला की विधि—लगभग एक मीटर लंबी और 5 सें० मी० व्यास की एक पट्ठे की दोनों सिरों पर खुली नली में 100 ग्राम के लगभग तुले हुए सीसे के छर्रे क्षैतिज स्थिति में भर दिए जाते हैं, और दोनों सिरों डाट पर लगा देते हैं। फिर नली को उदग्र रख कर छर्रे एक सिरे से दूसरे तक गिरने दिए जाते हैं। यह क्रिया कई बार दुहराने से छर्रे गर्म हो जाते हैं और उनका ताप पढ़ लिया जाता है।

संपादित कार्य $= n \times mgl$ कार्य की इकाई

उत्पन्न उष्मा $= ms\ (\theta_2 - \theta_1)$ (यहां l और s क्रमशः नली की लंबाई और छर्रे की विशिष्ट उष्मा को व्यक्त करते हैं)

$$\therefore\ J = \frac{nmgl}{ms(\theta_2 - \theta_1)} = \frac{ngl}{s(\theta_2 - \theta_1)}$$

J का मान विद्युतीय प्रयोगों द्वारा भी निकाला गया है। इनका विवरण विद्युत् के अंतर्गत मिलेगा।

वॉन मेयर (Von Meyer) **के सूत्र द्वारा J की गणना** :—मान लीजिए किसी बेलन के कुछ भाग में V_1 आयतन में P दवाव पर एक ग्राम गैस भरी है, गैस को ऊपर से एक वायु-रोधक पिस्टन दवाता है। संतुलन की स्थिति में,

पिस्टन का दवाव नीचे की ओर=गैस का ऊपर की ओर दवाव $= P$.

एक ग्राम गैस को स्थिर आयतन पर रख कर 1° ताप बढ़ाने के लिए अभीष्ट उष्मा $= 1 \times C_v \times 1$ उष्मा की इकाइयां।

एक ग्राम गैस को स्थिर दवाव 1 पर रख कर 1° ताप बढ़ाने के लिए अभीष्ट उष्मा $= 1 \times C_p \times 1$ उष्मा की इकाइयां हम जानते हैं कि इस दूसरी स्थिति में अधिक उष्मा देनी होगी, क्योंकि आयतन प्रसार के कारण कुछ शीतलीभवन होगा जिसको रोकने के लिए कुछ अतिरिक्त उष्मा दी जाना आवश्यक है।

इस अतिरिक्त उष्मा का मान $= 1 \times C_p \times 1 - 1 \times C_v \times 1$

$= (C_p - C_v)$ उष्मा की इकाइयां।

यदि गैस, बेलन की x_1 लम्बाई से फैलकर x_2 में आ जाय, तो फैलने में किया गया कार्य=स्थिर दवाव के कारण उत्पन्न बल×बल की दिशा में स्थानान्तर

$= (P \times A) \times (x_2 - x_1)$. यहां A, बेलन का अनुच्छेद है।

$\because\ Ax_1 = V_1$ और $Ax_2 = V_2$

$\therefore$ फैलने में गैस द्वार संपादित कार्य

$= P.A(x_2 - x_1) = P(V_2 - V_1)$

यदि R, एक ग्राम गैस के लिए स्थिरांक मान लिया जाय, तो, (प्रचलित संकेतों के अनुसार) $PV_1 = RT_1,\ PV_2 = RT_2 = R(T_1 + 1)$

(यहां ताप की वृद्धि 1° है)

$\therefore$ गैस के प्रसार के लिए अभीष्ट कार्य

$= P(V_2 - V_1) = R(T_1 + 1) - RT_1 = R$ कार्य की इकाइयां।

$\therefore\ R$ कार्य की इकाइयां $= (C_p - C_v)$ उष्मा की इकाइयां

$$\therefore\ J = \frac{R}{(C_p - C_v)} \quad \text{अर्थात्}\quad C_p - C_v = \frac{R}{J}.$$

R का मान इस प्रकार निकालते हैं।

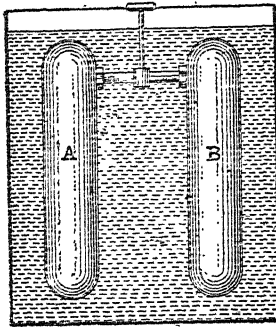
$$R=\frac{PV}{T}=\frac{P_0V_0}{T_0}=\frac{(76\times 13{\cdot}6\times 981)\times V_0}{273}$$

यदि 1 लिटर वायु की संहति 1·293 ग्राम मान लें तो, $V_0=\frac{1000}{1{\cdot}293}$ घन सें० मी०

$$\therefore\ R=\frac{(76\times 13{\cdot}6\times 891)\times \frac{1000}{1{\cdot}293}}{273}.$$

अस्तु C_p और C_v के ज्ञान से J का मान, कलन द्वारा निकाला जा सकता है।

यह ध्यान रखना चाहिए कि R, सार्वभौमिक स्थिरांक नहीं है। वह एक ग्राम गैस के लिए स्थिरांक है। इस स्थिरांक का मान गैस की प्रकृति पर निर्भर करता है।

कलन करने से R का मान 4·2× 10 अर्ग प्रति कलारी निकला, जो काफी शुद्ध है। वास्तव में गैस द्वारा किया गया कार्य बाहरी दबाव के विरुद्ध कार्य करने के अतिरिक्त गैस के खिंचाव को दूर करने में लगना चाहिए। गणना करने में हमने यह मान लिया है कि गैस द्वारा किया हुआ सारा कार्य, वाह्य दबाव को दूर करने की चेष्टा में लगता है। पर संभव है कि कुछ कार्य, अणुओं को पारस्परिक आकर्षण के विरुद्ध पृथक करने में लगा हो। इसको ज्ञात करने के लिए जूल ने एक धातु की टंकी A को 22 वायुमंडल के दबाव पर सूखी हवा से भरा। दूसरी टंकी B को रिक्त करके पहली से एक नली द्वारा जोड़ दिया, जिसमें एक डाट लगी थी। दोनों को एक जल से भरे कलारीमापक से जोड़ दिया। ताप स्थिर होने पर डाट को खोल दिया। इस समय बाहरी दबाव शून्य है, इसलिए जो कुछ कार्य होगा, वह केवल अणुओं की पारस्परिक दूरियों को बढ़ाने में लगेगा। प्रयोग में, ताप का परिवर्तन नगण्य हुआ। इससे जूल ने यह निष्कर्ष निकाला कि कोई आंतरिक कार्य नहीं हुआ। वास्तव में यह पूर्णतः सत्य नहीं हो सकता।

चित्र 96

जूल और टॉम्सन (Thomson) द्वारा किए गए प्रयोगों से पता चलता है कि गैस के प्रसरण में आंतरिक कार्य का मान बिल्कुल शून्य नहीं हो सकता। पोरस प्लग (porous plug) के प्रयोग द्वारा यह लक्षित होता है कि गैस के अणुओं में कुछ न कुछ आकर्षण होता है, जो गैस की प्रकृति पर आधारित होता है। आदर्श गैस के लिए यह आकर्षण शून्य होता है। इसी आंतरिक कार्य के कारण वास्तविक गैसें ब्वॉयल और चार्ल्स नियम का पूर्णतः पालन नहीं करतीं।

बाद में जूल ने पहले प्रयोग के उपकरण में कुछ संशोधन किया। इस बार दोनों बेलनाकार बर्तन A और B एक ही जलकुंड में न रखे जाकर भिन्न भिन्न कुंडों में रखे गये, और बीच के डाट को भी तीसरे जलकुंड में रखा गया। बड़ी सावधानी से प्रयोग करने पर देखा गया कि लगभग 22 वायु दबाव पर A में भरी गैस जब B में फैलती है, तो A के ताप में पर्याप्त कमी आ जाती है, और उतना ही ताप B में चढ़ जाता है। A से जो गैस B में गई, उस पर A की अवशिष्ट गैस ने धक्का देकर बाहर करने में जो कार्य किया उसके कारण A में कुछ उष्मा का क्षय हुआ, और ताप गिर गया। डाट खोलते ही जो गैस B में आई, उसी पर अनुवर्ती गैस का दबाव लगता है और B का ताप बढ़ जाता है।

गुप्त उष्मा का स्वरूप (Nature of Latent Heat):—हम देख चुके हैं कि जब बर्फ का टुकड़ा गर्म किया जाता है, तो ताप $0^\circ C$ पर तब तक स्थिर रहता है, जब तक कि पूरा टुकड़ा पिघल नहीं जाता। इसी प्रकार $100^\circ C$ पर जल को गर्म करने से ताप तब तक स्थिर रहता है, जब तक सारा जल वाष्प में नहीं बदल जाता। आखिर दी हुई उष्मा का होता क्या है? इस उष्मा से पहले अणु का दोलन-वेग बढ़ता है,, जिससे उनके बीच की दूरी में परिवर्तन होता है। उष्मा देते रहने से यह दूरी बढ़ जाती है। इस प्रसार में उसे अणुक बल के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है, जिससे अणुओं की स्थितिज ऊर्जा बढ़ जाती है। ताप एकाएक घटाने से फैले हुए कण पुनः अपनी पूर्वस्थिति में लौट आते हैं, और स्थितिज ऊर्जा उन्मुक्त हो जाती है।

पानी का 1 ग्राम, 100° पर वाष्प में परिणत होने पर प्रसारित होकर 1691 घन सें० मी० आयतन प्राप्त कर लेता है। इसलिए आयतन में परिवर्तन 1690 घन सें० मी० होता है। इसलिए वायुमंडलीय दबाव के विरोध में किया हुआ कार्य

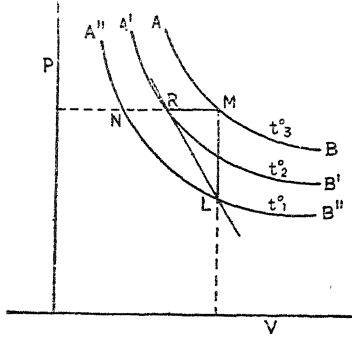
$$=P\times(V_2-V_1)=76\times 13{\cdot}6\times 980\times 1690$$

$$=1,013,000 \text{ अर्ग}$$

$$=\frac{1,013,000}{4{\cdot}2\times 10^7}\text{ कलारी}=40{\cdot}7 \text{ कलारी (लगभग)}$$

हम जानते हैं कि वाष्प की गुप्त उष्मा 536 कलारी प्रति ग्राम है। इसका अधिकांश भाग, जल के अणुओं के पारस्परिक आकर्षण (Mutual attraction) को दूर करने में लगता है (हम देख चुके हैं कि गैसों में यह आकर्षण उतने महत्व का नहीं है)। इस प्रकार गुप्त उष्मा को आंतरिक और वाह्य गुप्त उष्मा में विभक्त किया जा सकता है जिसमें आंतरिक भाग का मान अधिक है।

स्थिरोष्म (Adiabatic) **अवस्था में गैस की दाब और आयतन में संबंध :—** हम जानते हैं कि ताप स्थिर रहने से गैसें, ब्वॉयल सूत्र का पालन करती है, अर्थात् प्रचलित संकेतों के अनुसार $PV=K$ (स्थिरांक) और समतापीय प्रत्यास्थता $E\theta=P$.

यदि गस के दाब और आयतन में एकाएक परिवर्तन हो, तो निकटवर्ती वस्तुओं के साथ उष्मा के आदान-प्रदान में समय नहीं मिलता। इस प्रकार के परिवर्तन को स्थिरोष्म परिवर्त्तन (Adiabatic Change) कहते है। इस स्थिति में, $PV\gamma=K'$ (स्थिरांक) और स्थिरोष्म प्रत्यास्थता, $E_\theta=\gamma P.$; अस्तु, $E_\theta/E_\theta={}^\gamma P/P=\gamma.$

चित्र 97

दिए हुए चित्र में AB, $A'B'$ और $A''B''$ समतापीय वक्र (जो दवाव और आयतन के सबंध व्यक्त करते हैं) है। LR, एक स्थिरोष्म वक्र है, जो $A''B''$ और $A'B'$ को क्रमश: L और R विन्दुओं में काटता है। (वक्र $A''B''$ पर L से एक स्थिरोष्म वक्र LR खींचो, जो $A'B'$ को R विन्दु पर काटे। फिर R से आयतन अक्ष के समान्तर एक रेखा खींचो और उसके किसी विन्दु M से गुजरता हुआ समतापीय वक्र AB खींच लो।)

यदि गैस L विन्दु द्वारा निर्दशित स्थिति से R विन्दु की स्थिति में आता है, तो उसकी उष्मा में कोई परिवर्तन नहीं होता (गैस की स्थिति में परिवर्त्तन किसी भी मार्ग से हो सकता है।) मान लो की गैस L से R स्थिति में आने के लिये पहले L से M पर पहुंचती है, और फिर M से R तक। इसलिए मार्ग के पहले भाग में जितनी उष्मा प्राप्त करती है, उतनी ही दूसरे भाग में वह निकाल देती है। यदि AB, $A'B'$ और $A''B''$, क्रमश: t_3, t_2 तथा $t_1°$ सेंडिग्रेट के वक्र हो तो,

$$C_p(t_3-t_1)=C_v(t_3-t_2)\ldots\ldots(1)$$

यदि M,R और N पर गैस के आयतनों को क्रमश: V_3, V_2 और V_1 द्वारा व्यक्त करें, तो चार्ल्स नियमानुसार,

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}=\frac{V_3-V_1}{T_3-T_1}=\frac{V_3-V_2}{T_3-T_2}\ldots\ldots(2)$$

(यहां T_1, T_2 और T_3 समतापीय वक्रों के परम ताप हैं।)

$$\therefore \frac{T_3-T_1}{T_3-T_2}=\frac{V_3-V_1}{V_3-V_2}\ \ldots\ldots(3)$$

समीकरण (1) के अनुसार; $\dfrac{t_3-t_2}{t_3-t_1}=\dfrac{C_p}{C_v}$

$$\therefore \frac{V_3-V_1}{V_3-V_2}=\frac{C_p}{C_v}=\gamma\left(\because \frac{t_3-t_2}{t_3-t_1}=\frac{T_3-T_2}{T_3-T_2}\right)$$

स्थायी ताप t_3 पर गैस के आयतन में परिवर्तन MN, LM दवाव के कारण उत्पन्न होता है और स्थिरोष्म अवस्था में उसी दाब से परिवर्तन MR होता है।

$$\therefore \frac{\text{स्थिरोष्म प्रत्यास्थता मापांक}}{\text{समतापीय प्रत्यास्थता मापांक}} = \frac{MN}{MR} = \frac{V_3 - V_1}{V_3 - V_2} = \frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

हम देख चुके हैं कि यदि स्थिर ताप की अवस्था में किसी दाव P पर आयतन में परिवर्तन v हो, तो स्थिरोष्म अवस्था में वह $v/1/\gamma$ होगा।

$\therefore$ स्थिरोष्म अवस्था में आयतन का परिवर्तन $=\gamma\times$ समतापीय अवस्था में आयतन का परिवर्तन।

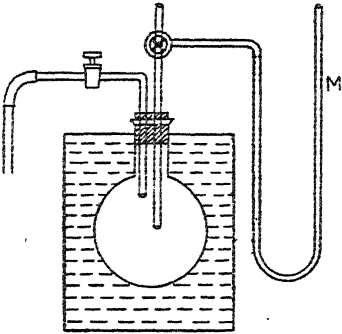
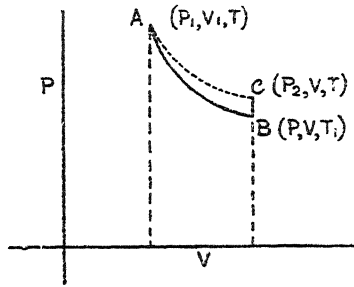
यदि स्थिरोष्म विधि से किसी गैस के दवाव P और V से बदल कर क्रमश: $P+p$ और $V-v$ हो गए हों, तो तदनुरूप समतापीय अवस्था में (उसी दाव पर) आयतन $V-\gamma v$ होगा।

$\therefore \; (P+p)(V-\gamma v)=PV$

या, $(1+p/P)(1-\gamma v/V)=1$

या, $(1+p/P)(1-v/V)\gamma=1$ (लगभग)

अर्थात् $(P+p)(V-v)\gamma=PV\gamma=$स्थिरांक

गैस का विशिष्ट उष्माओं से γ का मान निकालना :—इस विधि को क्लीमेंट और डेसोर्मी (Clement & Desormes) ने प्रयुक्त किया था। गैस को एक कांच के

चित्र 98(a) चित्र 98 (b)

बड़े बर्तन में रखा जाता है। यह बर्तन पूर्णतः नमदा, रुई आदि कुचालक वस्तुओं से ढंक कर एक लकड़ी के बक्स में बन्द रखा जाता है। बर्तन के भीतर एक नली से पंप द्वारा हवा भरी या निकाली जा सकती है। इसके मुंह पर एक नली रहती है, जो एक द्विमार्गी काग द्वारा बर्तन का बाहरी वायु से संबंध स्थापित करती है। इसी काग द्वारा बर्तन को एक मैनोमीटर द्वारा भी संबद्ध किया जा सकता है। पहले बर्तन में हवा भर कर

दबाव P_1 (जो सामान्य वायुमंडलीय दबाव P से अधिक होता है) स्थापित किया जाता है। इस समय वायु का दबाव P_1, आयतन V_1 और ताप T_1 होता है। जब काग घुमाकर भीतरी वायु एक क्षण के लिए बाहरी वायु से संबद्ध की जाती है, तो भीतरी वायु का दबाव P हो जाता है और भीतर की वायु प्रसरित होकर V आयतन धारण कर लेती है। यह रूपान्तर स्थिरोष्म वक्र AB द्वारा व्यक्त किया जा सकता है।

$$\because P_1V_1\gamma = PV\gamma \ldots (1)$$

जब गैस थोड़ी देर तक बाहरी हवा से ताप लेती रहती है, तो उसका ताप स्थायी होकर T हो जाता है। स्थायी आयतन पर गैस का दबाव P से बढ़ कर P_2 हो जाता है। यह रूपांतर BC द्वारा व्यक्त किया जा सकता है। चित्र में A और C एक समतापीय वक्र पर अवस्थित हैं। ब्वॉयल के नियम के अनुसार,

$$P_1V_1 = P_2V \ldots (2)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V}{V_1}$$

समीकरण (1) के अनुसार, $\left(\frac{V}{V_1}\right)^\gamma = \frac{P_1}{P} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^r$.

$$\therefore \text{लघु}\,\frac{P_1}{P} = \gamma \cdot \text{लघु}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

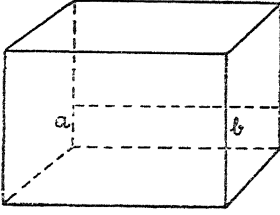
$$\therefore \gamma = \frac{\text{लघु}\,P_1/P}{\text{लघु}\,P_1/P_2} = \frac{\text{लघु}\,P_1 - \text{लघु}\,P}{\text{लघु}\,P_1 - \text{लघु}\,P_2}$$

$$= \frac{P_1 - P}{P_1 - P_2}$$ (यदि P, P_1 एवं P_2 में बहुत कम अंतर हो।)

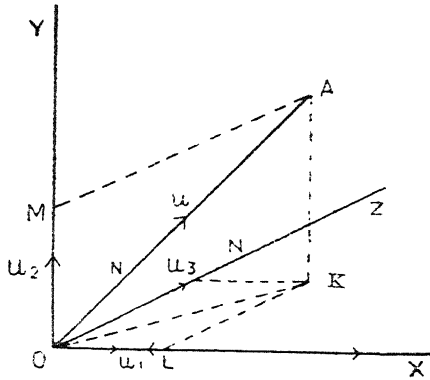
प्रयोग करते समय पहले बर्तन में बगल की नली से कुछ वायु भर ली जाती है। 4–5 मिनट ठहरने पर जब ताप स्थिर हो जाय, तो मैनोमीटर की भुजाओं में द्रव की सतहों का अंतर h_1 पढ़ लेते हैं। फिर काग को घुमाकर बर्तन को बाहरी वायु से संबद्ध कर देते हैं, जिससे भीतर की वायु फैल जाती है और ताप गिर कर T_1 हो जाता है। अब बाहर से उष्मा आती है, और स्थाई आयतन पर गैस का दबाव बढ़ जाता है। यदि स्थायी हो जाने के बाद मैनोमीटर की भुजाओं द्वारा दबावान्तर h_2 प्रकट हो, $P_2 = P + h_2$ इसी प्रकार $P_1 = P + h_1$.

$$\therefore \gamma = \frac{P_1 - P}{P_1 - P_2} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

गैसों का गतिज सिद्धान्त (Kinetic Theory of Gases)—मान लीजिए कि एक सें० मी० भुजा के एक खोखले घन में एक अणु मौजूद है, जिसकी संहति m ग्राम है,

औ . वह निरन्तर घन के दो आमने-सामने की भुजाओं के लंबवत् ab रेखा में चल रहा है। हम यह मान लेते हैं कि वेग u, घन के किसी फलक से टकराने पर प्रत्यावर्तित (reverse) होता है। प्रत्येक टक्कर से संवेग में परिवर्तन $2mu$ होता है, और a से b तक जाने में समय $1/u$ सेकंड लगता है। इस प्रकार प्रति सेकंड u टक्करें होंगी, और प्रति सेकंड संवेग में परिवर्तन $2mu^2$ होगा। आधी टक्करें औसत रूप से एक फलक पर होती हैं, और बाकी आधी सामने वाले फलक पर होती हैं। इसलिए किसी एक फलक पर एक सेकंड में संवेग में परिवर्तन mu^2 होगा। द्वितीय नियम के अनुसार इस फलक पर mu^2 बल पड़ेगा। यदि घन सें० मी० में n_0 अणु हों और वे सब u वेग से ab के समान्तर चल रहे हों, तो किसी फलक पर पड़ने वाला बल n_0mu^2 होगा। इसलिए, घन के किसी एक फलक पर पड़नेवाला दबाव p=इकाई क्षेत्रफल पर बल$=nm_0u^2$.

चित्र 99

यदि अणुओं का वेग भिन्न भिन्न हो, और सब चालों के वर्गों का मध्यमान $\overline{u^2}$ हो, तो $p=n_0m_0\overline{u^2}$

यदि घन के भीतर कोई गैस भरी हो, तो अणु प्रत्येक दिशा में समान रूप से चलते हैं। किसी अणु के वेग u को घन की भुजाओं के समान्तर अक्षों की दिशा में संश्लिष्ट किया जा सकता है। इसके लिए u को OM और OK अवयवों में विभक्त करते हैं। (OK, उस समतल में व्यवस्थित है, जिसमें OX और OZ हैं।) फिर OK को OX एवं OZ की दिशाओं में क्रमशः OL और ON वेग खंडों में उपविभक्त करते हैं।

चित्र 100

$$OA^2=OK^2+KA^2=(OL^2+ON^2)+OM^2=OL^2+OM^2+ON^2$$

$$\therefore\ u^2=u_1^2+u_2^2+u_3^2$$

भिन्न भिन्न अणुओं के वेग भिन्न भिन्न दिशाओं में होंगे, पर उन सबको अक्षों के समान्तर

विभक्त किया जा सकता है। यदि u_1^2, u_2^2, u_3^2 और u^2 के मध्यमान क्रमशः $\overline{u_1^2}$, $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$ और $\overline{u^2}$ द्वारा व्यक्त हों, तो $\overline{u^2}=\overline{u_1^2}+\overline{u_2^2}+\overline{u_3^2}$.

संमिति के अनुसार, $\overline{u_1^2}=\overline{u_2^2}=\overline{u_3^2}=\frac{1}{3}\ \overline{u^2}$

इसलिए x अक्ष के समान्तर दवाव, $p_x=n_0m\overline{u_1^2}=\frac{1}{3}\ n_0m\overline{u^2}$

यदि गैस को किसी ऐसे कोष्ठ में बन्द मान लिया जाय, जिसके फलक आयताकार (rectangular) हों, और l_1, l_2, l_3 तथा v कोष्ठ की भुजाएं और आयतन को प्रकट करें तथा इकाई आयतन में n_0 अणु हों, तब उसी प्रकार कलन करने से दवाव का मान वही आता है। किसी एक अणु को x– दिशा में एक फलक से दूसरे तक पहुंचने मे $l_1\ v_2$ समय लगता है। इसलिए x– अक्ष के लम्बात्मक प्रत्येक फलक पर औसत टक्करों की संख्या $\frac{1}{2}\cdot\ u_1/l_1$ प्रति सेकंड है। इसलिए x–अक्ष के लम्बात्मक प्रत्येक फलक पर एक सेकंड में $2m_0u_1\cdot\frac{1}{2}\cdot u_1/l_1\times n_0v$ संवेग में परिवर्तन होगा।

$\therefore$ प्रति सेकंड संवेग में परिवर्त्तन $=m_0n_0vu_1^2/l_1$.

$$\therefore \text{ दबाव, } p_x=\left(\frac{m_0n_0v\overline{u_1^2}}{l_1}\right)\div l_2\ l_3=\frac{m_0n_0v\overline{u_1^2}}{l_1l_2l_3}=\frac{m_0n_0v\overline{u_1^2}}{v}.$$

$$=m_0n_0\overline{u_1^2}=\frac{1}{3}\ m_0u_0\overline{u^2}.=p_y=p._z$$

कोष्ठ की भुजाएं किन्हीं तीन लंबात्मक दिशाओं में मानी जा सकती हैं। इसलिए प्रत्येक दिशा में दवाव, $p=\frac{1}{3}\ m_0n_0\overline{u^2}=\frac{1}{3}\rho\overline{u^2}$ (यहां ρ, गैस का घनत्व है) यदि कोष्ठ में गैस की संपूर्ण संहति m हो, तो, $\rho=m/v$.

या, $pv=\frac{1}{3}m\overline{u^2}=\frac{1}{3}nM\overline{u^2}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot m\overline{u^2}$ (यहां n ग्राम अणुओं की संख्या, और M, अणुक-भार है।)

चार्ल्स नियम के अनुसार, $pv=nRT$

$\therefore\ T\propto\frac{1}{2}M\overline{u^2}$

किसी दी हुई गैस के लिए, $T\propto\overline{n^2}$.

अस्तु किसी गैस का परम ताप, मध्यमान अणु की गतिज ऊर्जा के समानुपाती होता है। परम शून्य वही होगा, जिस पर गैस के अणु गतिशून्य हो जायें।

मान लो कि बरावर समावेशन के दो बर्तन लिए जाते हैं, जिनमें दो भिन्न-भिन्न गैसें समान ताप और दबाव पर हैं। दोनों गैसें एक ही ताप पर होने के कारण यह माना जा सकता है कि प्रत्येक गैस के एक अणु की मध्यमान ऊर्जा एक ही है, अन्यथा उनमें ऊर्जाओं का आदान-प्रदान होगा और ताप स्थिर न रह सकेगा।

$$\therefore\ \frac{1}{2}m_a\overline{u_A^2}=\frac{1}{2}m_B\overline{u_b^2}$$

दवाव बराबर होने के कारण,

$$\frac{1}{3}u_Am_Au_a^2=\frac{1}{3}n_Bm_bu_B^2$$

यहां, संकेतों के अर्थ ये हैं : m_a और m_b—A और B गैसों की संहतियां
n_a और n_b—A और B में अणुओं की संख्या
$\overline{u_a^2}$ और $\overline{u_b^2}$ A और B में अणुओं के वेगों के वर्गों के मध्यमान इन समीकरणों को भाग देने से

$\therefore\ n_a = n_b.$

इससे यह प्रकट होता है कि समान दवाव और ताप होने पर सब (आदर्श) गैसों के समान आयतनों में अणुओं की संख्या बराबर होती है।

गैसों के गतिज सिद्धान्त को आवश्यक संशोधनों के साथ ठोसों और द्रवों के लिए भी ठीक माना जा सकता है। इससे प्रकट है कि ताप की वृद्धि में ली हुई उष्मीय ऊर्जा, अणुओं की यांत्रिक (गतिज ऊर्जा) में परिणत होती है।

नोट :—यदि गैसों के अणुओं के आयतन को त्याज्य न माना जाय और यदि यह ध्यान रखा जाय कि तल पर रहने वाले अणु संतुलित नहीं होते (तल के प्रत्येक इकाई क्षेत्रफल पर परिणामी वल, उस क्षेत्रफल में अणुओं की संख्या और निकटवर्ती प्रदेश में अणुओं की संख्या के समानुपाती होगी, अर्थात् n^2 या $1/V^2$ के समानुपाती होगा।) तो ताप स्थिर रहने की स्थिति, वॉन डेर वाल (Vander Waal's) सूत्र द्वारा व्यक्त होगी :

$$\left(P + \frac{a}{V^3}\right)(V - b) = \text{स्थिरांक}$$

(यहां a और b किसी गैस के लिए स्थिर राशियां हैं।)

हल किए हुए प्रश्न

1. उष्मा के यांत्रिक तुल्यांक की गणना करो :—

$C_p = 3{\cdot}386$ कलारी प्रति ग्राम, $C_v = 2{\cdot}41$ कलारी प्रति ग्राम।

1 वायुमंडलीय दबाव $= 10^6$ डाइन। गैस के 1 लिटर का, $N.T.P.$ पर भार $= {\cdot}09$ग्राम

$$\text{यहां}\ R = \frac{P_0 V_0}{V_0} = 10^6 \times \frac{1000}{{\cdot}09} \times \frac{1}{273} = \frac{10^{11}}{9 \times 273}$$

$$\because\ C_p - C_v = \frac{R}{J};\quad \therefore\ J = \frac{R}{C_p - C_v} = \frac{10^{11}/9 \times 273}{3{\cdot}386 - 2{\cdot}410}$$

$$= \frac{10^{11}}{9 \times 273 \times {\cdot}976} = 4{\cdot}171 \times 10^7 \text{ अर्ग प्रति कलारी।}$$

2. सीसे की गोली, लक्ष्य पर 500 मीटर प्रति सेकंड के वेग से लगती है। टकराने के बाद वह वेगशून्य हो जाती है, और उसका ताप, $500°C$ बढ़ जाता है। J के मान की गणना करो। (यह मान लो कि गतिज ऊर्जा का केवल आधा भाग, गोली का ताप बढ़ाता है और सीसे की विशिष्ट उष्मा $= {\cdot}030$) **(यू० पी० बोर्ड, '56)**

$W=\frac{1}{2}\times m\times(500\times 100)^2$ (यहां m, गोली की संहति है)

प्रभावकारी कार्य $W_{eff}=W/2=1/4\times m\times(500\times 100)^2$ अर्ग

$H=m\times \cdot 03\times 500$ कलारी ।

$$\therefore J = \frac{W_{eff}}{J} = \frac{1}{4}\times\frac{m\times(500\times 100)^2}{m\times\cdot 03\times 500} = \frac{25\times 10^8}{3\times 5\times 4}$$

$= \frac{25}{6}\times 10^7 = 4\cdot 167\times 10^7$ अर्ग प्रति कलारी ।

3. एक समतल पर 10 किलोग्राम का लोहे का कुन्दा 300 मीटर खींचा जाता है। यदि घर्षण गुणांक $\frac{1}{3}$ हो, तो कितनी उष्मा मुक्त होगी ? ($J=4\cdot 2\times 10^7$ अर्ग प्रति कलारी)

घर्षण को नष्ट करने के लिए, समान और विपरीत बल लगाना होगा । घर्षण का बल $=\mu R=\mu mg=\frac{1}{3}\times 10\times 1000\times 980$ डाइन

$\therefore W=\frac{1}{3}\times 10\times 1000\times 980\times 300\times 100$ अर्ग

$$\therefore H=\frac{W}{J}=\frac{1}{3}\times\frac{10\times 1000\times 980\times 300\times 100}{4\cdot 2\times 10^7} \text{ कलारी}$$

$=7000$ कलारी ।

4. 5 अ० सा० के इंजिन द्वारा किए गए कुल कार्य का 20% बर्फ को पिघलाने में प्रयुक्त होता है। एक घंटे में कितना बर्फ पिघलेगा ?

बर्फ की गुप्त उष्मा = 80 कलारी प्रतिग्राम = 80 पौंड डिग्री सेंटीग्रेट प्रति पौंड

$W=5\times 550\times 60\times 60$ फुट पौंड भार ($\because$ 1 अ०श० = 550 फुट पौंड)

मान लो, बर्फ का अभीष्ट संहति $=m$ पौंड । $\therefore H=m\times 80$ पौंड डिग्री सेंटीग्रेड

$$\therefore J=\frac{W_{eff}}{H}=\frac{W/5}{H} \text{ अर्थात } 1400=\frac{550\times 90\times 60}{m\times 80}$$

$$\therefore m=\frac{550\times 60\times 60 \text{ पौंड}}{80\times 1400}=17\tfrac{19}{28} \text{ पौंड}$$

5. एक तांबे के कलारीमापक (वि० उ० ·1) की संहति 300 ग्राम है। उसमें 120 ग्राम बर्फ का पानी और 50 ग्राम बर्फ है । मिश्रण को एक घूमनेवाली मथनी से मथा जाता है जिसका घूर्ण 10^8 डाइन सें० मी० है। मिश्रण का ताप $25^\circ C$ तक लाने में कितने चक्कर आवश्यक होंगे ?

यहां $W=2\pi n=2\times 3\cdot 142\times n$ अर्ग

$H=\{300\times\cdot 1\times 25+120\times 25+50\times 80+50\times 25\}$ कलारी

$=\{750+3000+4000+1250\}$ कलारी

$=9000$ कलारी ।

$$\therefore \frac{2\times 3{\cdot}142\times n\times 10^8}{9000}=4{\cdot}19\times 10^7.$$

$$\therefore n=\frac{4{\cdot}19\times 900}{2\times 3{\cdot}142}=\frac{3771}{6{\cdot}284}=600 \text{ चक्कर लगभग ।}$$

6. एक प्रकार के पेट्रोल का ऊष्मिक मूल्य 11×10^4 त्रि० थ० यू० प्रति गैलन है। यदि एक मोटरकार 50 मिनट में 1 गैलन खर्च करके 10 अ० सा० की शक्ति उत्पन्न करती है, तो उसकी दक्षता निकालो।

$W=11\times 10^4\times 778$ फुट पौंड

$W_{eff}=10\times 550\times 50\times 60$ फुट पौंड

$$\therefore \eta=\frac{10\times 550\times 50\times 60}{11\times 10^4\times 778}={\cdot}193$$

अर्थात अभीष्ट दक्षता, $={\cdot}193$ या $19{\cdot}3\%$

7. 1000 वायुमंडल और 15°C पर जल को एक सूक्ष्म छिद्र में से गुजारने पर वह 1 वायुमंडल पर निकलता है। निकलने वाले जल का ताप ज्ञात करो, यदि 1 वायुमंडल $=10^6$ डाइन प्रति वर्ग सें० मी० और उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक $=4{\cdot}2\times 10^7$ अर्ग प्रति कलारी।

$W=P_{eff}\times(V_2-V_1)=P_{eff}\times v$ (यहां v जल का आयतन है)

$=999\times 10^6\times v$ अर्ग

(मान लो कि θ, ताप वृद्धि है)

$$\therefore 4{\cdot}2\times 10^7=\frac{999\times 10^6\times v}{v\times\theta} \text{ या, } \theta=\frac{999}{42}=\frac{333}{14}=23{\cdot}79^\circ C \text{ लगभग}$$

$\therefore$ अभीष्ट ताप $=(15+23{\cdot}79)^\circ C=38{\cdot}79^\circ C$

प्रश्नावली

1. किन तर्कों से सिद्ध करोगे कि उष्मा एक प्रकार की ऊर्जा है? (**यू०पी० बोर्ड**, '18, '32, **कलकत्ता**, '37, **ढाका**, '28, '30, **पंजाब**, '26, '30) अपने तर्कों की पुष्टि में कुछ प्रयोगों का भी विवरण दो। (**कलकत्ता**, '36, '41)
2. उष्मा के यांत्रिक तुल्यांक के निर्धारण की एक विधि का वर्णन करो, और उसके नापने की इकाई का विवरण दो।
(**यू० पी० बोर्ड**, '28, '30, '32, '43, **कलकत्ता**, '39, '41, **पंजाब**, '30)
3. 'उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक' $4{\cdot}2\times 10^7$ अर्ग प्रति कलारी है, इस कथन से तुम क्या समझते हो? (**कलकत्ता**, '42, **मद्रास**, '30)
उष्मा के यांत्रिक तुल्यांक के निर्धारण की एक शुद्ध यांत्रिक विधि का वर्णन करो। (**कलकत्ता**, '41, '43, '47, '49, '50, **ढाका**, '42, **पटना**, '42, '44, **देहली**, '42, **बनारस**, '48)

4. 'J' के मान के निर्धारण की प्रयोगशाला की विधि का वर्णन करो। (**यू० पी० बोर्ड**, '35, '36, '40, '43, '51, '53, **बनारस**, '50)

एक सीसे की गोली एक फौलाद के कवच पर 480 मीटर प्रति सेकंड के वेग से टकराकर गतिशून्य हो जाती है। यदि उत्पन्न उष्मा गोली में और लक्ष्य में बराबर बराबर विभाजित हो जाती है, तो ताप की वृद्धि ज्ञात करो। (सीसे की वि० उ० = 0·03, $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलारी) (**उत्तर**, 457.1°C)

(**यू० पी० बोर्ड**, '43)

5. 15°C पर एक सीसे की गेंद एक वायुयान से गिराई जाती है, और पृथ्वी पर टकराते ही पिघल जाती है। यदि पूरी गतिज ऊर्जा, उष्मा में परिणत हो जाय, तो गेंद के गिराते समय वायुयान की ऊंचाई बताओ (सीसे की वि० उ० = ·03; सीसे का द्रवणांक = 335°C; सीसे के द्रवण की गुप्त उष्मा = 5·37 कलारी।

(**पटना**, '32) (**उत्तर**, $6{\cdot}4 \times 10^5$ सें० मी०)

6. उष्मा के यांत्रिक तुल्यांक से क्या अभिप्राय है? 40 ग्राम बर्फ को 100°C की भाप में परिणत करने के लिए कितनी उष्मा अभीष्ट होगी? (बर्फ की विशिष्ट उष्मा = ·5) (**उत्तर**, $12{\cdot}11 \times 10^{11}$ अर्ग)

(**यू० पी० बोर्ड**, '48)

7. 'विशिष्ट उष्मा' की परिभाषा करो। यह समझाओ कि किसी गैस की विशिष्ट उष्मा, उन परिस्थितियों पर क्यों निर्भर होती है, जिनमें वह नापी जाती है? इस तथ्य से उष्मा के यांत्रिक तुल्यांक का मान कैसे निकल सकता है?

(**यू० पी० बोर्ड**, '44, '45)

8. बहुत ऊंचाई से किसी पिंड को गिराने से वह गर्म क्यों हो जाता है?

(**यू० पी० बोर्ड**, '42, **ढाका**, '27)

निम्न न्यास (data) से J का मान निकालो :

$C_p = {\cdot}2375$, $C_v = {\cdot}1690$ वायु का दवाव = $1{\cdot}013 \times 10^6$ डाइन प्रति वर्ग सें० मी०। प्रामाणिक ताप और दवाव ($N. T. P.$) पर, एक ग्राम वायु का आयतन = $1/{\cdot}00129$ घन सें० मी०)

(**यू० पी० बोर्ड**, '49, '55) (**उत्तर**, 4.2×10^7 अर्ग प्रति कलारी)

9. साइकिल में हवा भरते समय, साइकिल का पंप क्यों गर्म हो जाता है? (**ढाका**, '32)

एक उल्का (Meterite) जिसका भार 2000 किलोग्राम है, 1000 किलोमीटर प्रति सेकंड के वेग से सूर्य में गिरता है, तो इस संघात से कितने कलारी उष्मा उत्पन्न होगी? ($J = 4{\cdot}19 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलारी)

(**ढाका**, '41) (**उत्तर**, $2{\cdot}4 \times 10^{14}$ कलारी)

10. दो कक्षों (chambers) में दवाव क्रमशः 100 और 10 वायुमंडल है। जल पहले कक्ष में से धीरे-धीरे टपक कर दूसरे कक्ष में प्रवेश करता है। पानी के ताप में वृद्धि क्या होगी? (वायुमंडल का दवाव = 10^6 डाइन प्रति वर्ग सें० मी०।)

(**उत्तर**, 2·14°C)

11. वाह्य और आंतरिक गुप्त उष्माओं से क्या अभिप्राय है ? किसका मान अधिक है, और क्यों ?

 सिद्ध करो कि $C_p - C_v = R$ अर्ग और, $J = P/dT(C_p - C_v)$, जिनमें d=गैस का घनत्व (यू० पी० बोर्ड, 28)

12. J की विभिन्न इकाइयों में पारस्परिक संबंध निकालो।
 किस वेग से एक ओला पृथ्वी पर गिरे कि यदि उसकी ऊर्जा का 3/4 भाग ओले की उष्मा में बदल जाय, तो ओले का 2/1000 भाग पिघल जाय ? (वर्फ की गुप्त उष्मा = 80 कलारी प्रति ग्राम, $J = 4.2 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलारी।)

 (लखनऊ पी० एस० टी० 1952) (उत्तर, 3666 सें० मी० प्रति सेकंड)

13. एक अचालक वस्तु की 15 सें० मी० लंबी, वेलनाकार नली दोनों सिरों पर बंद है, और उसमें 500 ग्राम सीसे के छर्रे हैं, जो नली की उदग्र स्थिति में नली की 6 सें० मी० लंबाई में समा जाते हैं। नली को अचानक उलटा किया जाता है, जिससे छर्रे दूसरे सिरे पर चले जाते हैं। फिर नली को उलटा किया जाता है, यह क्रिया 200 बार दुहराई जाती है। अन्त में छर्रों के ताप में $1 \cdot 4°C$ की वृद्धि मालूम होती है। यदि सीसे की वि० उ० .03 हो, और संचालन या विकिरण से उष्मा का क्षय न हो, तो J का मान वताओ।

 (कलकत्ता, 1910) (उत्तर, $4 \cdot 2 \times 10^7$ अर्ग प्रति कलारी)

14. जूल के प्रयोग का सविस्तार वर्णन कीजिए। उष्मा के यांत्रिक तुल्यांक के मान निर्धारण में कौन कौन सी त्रुटियां प्रकट होती हैं; उन्हें किस प्रकार दूर किया जा सकता है ?

 यदि रोटी का टुकड़ा, 100,000 कलारी उष्मा देता है, और मनुष्य इस उष्मा का 28% प्रयोग करता है, तो वताओ कि 60 किलोग्राम का मनुष्य इस ऊर्जा के द्वारा कितने मीटर ऊपर चढ़ सकता है ? (लखनऊ पी०एम० टी०) (उत्तर, 200मीटर)

15. संपीड़ित वायु के प्रसार से उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक निकालने की जूल की विधि का वर्णन करो। वतलाओ कि जब वायु को शून्य में फैलने दिया जाता है, तो क्या होता है। (लंदन, 1882)

16. एक ग्राम वायु को स्थिर दवाव पर $0°C$ से $10°C$ तक गर्म किया जाता है। प्रसार होने में कितना कार्य करना पड़ा ? अपने उत्तर को अर्गों और ग्राम सें० मी० में प्रकट करो। (प्रसार गुणक = 1/273. $N.T.P.$ पर एक घन सें० मी० वायु का भार = ·001293 ग्राम, 0° पर 1 ग्राम पारे का भार = 13.596 ग्राम, g = 981 सें० मी० प्रति सेकंड²) (लन्दन, 1884)

 (उत्तर, $2 \cdot 871 \times 10^7$ अर्ग, $2 \cdot 927 \times 10^4$ ग्राम सें० मी०)

17. जव तापों को सेंटीग्रेड में व्यक्त किया जाता है, तो वर्फ के पिघलने की गुप्त उष्मा 80 निकलती है और उष्मा का यांत्रिक तुल्यांक 423·9(मीटर-ग्राम) प्रकट होता है। इन्हीं राशियों को फैहरनहाइट अनुमाप में व्यक्त करो और बतलाओ कि क्यों, एक बड़ी संख्या द्वारा, और दूसरी एक छोटी संख्या द्वारा निरूपित होती है।

 (लंदन, 1885) (उत्तर, 144,235·5)

अध्याय 10

उष्मा इंजिन (Heat Engines)

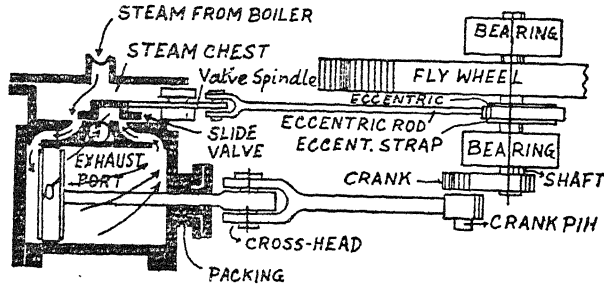
उष्मा इंजिन, एक यांत्रिक उपक्रम है, जिसके द्वारा उष्मा, यांत्रिक कार्य में परिणत की जा सकती है।

सामान्य रूप से' ये इंजिन, तीन श्रेणियों में विभक्त किए जा सकते हैं :—

(क) वाष्प इंजिन—वाह्य दहन इंजिन

(ख) तैल या गैसीय इंजिन—अंतर्दह इंजिन

(ग) जेट इंजिन (Jet Propulsion Engine)

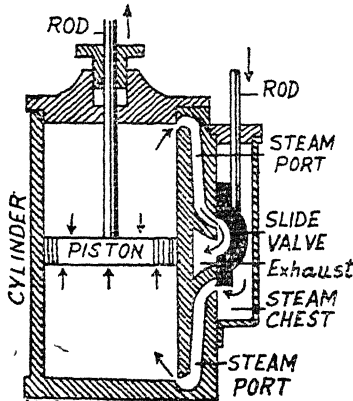
वाष्प इंजिन—टामस न्यूकामेन ने 1705 में प्रथम सफल वाष्प इंजिन का निर्माण

चित्र 101

किया, जो खानों से जल निकालने में प्रयुक्त किया गया। इस इंजिन में बहुत ईंधन लगता था, और काफी ऊर्जा नष्ट हो जाती थी। 1776 में जेम्स वाट ने ऐसे उपकरण की रचना की, जिसके मौलिक तत्व आधुनिक इंजिनों में भी प्रयुक्त होते हैं।

चित्र 102

वाष्प—इंजिन के मुख्य भाग ये हैं :—

(1) **ब्वॉयलर**—यह एक बन्द बर्तन होता है, जिसमें उच्च दबाव पर वाष्प उत्पन्न की जाती है। किसी कोयले की भट्टी या चूल्हे के ऊपर $100°C$ से अधिक ताप पर जल उबालकर यह भाप बनती है।

(2) **वाष्प-नाल**—इसके द्वारा वाष्प, ब्वॉयलर से, वाष्प पेटी (steam-chcst) में प्रविष्ट करती है।

(3) **वाष्प-पेटी या वाल्व पेटी**—यह एक सुदृढ़ बक्स होता है, जिसमें ब्वॉयलर से भाप, वाष्प-नाल द्वारा प्रविष्ट होती है। यह नीचे के बेलन से बगल के दो छिद्रों द्वारा संवद्ध रहता है, जिन्हें द्वार-छिद्र (port-holes) कहते हैं। वाष्प पेटी में एक केन्द्रीय छिद्र वायुमंडल से संपर्क स्थापित करता है जिसे निकास-कपाट (Exhaust Valve) कहते हैं।

(4) **सृप-कपाट** (Slide-Valve)—यह एक खोखला *D* की आकृति का आयताकार बक्स होता है, जो वाष्प-पेटी में द्वार-छिद्रों (port-holes) के ऊपर से सरकता है। यह एक ही समय पर द्वार-छिद्रों (port-holes) एवं निकास-छिद्र (exhaust-hole) को ढक भर सकता है। एक उत्केन्द्रिक (Eccentric) छड़ *E* के द्वारा कपाट-छड़ (Valve-rod) इसे मुख्य धुरादंड से जोड़ती है। यह कपाट आगे पीछे, पिस्टन के विपरीत दिशा में चलता है।

(5) **बेलन**—यह एक सुदृढ़ बेलनाकार वर्तन होता है, जिसके भीतर पिस्टन गति करता है। यह बगल के द्वार-छिद्रों (port-holes) द्वारा, वाष्प-पेटी से जुड़ा रहता है।

(6) **पिस्टन**—बेलन के भीतर एक विराट पिस्टन आगे-पीछे सरकता है। यह पिस्टन छड़, और एक संयोजक छड़ के द्वारा मुख्य धुरादंड से जुड़ा रहता है। ये छड़ें ग्राह्मक शीर्षो(cross-heads) पर संवद्ध रहती हैं।

(7) **क्रैंक** (Crank)—यह मुख्य धुरादंड में बैठा रहता है, जिससे संयोजक छड़ जुड़ी रहती है। यह पिस्टन की आगे पीछे की गति (To and fro motion) को, धुरादंड की चक्रीय (rotatory) गति में परिणत करता है।

(8) **गति-पालक चक्र**, (Flywheel)—यह एक भारी, दीर्घाकार पहिया होता है, जो धुरादंड से संवद्ध रहता है। गतिमय होने पर वह धुरादंड की गति को कुछ समय तक गत्यात्मक जड़ता के कारण वनाए रखता है। जब क्रैंक क्षैतिज हो जाता है तो धुरे पिस्टन का घूर्ण शून्य हो जाता है। इस प्रकार के दो विन्दु मिलते हैं, जो मृतविन्दु (Dead points) कहलाते हैं। पहिये का दीर्घ जाडय-घूर्ण (Moment of Inertia) गति को समरूप रखता है।

(9) **रोध कपाट** (Throttle-Valve)—यह ब्वॉयलर से संबद्ध वाष्प-नाल में बैठा रहता है। यह वाल्व-पेटी (Valve-chest) में भाप के प्रवाह को नियंत्रित करता है। इसे मुख्य धुरादंड से संवद्ध गति-नियंत्रकों द्वारा परिचालित किया जाता है। इंजिन की गति बढ़ने पर धुरादंड तेजी से घूमने लगता है। गति नियंत्रकों के प्रभाव से वाष्प-नाल अवरुद्ध हो जाता है, जिससे गति धीमी हो जाती है।

कार्य-प्रणाली—उच्च दबाव पर ब्वॉयलर की भाप, द्वार वाईं ओर के (चित्रानुसार)

छिद्र द्वारा वाष्प-पेटी में प्रवेश करती है। इस समय सूप-कपाट निकास छिद्र और दाहिनी ओर के द्वार-छिद्र को ढकता है।

भाप के दवाव से पिस्टन बेलन में नीचे की ओर आता है, जिससे धुरादंड घूमने लगता है। उसके घूमने से कपाट, धीरे-धीरे आगे खिसकता है। जब पिस्टन चल कर बेलन के लगभग एक तिहाई भाग की लम्बाई के बराबर आगे बढ़ जाता है, तो कपाट बाईं ओर के द्वार-छिद्र को ढक लेता है, और भाप का प्रवेश रुक जाता है। भाप की प्रसारक शक्ति के कारण पिस्टन और ऊपर चढ़ जाता है। भाप का ताप और दबाव गिर जाते हैं, और उष्मा, यांत्रिक कार्य में परिणत हो जाती है। तब कपाट दूसरा द्वार छिद्र खोलता है, और बेलन में भाप दूसरी ओर से आने लगती है।

अब भाप, बेलन को पीछे से ढकेल कर विपरीत दिशा में चलाती है। बची खुची भाप द्वार-छिद्र और निकास-छिद्र के द्वारा बेलन में से निकल जाती है। अब पूर्व क्रियाओं की विपरीत दिशा में पुनरावृत्ति होती है। यद्यपि पिस्टन अब विपरीत दिशा में चलता है, पर धुरादंड उसी दिशा में घूमता रहता है। उसको सीधे, या किसी पेटी द्वारा किसी मशीन से संवद्ध करने पर मशीन में गति संचार होता है।

इंजिन का क्रिया-चक्र दो आघातों में पूरा होता है, जिनमें प्रत्येक एक शक्ति-आघात (Power-Stroke) है। ईंधन बेलन के बाहर जलता है; इसलिए इसे बाह्य दहन इंजिन (External Cobmustion Engine) कहते हैं।

बताई हुई व्यवस्था में, बची खुची भाप, वायुमंडल में झोंके देकर प्रविष्ट होती है। इस प्रकार के इंजिन असंघनक (non-condensing) कहे जाते हैं। रेल के इंजिन इसी प्रकार के होते हैं।

दूसरी प्रकार के इंजिनों को संघनक (Condensing) इंजिन कहते हैं। इनमें शीतल जल की धारा द्वारा कम ताप रखा जाता है। ये संघनित भाप को ब्वॉयलर में लौटा देते हैं। ये इंजिन कुछ अधिक कार्यक्षम होते हैं। जहाजों के इंजिन इसी प्रकार के होते हैं।

इंजिन की कार्य-क्षमता—इंजिन द्वारा संपादित कार्य और ईंधन के जलाने से दी गई ऊर्जा का अनुपात, इंजिन की कार्यक्षमता कहा जाता है। प्रचलित संकेतों के अनुसार, कार्य-क्षमता, $\eta = W/Q$. सर्वश्रेष्ठ आधुनिक इंजिनों में, यह 1.7% से अधिक नहीं होती। कार्नो (Carnot) ने सैद्धान्तिक गवेषणा के पश्चात् यह निष्कर्ष निकाला कि आदर्श इंजिन (जिसमें उष्मा की हानि न हो) के लिए भी कार्यक्षमता, एक नहीं हो सकती। कुछ न कुछ उष्मा, निकास आघात (Exhaust-stroke) में परित्यक्त होती है। अन्यथा इंजिन कार्य ही नहीं कर सकता। बची खुची भाप, काफी उष्मा ले जाती है। कार्नो के अनुसार, सबसे अधिक कार्य-दक्ष, पुनरावर्तक इंजिन (जिसमें गति की दिशा बदलने से सब क्रियाएं विपरीत दिशा में होने लगती हैं) होता है।

अंतर्दह इंजिन (Internal Combustion engines)—इनमें ईंधन, बेलन के भीतर जलाया जाता है; तेल या गैस को ईंधन के रूप में प्रयुक्त करते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं (क) ऑटो इंजिन और (ख) डीजल इंजिन।

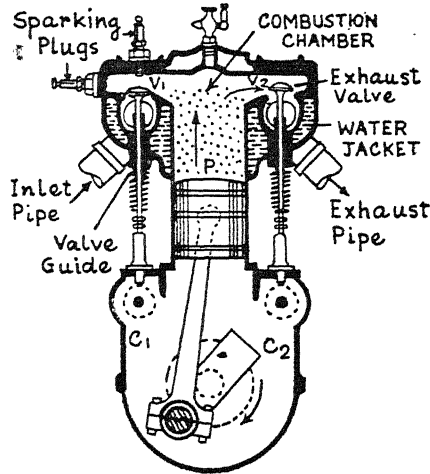
ऑटो इंजिन बहुत कम जगह घेरते हैं। इसलिये ये अधिक प्रचलित हैं। ये मोटर-कार, मोटर-साइकिल, वाष्प-चालित नौकाओं, वायुयानों और ट्रैक्टरों में प्रयुक्त होते हैं। इनमें कम शक्ति उत्पन्न होती है। अधिक शक्ति उत्पादन के लिए डीजल इंजिनों का प्रयोग किया जाता है। ये विजलीघरों, रेलों, और जहाजों में प्रयुक्त होते हैं। इनमें ईंधन की बचत होती है और बड़ी कीप (funnel) की आवश्यकता नहीं होती। धुआं या राख इनमें नहीं रहती।

ऑटो इंजिन (Otto Engine)—इन इंजिनों में द्रव ईंधन (गैसोलीन या पेट्रोल) का प्रयोग किया जाता है। यह अत्यन्त वाष्पशील (Volatile) होता है, और वायु से मिश्रित होने पर विस्फोटक (explosive) हो जाता है।

इंजिन के मुख्य भाग ये हैं :—

(1) **पेट्रोल की टंकी**

(2) **कार्बुरेटर**—इसमें टंकी से निकल कर द्रव पेट्रोल, एक फुहारेदार-पिचकारी (atormiser) द्वारा बारीक फुहार (spray) में परिणत हो जाता है, और पूर्ण दहन के लिए, वायु की अभीष्ट मात्रा इसमें मिलाई जाती है। यह मिश्रण, ईंधन का कार्य करता है। इसे बेलन में खींचा जाता है।

(3) **प्रवेश नाल**—यह कार्बुरेटर को बेलन से संवद्ध करता है। इसमें एक कपाट रहता है, जो पूरे चक्र (Cycle) में एक बार खुलता है। उस समय मिश्रण बेलन में चला जाता है।

चित्र 103

(4) **निकास-कपाट** V_2—यह निकास नाल के मुख पर बैठा रहता है। बची खुची गैस इसमें से निकल कर एक मफलर (muffler) द्वारा वायुमंडल में प्रवेश करती है।

(5) **बेलन**—यह सुदृढ़ फौलाद का होता है। इसमें मिश्रण विस्फोटित किया जाता है।

(6) पिस्टन P—यह बेलन के अन्दर गति करता है, और दीर्घकाय होता है। यह मुख्य धुरादंड से जुड़ा रहता है। यह संबंध एक क्रैंक द्वारा पिस्टन छड़ स्थापित करती है।

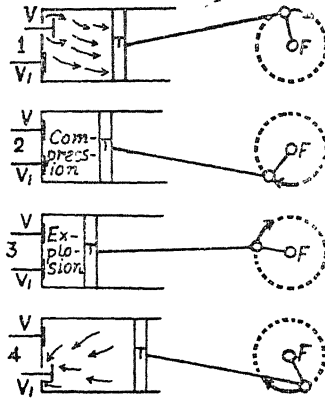
(7) गति-पालक चक्र और हत्था—धुरादंड से संबद्ध रहते हैं। यह चक्र, इंजिन चलने पर, धुरादंड को कुछ समय तक घुमाता रहता है।

(8) कैम (Cams)—ये नासपाती के रंग के मंडलक होते हैं, जो दन्ति चक्रों (warm-wheels) द्वारा घुमाए जाते हैं। इन पर प्रवेश और निकास कपाटों की छड़ें लगी रहती हैं। जब नुकीला सिरा, उदग्र स्थिति में होता है, तो उसके ऊपर की छड़ उठ जाती है, जिससे कपाट खुला रहता है।

(9) स्फुलिंग प्लग (Sparking Plug)—इसके द्वारा मिश्रण को दग्ध कर निश्चित कालांतरों पर स्फुलिंग उत्पन्न करते हैं। यह कार्य डायनामो, अथवा प्रेरण कुंडल (Induction Coil) द्वारा संपादित होता है, जो धुरादंड द्वारा परिचालित होता है।

(10) ठंडा करने की व्यवस्था—मिश्रण के विस्फोटन से उत्पन्न ताप (लगभग 2000° परम) भीषण स्थिति ला सकता है। बेलन को ठंडा रखने के लिए उसके चारों ओर जल-प्रवाह किया जाता है। गर्म होने पर उसे एक विकिरक (radiator) में ठंडा करते हैं, और फिर वह बेलन को ठंडा करने में प्रयुक्त होता है।

कार्य-प्रणाली—संपूर्ण चक्र को चार आघातों में विभक्त कर सकते हैं।

प्रथम आघात में धुरादंड को हत्थे से घुमाते हैं, जिससे पिस्टन नीचे गिर जाता है। प्रवेश कपाट खुला रहता है, और मिश्रण आचूषण (suction) द्वारा बेलन में खिंच आता है।

चित्र 104

द्वितीय आघात में पिस्टन ऊपर उठता है। इस समय दोनों कपाट बन्द रहते हैं, और मिश्रण दब कर अपने आयतन के लगभग पांचवें भाग में आ जाता है। इस संपीड़न आघात में ताप लगभग $600°C$ हो जाता है। इसी समय मिश्रण को स्फुलिंग द्वारा विस्फोटित कराते हैं, जिससे उत्पन्न गैसों का दबाव और ताप अत्यधिक हो जाता है।

तृतीय आघात में, गैसों के अत्यधिक दबाव से पिस्टन नीचे ठेला जाता है। इस समय दोनों कपाट बन्द रहते हैं। इस आघात में इंजिन को शक्ति मिलती है।

चतुर्थ आघात में बची खुची गैसें बाहर निकल जाती हैं। तृतीय आघात के अंत में

जैसे ही पिस्टन, बेलन के पेंदे पर पहुंचता है, तैसे ही निकास कपाट खुल जाता है। अत्यधिक शक्ति उत्पादन के कारण गति-पालक चक्र, धुरादंड को कुछ देर तक घुमाता रहता है, जिससे पिस्टन फिर उठ जाता है।

इस इंजिन में शक्ति, चार में से एक ही आघात (stroke) में मिलती है। इसलिए क्रिया रुक रुक कर होती है। इससे बचने के लिए कई बेलनों का प्रयोग किया जाता है, जो एक निश्चित क्रम में जुड़े रहते हैं।

वाष्प-इंजिन में और पेट्रोल इंजिन में ये मूल भेद हैं :—

(1) वाष्प-इंजिन एक बाह्य दाहक यंत्र है; पेट्रोल इंजिन अंतर्दाहक यंत्र है।

(2) वाष्प इंजिनों में दो आघातों से चक्र पूरा होता है, पर पेट्रोल इंजिन के एक चक्र में चार आघात होते हैं।

(3) वाष्प इंजिन में दोनों आघात शक्ति की सृष्टि करते हैं। पर पेट्रोल इंजिन के चार आघातों में से एक ही शक्ति का सृजन करता है।

(4) वाष्प-इंजिन को चलाने की आवश्यकता नहीं होती; पर पेट्रोल इंजिन को प्रारंभ में चलाना पड़ता है।

कुछ पेट्रोल इंजिनों को स्वयंचालित (self-starting) कहा जाता है। इनमें एक विद्युत् मोटर, प्रारंभ के दो आघातों में, धुरा दंड को घुमाता है। वास्तव में यह इंजिन 'स्वयं-चालित' नहीं होते। इनके हत्थे, मनुष्य द्वारा घुमाने की बजाय, विद्युत् मोटर द्वारा घुमाए जाते हैं।

डीज़ल इंजिन (Diesel Engine)—गर्म गैस के विस्फोट के पश्चात् और पूर्व के आयतनों के अनुपात (जिसे प्रसार अनुपात कहते हैं) को बढ़ाने से इंजिन की कार्य दक्षता बढ़ जाती है। इसे बढ़ाने के लिए या तो बेलन की लंबाई बढ़ाई जाना चाहिए, या प्रभार (मिश्रण) को बहुत थोड़े से आयतन में संपीडित करना चाहिए। लम्बाई बढ़ाने से इंजिन भारी हो जाता है, और अधिक संपीड़न से, मिश्रण का विस्फोटक होने की संभावना है (क्योंकि ताप बहुत बढ़ जाता है)।

इन कठिनाइयों से बचने के लिए, डीजल ने ऐसा इंजिन बनाया, जो प्रथम आघात में केवल वायु को खींच सके। दूसरे आघात में इसे अत्यधिक दबाया जाता है, और ताप $1000^\circ C$ तक पहुंच जाता है। अब बेलन में तेल का प्रवेश करने से वह जलने लगता है, क्योंकि अन्दर का ताप, ज्वलन-बिंदु (ignition point) से अधिक हो जाता है। तेल के जलने से ताप 2000° परम तक पहुंच जाता है। इस समय तेल अंदर पहुंचाना बंद कर दिया जाता है, और पिस्टन की उन्मुक्त गति से दबाव स्थिर रहता है। तेल का अन्दर लाना रोकने पर, पिस्टन तीसरे आघात में नीचे चला जाता है। इस समय पिस्टन, स्थिरोष्म प्रसार करता है। चौथे आघात में बची खुची गैस बाहर की ओर ढकेल दी जाती है।

इस प्रकार के इंजिन की कार्य-दक्षता, लगभग 40% तक पहुंच जाती है। दूसरे इसमें तेल का प्रयोग होता है, जो पेट्रोल से सस्ता पड़ता है।

हल किए हुए प्रश्न

1. एक दुहरी क्रियावाले (double-acting) वाष्प-इंजिन में औसत दवाव, 40 पौंड प्रति वर्ग इंच है; आघात की लंबाई 12 इंच, प्रति मिनट, चक्रों की संख्या 300, और पिस्टन का क्षेत्रफल, 125 वर्ग इंच है। इंजिन की अश्व-शक्ति निकालो।

यदि दबाव, आघात की लम्बाई, पिस्टन का क्षेत्रफल, और चक्रों की संख्या, क्रमशः $P, L, A,$ और N द्वारा व्यक्त किए जाएं, तो कुल संपादित कार्य, $2 \times PLAN$ व्यंजक द्वारा सरलता से निकाला जाता है ($\because$ एक चक्र में 2 आघात होते हैं)

प्रचलित संकेतों में, $W = 2 \times PLAN$

यहां $P = 40 \times 144$ पौंड प्रति वर्ग फुट, $L = 1'$, $A = 125/144$ वर्ग फीट, और, $N = 300$

$$= 2 \times 40 \times 144 \times 1 \times \frac{125}{144} \times 300$$

$$= 2 \times 40 \times 125 \times 300 \text{ फुट पौंड}$$

अभीष्ट अ० सा० $= \dfrac{2 \times 40 \times 125 \times 300}{33000}$ ($\because$ अ० सा० = 550 फुट पौंड प्रति सेकंड = 33000 फुट पौंड प्रति मिनट)

अर्थात् अभीष्ट अ० सा० = 90·9.

2. एक इंजिन प्रति घंटे, हर अश्व-सामर्थ्य ($H.P.$) पर 4 पौंड कोयला खर्च करता है। 1 पौंड कोयले के जलने से विकासित उष्मा, 100° सें० ग्रे० पर 15 पौंड पानी को 100° सें० ग्रे० पर भाप में बदल सकती है। विकासित उष्मा का कितना प्रतिशत भाग बेकार जाता है?

गुप्त उष्मा = 536 कलारी (अर्थात् पौंड डिग्री सेंटीग्रेड)

$= 536 \times \frac{9}{5}$ पौंड डिग्री फैह्‍रनहाइट

$= 4824/5$ „ „ $= 964.8$ ब्रि० थ० इ०

$\therefore$ 4 पौंड कोयले के जलने की उष्मा $= 4 \times 15 \times 964{\cdot}8$ ब्रि० थ० इ०

कार्य का तुल्यांक, $W = 4 \times 15 \times 964{\cdot}8 \times 778$ फुट पौंड।

एक घंटे में इंजिन द्वारा संपादित कार्य

$= 33000 \times 60$ फुट पौंड ($\because$ 1 अ० सा० = 550 फुट पौंड प्रति सेकंड = 33,000 फुट प्रति मिनट)

$$\therefore \text{ इंजिन की दक्षता, } \eta = \frac{33000 \times 60}{4 \times 15 \times 964{\cdot}8 \times 778} = {\cdot}043$$

∴ उत्पन्न उष्मा का वह भाग जो बेकार गया है = 1—·043
= ·957 या प्रतिशत में 95·7%

प्रश्नावली

1. उष्मा का इंजिन क्या होता है ? उदाहरण द्वारा भौतिक क्रिया को स्पष्ट करो। ((यू० पी० बोर्ड, 1937, '39, कलकत्ता, '51)

2. भाप के इंजिन का सिद्धान्त और क्रियाविधि स्वच्छ चित्र द्वारा समझाओ। (यू० पी० बोर्ड, '38, कलकत्ता, '23, '25, '28, '31, '38, '39, '47, '51, ढाका, '30, पटना, '31, '38, पंजाब, '31)

3. स्वच्छ चित्र द्वारा किसी अंतर्दाहक इंजिन (Internal Conbustion Engine) का सिद्धान्त भलीभांति समझाओ। (बनारस, '50, कलकत्ता, '40)

4. किसी आधुनिक पेट्रोल इंजिन का वर्णन करो। उसके प्रत्येक भाग पर सविस्तर प्रकाश डालो। (यू० पी० बोर्ड, '38, '47, '48, कलकत्ता, '33, '37, '38, '47, '52, '53, पंजाब, '38)

5. डीजल इंजिन (Diesel Engine) में कितने आघात होते हैं ? प्रत्येक आघात में वह क्या काम करता है ?

6. वाष्प इंजिन और तैल इंजिन में क्या मूल अंतर है ? (कलकत्ता, '48)
एक पेट्रोल इंजिन प्रति घंटे 1 पौंड पेट्रोल खर्च करता है, जो 22000 ब्रि० थ० यू० उष्मा उत्पन्न करता है और उसकी दक्षता 30 प्रतिशत है। उसकी अश्व-सामर्थ्य क्या है ? (गोहाटी, '50) (उत्तर, 2·59)

7. वाह्य दाहक इंजिन, (External Conbustion Engine) अंतर्दाहक इंजिन (Internal Combustion Engine) से किस प्रकार भिन्न होता है ?
आॅटो इंजिन इतने अधिक क्यों प्रचलित हैं ?

8. उस भाप के इंजिन की अश्व-सामर्थ्य क्या होगी, जो प्रति घंटे 200 पौंड कोयला खर्च करता है, जबकि यह माना जाय कि सब दी हुई उष्मा उपयोग में आती है। 1 पौंड कोयला जलने में जो उष्मा उत्पन्न करता है, उससे 12·500 पौंड पानी का ताप $1°F$ बढ़ सकता है ($J = 770$ फुट पौंड प्रति ब्रि० थ० इ०)
(उत्तर, 909·1 लगभग)

9. एक इंजिन 40 पौंड कोयला खर्च करता है। कोयले की ऊष्मिक शक्ति ऐसी है कि एक पौंड कोयला जलने से 16 पौंड जल $100°C$ से, उसी ताप की वाष्प में परिणत हो जाता है, और इस क्रिया के समय इंजिन 16×10^5 फुट पौंड कार्य करता है। उत्पन्न उष्मा का कौन सा भाग नष्ट हो जाता है ? (वाष्प की गुप्त उष्मा = 536) (लंदन, 1881) (उत्तर, 96.8%)

10. कुछ संपीडित आर्द्र वायु अचानक फैलती है। बतलाओ कि क्या होगा, और संपीडित वायु की ऊर्जा का क्या होता है ? (लन्दन, 1881)
एक पौंड कोयला जलकर, 8000 पौंड जल का ताप $1°C$ बढ़ा सकता है। इंजिन में प्रयुक्त होकर कोयले का प्रत्येक पौंड, 1400,000 फुट पौंड कार्य संपादित करता है। उष्मा का कौन-सा भाग कार्य में परिणत होता है ? (यांत्रिक तुल्यांक = 1400 फुट पौंड प्रति डिग्री सेंटीग्रेड) (लन्दन, 1894) (उत्तर, $\frac{1}{8}$)

तृतीय प्रकरण

प्रकाश

(Light)

अध्याय 1

प्रकाश का सरल रेखात्मक गमन
(Rectilinear Propagation of Light)

प्रकाश की सहायता से हम वस्तुओं को देख सकते हैं। आखिर प्रकाश है क्या ? इस विषय में स्वभावतः प्राचीन दार्शनिकों का ध्यान गया और अनेक कल्पनाओं का प्रादुर्भाव हुआ। यूक्लिड का विचार था कि प्रकाश की किरणें आंखों से निकल कर वस्तुओं पर टकराती हैं, जिससे वे हमें दृष्टिगोचर होती हैं। उसके अनुसार, जिस प्रकार झींगुर आदि कीड़े, अपने शरीर पर लगी हुई पतली मूंड़ (tentacles) द्वारा छूकर निकटवर्ती वस्तुओं की आहट पा लेते हैं, उसी प्रकार मनुष्य भी, अपनी आंखों से निकलने वाली रश्मियों द्वारा आस पास की वस्तुएं देख पाते हैं।

पाइथैगोरस ने इस मत का खंडन किया। उसके अनुसार, प्रत्येक प्रकाशमय वस्तु से छोटे छोटे विशेष प्रकार के कणों के समूह निरन्तर निकल कर आंख से टकराते रहते हैं, जिससे दृष्टि की अनुभूति होती है। प्लेटो और उसके शिष्यों ने प्रकाश संबंधी दो मूल तथ्यों (सरल रेखात्मक गमन और आपतन तथा परावर्तन कोण का बराबर होना) का पता चलाया था। यह भी कहा जाता है कि आर्कमीदिस ने रोमन आक्रान्ताओं के जहाजों को (अवतल दर्पणों की सहायता से) सूर्य की परावर्तित किरणों को एक विन्दु पर केन्द्रित करके नष्ट कर दिया था।

अरस्तू का मत था कि प्रकाश का संचार किसी सर्वव्यापी माध्यम में तरंगों के रूप में होता है। यह मूलतः आधुनिक धारणाओं से काफी मिलता जुलता है। आधुनिक भाषा में यह सर्वव्यापी माध्यम ईथर है। भिन्न भिन्न प्रकार का प्रकाश, तरंगों की भिन्न भिन्न लंबाइयों का परिचायक है। हां, कुछ तथ्यों से प्रकाश के कणात्मक स्वरूप का भी आभास मिलता है। (जिसे पहले न्यूटन ने प्रतिष्ठित किया था। नवीन कल्पना कुछ अर्थों में कणात्मक होते हुए भी न्यूटन की कल्पना से कुछ भिन्न है।) इसलिए प्रकाश को प्रमुख रूप से तरंगात्मक माना जा सकता है, जो विशेष परिस्थितियों में कणात्मक रूप में प्रकट होता है।

प्रकाशिकी (Optics) को मुख्यतः दो भागों में बांटा जा सकता है।

(i) **ज्यामितीय प्रकाशिकी** (Geometrical Optics)—इसमें कुछ प्रमुख तथ्यों के आधार पर प्रतिबिंबों के निर्माण का ज्यामितीय विधियों (Geometrical methods) द्वारा अध्ययन किया जाता है। प्रकाश का सरल रेखात्मक गमन, आवर्तन और परावर्तन के नियम, इसके प्रयोगात्मक मूल आधार हैं।

(ii) **भौतिकी प्रकाशिकी** (Physical Optics)—इसमें प्रकाश की प्रकृति एवं संचार का मूलगत अध्ययन किया जाता है। इसका मुख्य प्रयोजन सैद्धान्तिक विवेचन

है। इसके अन्तर्गत व्यतिहरण (interference), विवर्तन (diffraction) और ध्रुवण (Polarisation) आदि प्रक्रियाएं होती हैं।

प्रकाश, ऊर्जा है :—प्रकाश के स्वरूप के विषय में कुछ मतान्तर हो सकता है, पर इसमें कोई संदेह नहीं है कि प्रकाश, ऊर्जा का एक रूप है। ऊर्जा के अन्य स्वरूपों की भांति वह भी भिन्न भिन्न प्रकार की ऊर्जाओं में परिणत किया जा सकता है। जब दो पत्थर के टुकडों को रगड़ते हैं, तो घर्षण से पहले उष्मीय ऊर्जा और फिर प्रकाश की ऊर्जा मिलती है। सभी किरणें दृष्टिगोचर नहीं होतीं। (वास्तव में छोटी लंबाइयों की अदृश्य किरणों में अधिक ऊर्जा होती है।) प्रकाश को 'तोल' भी लिया गया है। यह तोल अत्यन्त कम संहति को प्रकट करती है। वास्तव में संहति और ऊर्जा ($E=mc^2$) को तुल्यात्मक माना जा सकता है। यह भी पता चला है कि जब प्रकाश किसी धरातल से टकराता है, तो वह उस पर दवाव डालता है। 1900 में लेबे देव (Lebedew) ने एक पतली पत्ती को इस यांत्रिक दवाव से घुमाने की व्यवस्था की।

मोमबत्ती या गैस लैम्प की गैस जलने से आक्सीजन की रासायनिक क्रियाएं होती हैं, और रासायनिक ऊर्जा उष्मा एवं प्रकाश में परिणत होती है। फोटोग्राफिक प्लेट पर प्रकाश पड़ने से रासायनिक क्रियाओं की उत्पत्ति होती है। नील लोहित (ultra-violet) प्रकाश डालने से सोडियम, पोटैशियम आदि धातुएं एलेक्ट्रान उत्पादित करती हैं (अर्थात् प्रकाश द्वारा विद्युतीय ऊर्जा उत्पन्न होती है)। विद्युत् बल्ब में विद्युतीय ऊर्जा, प्रकाश में परिणत होती है।

विशिष्ट पदावली—प्रकाश जिस वस्तु में से होकर चलता है, उसे प्रकाश का माध्यम अथवा केवल माध्यम कहते हैं।

यदि माध्यम में सर्वत्र समान गुण हों, तो माध्यम, समांगी (homogeneous) होगा, जैसे पानी और धीरे धीरे ठंडा किया हुआ कांच। इसके विपरीत विषमांगी (heterogenous) माध्यम वह होगा, जिसके भिन्न भिन्न विन्दुओं पर माध्यम के गुण पृथक् पृथक् हों; जैसे गर्म और ठंडी हवा का मिश्रण।

कुछ वस्तुएं, प्रकाश को लगभग पूर्णतः अपने में से जाने देती हैं। उन्हें पारदर्शक (transparent) कहते हैं; जैसे शीशा, हवा और पानी। जिन वस्तुओं से प्रकाश नहीं गुजर सकता, उन्हें अपारदर्शक कहते हैं, जैसे लकड़ी, पत्थर, तांबा और लोहा।

जो वस्तुएं प्रकाश की कुछ मात्रा को अपने आरपार जाने देती हैं, और शेष भाग को छितरा (scatter) देती हैं, या शोषित करती हैं, उन्हें पारभासक (translucent) कहते हैं। तेल पड़ा हुआ कागज, घर्षित कांच (ground glass) रबड़ की झिल्ली इसके उदाहरण है।

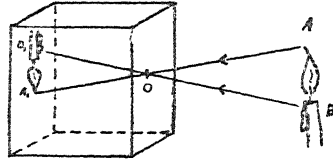
पारदर्शक और अपारदर्शक वस्तुओं में बहुधा अन्तर, विभिन्न मोटाइयों के कारण होता है। किसी निश्चित दिशा में आसन्न किरणों के समुदाय को 'प्रकाश-दंड' (Beam

of light) कहते हैं। पतले प्रकाश दंड को किरणावलि (Pencil) कहा जाता है।

यदि किसी विन्दु से किरणें निकल कर किसी शंक्वाकार तल पर पड़ती हैं, तो उन्हें अपसृत किरणावलि कहते हैं। इसके विपरीत यदि वह शंकु के शीर्ष की ओर चलें, तो उन्हें संसृत किरणावलि कहते हैं। यदि वह समान्तर हों, तो किरण-समूह को समान्तर किरणावलि कहते हैं।

प्रकाश का सरल रेखा में चलना—दो गत्ते के पर्दे लेकर प्रत्येक में एक एक छिद्र बना दो। एक जलती हुई मोमबत्ती को इस प्रकार व्यवस्थित करो कि शिखा का मध्य भाग और दोनों छिद्र एक सरल रेखा में पड़ें। शिखा से दूर स्थित पर्दे के पीछे से देखने पर, शिखा दृष्टिगोचर होगी।किसी भी पर्दे को स्थानान्तरित करने से,शिखा अदृश्य हो जाती है।

सूची छिद्र कैमरा—यह एक आयताकार पट्टे या धातु का बक्स होता है, जिसमें सामने की ओर लगभग एक मीटर व्यास का छिद्र बना होता है और पीछे की दीवाल पर घर्षित कांच का एक पर्दा होता है। बक्स का भीतरी भाग काले रंग से पोत दिया जाता है, जिससे आंतरिक परावर्तन न हों। किसी दीप्त वस्तु को छिद्र के सामने रखने से उसका उल्टा प्रतिबिम्ब पर्दे पर दिखलाई पड़ेगा।

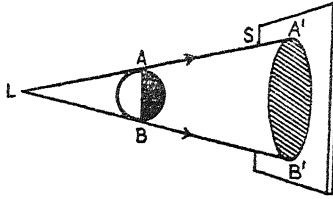
चित्र में AB एक मोमबत्ती है, जिसके निम्नतम विन्दु A से निकलने वाली किरण छिद्र में से गुजर कर प्रतिबिम्ब के उच्चतम विन्दु A_1 पर जायेगी और उच्चतम विन्दु से चलनेवाली किरण, निम्नतम विन्दु B_1 पर पहुंचेगी। किरणों के इस व्यतिक्रम के कारण एक उल्टा प्रतिबिम्ब बन जायेगा। प्रतिबिम्ब का आकार, छिद्र से दूरियों के अनुसार निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त हो सकता है।

चित्र 1

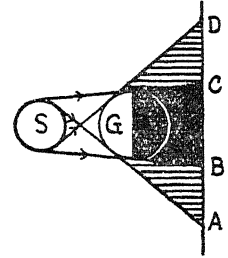
$$\frac{\text{प्रतिबिम्ब की लम्बाई}}{\text{मोमबत्ती की लंबाई}} = \frac{\text{पर्दे की छिद्र से दूरी}}{\text{मोमबत्ती की छिद्र से दूरी}}$$

किरणों के व्यतिक्रम से प्रतिबिम्ब का बनना, प्रकाश के सरल रेखा में चलने का परिणाम है।

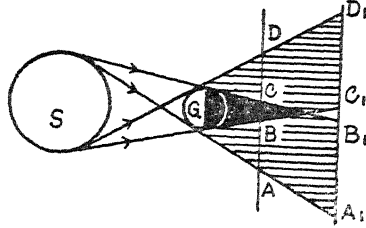
एक छिद्र की बजाय कई छिद्र बनाने पर, मोमबत्ती के उतने ही प्रतिबिम्ब बनेंगे, जितने छिद्र होंगे। यदि यह छिद्र बहुत पास होंगे, तो प्रतिबिम्ब एक दूसरे को अंशतः अतिछादित (overlap) कर लेंगे। यदि निकटवर्ती छिद्रों की दूरियां कम करते करते केवल एक बड़ा छिद्र ही रह जाये, तो अंत में प्रतिबिम्बों का पृथक् अस्तित्व ही न रह जायगा और पर्दे का कुछ भाग समान रूप से प्रकाशित हो जायेगा।

छाया (Shadow)—जब कोई अपारदर्शक वस्तु, किसी प्रकाश-स्रोत के सामने रखी जाती है, तो उसके पीछे का भाग, आंशिक अथवा पूर्ण अन्धकार में रहता है, क्योंकि वहां प्रकाश नहीं पहुँच पाता। यह इस तथ्य की पुष्टि करता है कि प्रकाश सरल रेखा में चलता है। छाया का स्वरूप विभिन्न परिस्थितियों में भिन्न होता है।

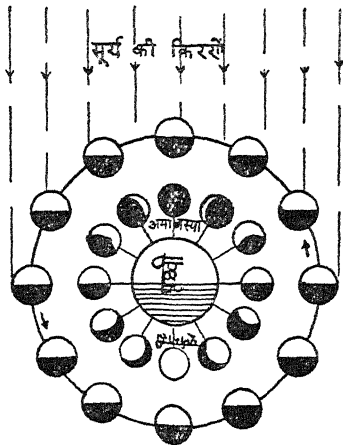
(i) **विन्दु स्रोत और विस्तृत बाधक वस्तु** (Point source & extended obstacle) :—प्रकाश-विन्दु से निकल कर जो किरणें, वस्तु की परिमिति को छूती हुई जाती हैं, उनको बढ़ाने से जो क्षेत्रफल पर्दे पर बनता है, वह उस वस्तु की छाया है। जैसे जैसे पर्दे को वस्तु से दूर खिसकाते जाते हैं, तैसे तैसे छाया का आकार बढ़ता जाता है।

चित्र 2

(ii) **बाधक वस्तु से छोटा विस्तृत स्रोत**—इस स्थिति में प्रकाश-स्रोत के विभिन्न विन्दुओं से पर्दे के कुछ भाग में प्रकाश की भिन्न भिन्न मात्राएं पहुंचेंगी। दीप्ति-स्रोत और उभयनिष्ट स्पर्श-रेखाओं के बीच का भाग अधिक काला और उसके चारों ओर का भाग कम काला होगा। अधिक काला भाग प्रच्छाया (umbra) और कम काला भाग उपच्छाया (penumbra) कहलाता है। पर्दे को दूर खिसकाने से छाया और उपच्छाया दोनों का आकार बढ़ता जाता है। चित्र में एक अपारदर्शक गोलीय वस्तु *G* बाधक का कार्य कर रही है। विस्तृत स्रोत को अनेकों विन्दुओं का समूह माना जा सकता है। स्रोत *S* और बाधक की वस्तु सीधी स्पर्श-रेखाओं (Direct common tangents) के बीच का भाग पर्दे पर पूर्ण अन्धकार में रहता है, क्योंकि वहां स्रोत के किसी विन्दु से प्रकाश नहीं पहुंच पाता। छाया के शेष भाग में स्रोत के कुछ भाग से प्रकाश पहुँचता है, और अन्य भागों से नहीं पहुंचता। इसीसे छाया और प्रच्छाया की सृष्टि होती है। गोलीय स्रोत और बाधक के कारण प्रच्छाया वृत्ताकार होगी और उपच्छाया, दो संकेन्द्रिक (concentric) वृत्तों की परिधियों के बीच का भाग होगी। उपच्छाया से क्षेत्र के कुछ भाग दिखाई देते हैं, और कुछ नहीं दिखाई देते। प्रच्छाया की दीप्ति किनारों पर बढ़ जाती है, पर प्रच्छाया प्रत्येक विन्दु पर पूर्णतः अंधकारमय होती है।

चित्र 3

(iii) **बाधक वस्तु के बराबर आकार का प्रकाश-स्रोत** :—इस स्थिति में प्रच्छाया का आकार सर्वत्र एक-सा होता है, पर उपच्छाया पहले की तरह अपविन्दु (divergent) रहती है।

(iv) **बाधक वस्तु से बड़े आकार का प्रकाश-स्रोत:**—इस स्थिति में प्रच्छाया एक अभिविन्दु शंकु (convergent cone) के रूप में और उपच्छाया, एक अपविन्दु शंकु (divergent cone) के रूप में प्रकट होती है। पर्दे को दूर खिसकाने पर प्रच्छाया का आकार छोटा होते होते एक बिंदु में परिणत हो जाता है। तदनन्तर प्रच्छाया पूर्णत: लुप्त रहती है। इसके विपरीत उपच्छाया का आकार बढ़ता जाता है।

चित्र 4

चित्रानुसार जब आंख C_1 और D_1 के बीच व्यवस्थित होगी, तो स्रोत का ऊपरी भाग दिखाई देता है ; जब वह A_1 और B_1 के बीच रखी होगी, तो स्रोत का नीचे का भाग दिखाई देता है और जब B_1, तथा C_1 के बीच में रहेगी तो स्रोत के केवल उच्चतम और निम्नतम भाग दिखाई देंगे, पर केन्द्रीय भाग अदृश्य होगा। इसलिए B_1 और C_1 के बीच में आंख रखने से एक चमकीले घेरे वाला एक काला चप्पा दिखाई देता है। इसी कारण जब कोई चिड़िया आसमान में चढ़ती जाती है, तो उसकी छाया छोटी होती जाती है, और एक निश्चित् ऊंचाई पर लुप्त हो जाती है।

चन्द्रमा की कलाएं (Phases of Moon) :—हम जानते हैं कि चन्द्रमा स्वयं प्रकाशमान नहीं है। वह सूर्य के प्रकाश से चमकता है। सूर्य की किरणें सदैव चन्द्रमा के उस अर्धांश पर पड़ती हैं, जो उसके सामने पड़ता है, परन्तु पृथ्वी पर हमको इसका वही भाग दिखाई पड़ता है, जो आंख के सामने पड़ता है। इसलिए भिन्न भिन्न तिथियों पर हमें चन्द्रमा का भिन्न भिन्न न्यूनाधिक भाग दिखाई देता है। पूर्णमासी की रात्रि को चन्द्रमा का वह भाग हमारी आंख के सामने रहता है, जिस पर सूर्य की किरणें पड़ती हैं। इस कारण पूरा चन्द्रमा प्रकाशित मालूम होता है, पर अमावस्या को प्रकाशित भाग का कोई भी अंश हमारे सामने नहीं रहता, जिससे हम उसे बिल्कुल नहीं देख सकते।

चित्र 5

चन्द्रग्रहण (Lunar Eclips) :—सूर्य का व्यास 1,40,000 मील, पृथ्वी का 8000 मील, और चन्द्रमा केवल का 2000 मील है। पूर्णमासी की रात में पृथ्वी

सूर्य और चन्द्रमा के बीच में आ जाती है। पृथ्वी की छाया का प्रच्छाया शंकु अभिविन्दु (convergent) होता है, जिसका शीर्ष, चन्द्रमा के परिभ्रमण मार्ग से काफी आगे रहता है। जव चन्द्रमा पृथ्वी की छाया के प्रच्छाया शंकु के भीतर पड़ता है, तो पूर्ण-चन्द्रग्रहण पड़ता है। जव चन्द्रमा का कुछ भाग उपच्छाया में और कुछ प्रच्छाया में पड़ता है, तो आंशिक ग्रहण पड़ता है (इस अवस्था में चन्द्रमा के मंडलक का कुछ भाग काला रहता है और शेष भाग की कान्ति सामान्य अवस्था से कम होती है।

चन्द्रग्रहण पूर्णमासी की रात में होता हैं, और पृथ्वी के सब स्थानों से एक-सा दिखाई देता है, परन्तु प्रत्येक पूर्णिमा को चन्द्रग्रहण नहीं पड़ता। इसके दो कारण हैं (i) चन्द्रमा का परिभ्रमण-मार्ग पृथ्वी के परिभ्रमण-मार्ग से झुका हुआ है। दोनों के तलों के बीच 5 अंश का कोण है। (ii) पृथ्वी एक ही वृत्ताकार पथ में परिक्रमा करती है, जिससे पृथ्वी की सूर्य से दूरी बदलती रहती है, और छाया का आकार भी बदलता रहता है।

सूर्य-ग्रहण (Solar Eclipse) :—अमावस्या की रात्रि में जब चन्द्रमा पृथ्वी और सूर्य के बीच में आ जाता है, तो चन्द्रमा की छाया पृथ्वी पर पड़ती है। पर चन्द्रमा का आकार इतना छोटा होता है कि पृथ्वी के धरातल का थोड़ा ही भाग चन्द्रमा की छाया की प्रच्छाया के भीतर पड़ सकता है। पृथ्वी तल के इस भाग से सूर्य अदृश्य हो जाता है, और यहां पूर्ण सूर्य-ग्रहण पड़ता है। पर इस अन्धेरे भाग से परे, सूर्य आंशिक रूप से दिखाई देता है, क्योंकि ये भाग, चन्द्रमा की छाया की उपच्छाया में पड़ते हैं। इसलिये इन भागों में आंशिक ग्रहण पड़ता है।

सूर्य ग्रहण प्रत्येक अमावस्या की रात्रि में नहीं पड़ता, क्योंकि (i) चन्द्रमा की कक्षा का तल, पृथ्वी की कक्षा से लगभग 50° पर झुका होता है, और (ii) पृथ्वी की, सूर्य और चन्द्रमा से दूरियां बदलती रहती हैं और इसीलिए पृथ्वी अक्सर प्रच्छाया शंकु से बहुत परे चली जाती है ;

वलयाकार सूर्य-ग्रहण (Annular Solar Eclipse) :—यदि पृथ्वी, किसी अमा-वस्या के दिन चन्द्रमा के प्रच्छायाशंकु से कुछ परे आ जाय (ऐसा बहुत कम होता है,) तो *B* और *C* द्वारा सीमित प्रच्छायाशंकु को बढ़ाने से जो भाग पृथ्वी के तल पर पड़ता है, उसमें अवस्थित किसी व्यक्ति को सूर्य के गोल मडलक का केवल बाहरी भाग ही दिखाई देता है—बीच का गोल भाग, चन्द्रमा से बाधित होने के कारण अंधकारमय दिखाई पड़ता है। यही सूर्य का वलयाकार (annular) ग्रहण कहलाता है।

उपग्रहों के ग्रहण (Eclipses of Satellites) :—प्रत्येक ग्रह के साथ एक या अधिक उपग्रह रहते हैं, जो उसके चारों ओर परिभ्रमण करते हैं। जब उपग्रह चलते चलते, ग्रह के छाया-शंकु में आ जाता है, तो ग्रहण पड़ता है। सूर्यग्रहण चन्द्र ग्रहणों से **अधिक संख्या में होते हैं।**

पृथ्वी की छाया, चन्द्रमा की छाया से आकार में कहीं बड़ी होती है। सूर्य और पृथ्वी के बीच दूरी चाहे कुछ भी हो, चन्द्रमा, पृथ्वी की छाया के प्रच्छाया शंकु में सदैव ही पूर्णतः पड़ सकता है।

सूर्य और पृथ्वी को मिलाने वाले शंकु का अनुच्छेद, सूर्य की ओर अधिक चौड़ा होने के कारण, चन्द्रमा के पृथ्वी और सूर्य के बीच में पड़ने की संभावना, चन्द्रमा के उसी शंकु के अधिक तंग भाग में (जब चन्द्र ग्रहण पड़ता है) पड़ने की संभावना से अधिक होती है। इसलिए सूर्य ग्रहण अधिक संख्या में मिलते हैं। पर चूंकि चन्द्रमा की छाया, पृथ्वी के थोड़े से भाग पर पड़ती है, इसलिए सूर्य ग्रहण पृथ्वी के तल के प्रत्येक भाग से कभी नहीं दिखाई पड़ते। प्रत्येक ग्रहण के बाद, सूर्यग्रहण भी दूसरे स्थान से दिखाई देता है। चन्द्र-ग्रहण संख्या में कम होते हुए भी पृथ्वी के लगभग सभी स्थानों से दिखाई पड़ते हैं। इस कारण किसी स्थान विशेष पर, चन्द्र ग्रहणों की संख्या, सूर्य-ग्रहणों से अधिक प्रतीत होती है।

विकरित ऊर्जा और प्रकाश—किसी गर्म पिंड से विकिरित ऊर्जा, विभिन्न प्रकार के किरण समुदायों से मिलकर बनी होती है। इस विकिरित ऊर्जा में प्रकाश की मात्रा बहुत कम रहती है। अस्तु, प्रकाश विकिरित ऊर्जा का वह भाग है, जो दृष्टि की अनुभूति कराता है। ताप बढ़ने से विकिरण बढ़ जाता है, पर न्यूनतम तरंग की लम्बाई कम हो जाती है।

पिंड द्वारा विकिरित प्रकाश-ऊर्जा और समस्त ऊर्जा का अनुपात विकिरण दक्षता (Radiation efficiency) कहा जाता है। ताप के बढ़ने से इसका मान बढ़ जाता है, क्योंकि तब दृष्टि की अनुभूति कराने वाली छोटी तरंगे बढ़ जाती हैं। ताप बढ़ाने से जब न्यूनतम तरंग की लम्बाई .0004 मिलीमीटर होती है, तो विकिरण दक्षता सबसे अधिक होती है। इससे अधिक ताप पर विकिरित समस्त ऊर्जा का मान बढ़ जाता है, पर विकिरित प्रकाश के अनुपात में वृद्धि नहीं होती।

विकिरक पिंड, कम ताप पर केवल ऊष्मिक (Thermal) किरणें निकालते हैं। गर्म होते होते जब वह लाल सुर्ख हो जाते हैं, तो ऊष्मिक किरणों के साथ लाल किरणें निकालते हैं। अधिक ताप बढ़ने पर वे अन्य रंग की किरणें निकालते हैं; यहां तक कि गर्म श्वेत होने पर वे सब रंगों की किरणें निकालते हैं।

दीप्तिमापन संबंधी शब्दावली—दीप्त संकेन्द्रता (luminous flux) किसी दीप्त पिंड द्वारा एक सेकंड में विकिरित प्रकाश की उर्जा है।

किसी स्रोत की किसी दिशा में उद्दीपन क्षमता (illuminating power) उस दिशा में इकाई सान्द्र कोण (solid angle) के भीतर एक सेकंड में विकिरित प्रदीप्त संकेन्द्रता (fluv) की मात्रा है। इसे दीप्ति की तीव्रता भी कहते हैं।

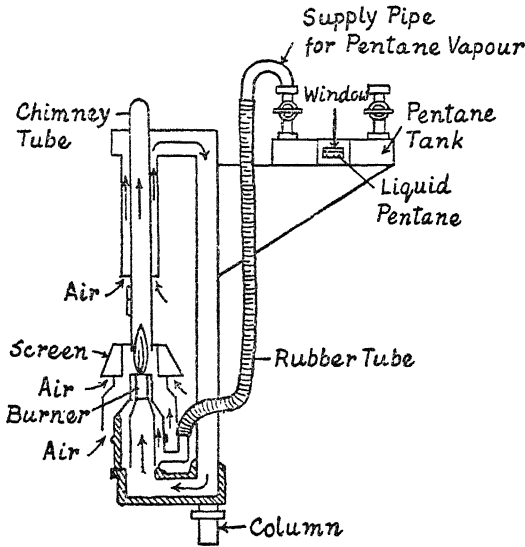
किसी पिंड के चारों ओर संपूर्ण सान्द्र कोण (solid angle) 4π होता है। इसलिये प्रति इकाई सान्द्र कोण के भीतर कुल प्रकाश की ऊर्जा का $1/4\pi$ भाग विकिरित

होता है, गणितीय व्यंजकों के रूप में दीप्ति की तीव्रता, $P=Q/4\pi$ (यहां Q, पिंड द्वारा एक सेकंड में विकिरित प्रकाश की मात्रा है)।

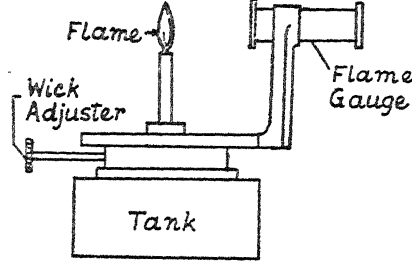
यदि यह मान लिया जाय कि पिंड, प्रत्येक दिशा में एक समान ऊर्जा विकिरित करता है, तो स्रोत से इकाई दूरी पर व्यवस्थित एक गोलीय तल के इकाई क्षेत्रफल पर एक सेकंड में पड़नेवाले प्रकाश की मात्रा $Q/(4\pi \times 1^2)=Q/4\pi$ होती है। अस्तु, किसी प्रकाश स्रोत की उद्दीपन क्षमता, प्रकाश की वह मात्रा है जो अभिलंब की दिशा में इकाई दूरी पर व्यवस्थित किसी धरातल के इकाई क्षेत्रफल पर एक सेकंड में पड़ती है।

नोट :—प्रकाश-स्रोत के विकिरण की तीव्रता को अभिसूचित करने के लिए 'दीप्ति की तीव्रता' पद अधिक उपयुक्त है, क्योंकि यह आत्मोदीप्त अथवा अनात्मोद्दीप्त दोनों प्रकार के पिंडों के लिए सार्थक है।

प्रामाणिक स्रोत—प्रामाणिक मोमबत्ती—यह, स्पर्म मोम से बनी हुई मोमबत्ती है, जिसका व्यास $\frac{7}{8}$ इंच और भार $\frac{1}{6}$ पौंड होता है, और वह 120 ग्रेन प्रति घंटा की गति से जलती है। प्रामाणिक मोमबत्ती की क्षैतिज दिशा में उद्दीपन तीव्रता को बत्ती-शक्ति कहते हैं। यह तीव्रता दबाव, ताप, आर्द्रता, बत्ती की आकृति वायु में कार्बन डाइ-आक्साइड की मात्रा आदि बातों पर निर्भर होती है।

इस दोष को दूर करने के लिये, ब्रिटेन में अब वर्नान हारकोर्ट पेंटेन दीप (Pentane Lamp) का प्रयोग किया जाता है। इसमें पेंटेन तेल की भाप को जलाकर लपट पैदा की जाती है। यह तेल, पैराफिन,मोम से निकाला जाता है, और हल्का उड़नशील (volatile) होता है। इसमें बत्ती नहीं होती। भलीभांति नियंत्रित होने पर इसकी प्रदीप्ति की तीव्रता, 10 बत्ती-शक्ति के बराबर होती है।

चित्र 6

जर्मनी में हेफनेर प्रामाणिक दीप की रचना की गई है। इसमें बिना मरोड़ की रुई की मोमबत्ती का व्यवहार किया जाता है।

शुद्ध आमील एसिटेट (Amyl Acetate) को दीप में जलाया जाता है। विशिष्ट परिस्थितियों में इसकी प्रदीप्ति की तीव्रता एक हेफनर वत्ती-शक्ति के बराबर होती है। एक हेफनेर वत्ती-शक्ति = ·9 ब्रिटिश वत्ती-शक्ति।

चित्र 7

उपरोक्त प्रामाणिक दीपों की शिखाओं को स्थिर रखने में विशेष कठिनाई होती है। दूसरे ईंधन (द्रव) भी शुद्ध नहीं मिल पाता। इसलिये वहुत से उत्तप्त (incandescent) प्रामाणिकों को निर्दिष्ट किया गया है। उनमें वायोल प्रामाणिक (Violelle Standard) अधिक प्रचलित है। 1 वर्ग सें० मी० क्षेत्रफल द्वारा जमने के ताप पर द्रव प्लैटिनम द्वारा विकिरत प्रकाश की मात्रा को प्रदीप्ति की तीव्रता की इकाई माना गया है।

ल्यूमन (Lumen) :—ल्यूमन Flux की प्रामाणिक इकाई है। यह प्रदीप्ति संकेन्द्रता (flux) की वह मात्रा है, जो इकाई वत्ती शक्ति के स्रोत द्वारा एक सेकंड में इकाई सान्द्र कोण के भीतर विकिरित हो। दूसरे शब्दों में यह प्रकाश की वह मात्रा है, जो इकाई वत्ती-शक्ति के स्रोत से इकाई दूरी पर अभिलंब व्यवस्थित इकाई क्षेत्रफल पर इकाई समय में पड़े। (सब इकाइयां *C.G.S.* प्रणाली में लेना चाहिए।)

प्रकाश-स्रोत की उज्ज्वलता (Brightness of a Source) :—किसी स्रोत की उद्दीप्ति (Luminosity) की माप प्रदीपन-शक्ति (illuminating power) से तभी हो सकती है, जब हम विन्दु-स्रोत (point source) का प्रयोग करें। विस्तृत स्रोत के लिए उज्ज्वलता (brightness) का व्यवहार करते हैं, क्योंकि स्रोत का क्षेत्रफल भी महत्व रखता है। स्रोत की उज्ज्वलता, वह दीप्ति की संकेन्द्रता (flux) है, जो स्रोत के इकाई क्षेत्रफल से तल के अभिलंब दिशा में एक सेकंड में विकिरित होती है। इसे इकाई क्षेत्रफल पर वत्तियों में नापा जाता है।

प्रदीप्ति (Illumination) :—किसी तल पर प्रदीप्ति निम्न वातों पर निर्भर करती है (i) तल का क्षेत्रफल (ii) तल की स्रोत से दूरी—दूरी वढ़ने पर प्रदीप्ति कम हो जाती है। (iii) प्रकाश की किरणों के सापेक्ष तल का झुकाव। यदि तल किरणों के अभिलंब की दिशा में है, तो प्रदीप्ति सबसे अधिक होती है (iv) स्रोत की दीप्ति (illumination) (v) माध्यम की प्रकृति।

किसी तल के किसी विन्दु को आवृत करने वाले इकाई क्षेत्रफल पर अभिलंबवत् पड़नेवाले प्रकाश की मात्रा को, विन्दु पर प्रदीप्ति की तीव्रता कहते हैं।

परिभाषा के अनुसार, इकाई दूरी पर व्यवस्थित स्रोत द्वारा उत्पन्न अभिलंब प्रदीप्ति की तीव्रता, का संख्यात्मक मान, स्रोत की दीप्ति के बराबर होता है।

प्रदीप्ति की तीव्रता की इकाइयां—केन्द्र पर व्यवस्थित इकाई वत्ती-शक्ति के स्रोत द्वारा इकाई त्रिज्या के गोल के भीतरी तल पर पड़नेवाले प्रकाश की मात्रा को प्रदीप्ति की तीव्रता (intensity of illumination) कहते हैं। यहां हम कुछ प्रचलित इकाइयों का उल्लेख करते हैं।

1 मीटर-वत्ती = 1 ल्यूमन प्रति वर्ग मीटर = 1 फ्लक्स (Flux)

1 सेंटीमीटर वत्ती = 1 ल्यूमन प्रति वर्ग सें० मी० = 10^4 फ्लक्स = 1 फीट

1 फुट वत्ती = 1 ल्यूमन प्रति वर्ग फुट = 10.764 फ्लक्स

व्यावहारिक इकाइयां फुट-वत्ती और मीटर वत्ती हैं।

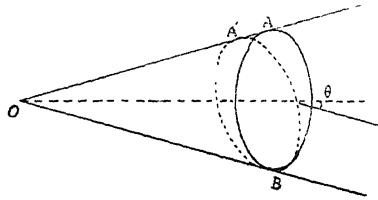
सामान्य रूप से पढ़ने लिखने के लिए अभीष्ट प्रदीप्ति की तीव्रता 3 से 6 फुट बत्तियों के बीच में होती है। सूर्य से उत्पन्न पृथ्वी पर प्रदीप्ति की तीव्रता, 60,000 फुट वत्ती होती है, और पूर्ण-चन्द्र से 1 फुट वत्ती होती है।

उत्कर्म वर्ग-नियम :—हम देख चुके हैं कि $P = Q/4\pi$. यदि स्रोत से r सें० मी० दूरी पर अभिलंबवत् व्यवस्थित किसी तल पर प्रदीप्ति की तीव्रता 1 हो, तो

$$r = \frac{Q}{4\pi r^2} = \frac{P}{r^2}$$

$$\therefore \text{ किसी विन्दु पर प्रदीप्ति की तीव्रता } = \frac{\text{स्रोत की दीप्ति}}{\text{दूरी का वर्ग}}$$

अस्तु, प्रदीप्ति की तीव्रता, दूरी के वर्ग के उत्क्रमानुपाती होती है।

लैम्बर्ट का कोज्या नियम (Lambert's Cosine Law)—मान लो O, कोई विन्दु एक छोटा क्षेत्रफल है जिसके केन्द्रीय भाग से जानेवाली किरणें, तल के अभिलंब से θ कोण बनाती हैं। तल AB पर प्रकाश की मात्रा q पड़ती है, और यदि s उसका क्षेत्रफल है, तो AB पर प्रकाश की तीव्रता $I' = q/s$. AB के मध्य भाग से जाने वाली केन्द्रीय किरणों की दिशा के लम्बात्मक तल $A'B$ पर दीप्ति की तीव्रता $I = q/s \cos\theta$. ($\because$ $A'B$ का क्षेत्रफल $= s\cos\theta$) O से निकलने वाली सब किरणें जो AB पर पड़ती हैं, वह त्रिशंकु OAB के भीतर रहती हैं। वही सब किरणें $A'B$ पर भी पड़ती हैं)।

चित्र 8

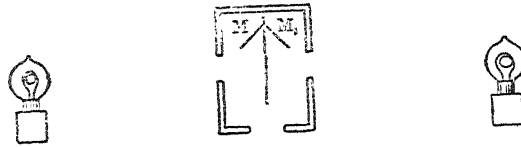
$$\therefore \quad \frac{q}{s} = I' = I\cos\theta$$

दीप्ति मापक यंत्रों द्वारा प्रकाश के विभिन्न स्रोतों की दीप्तियों की तुलना की जाती है। यहां हम कुछ दीप्तिमापकों (photometers) का विवरण देंगे।

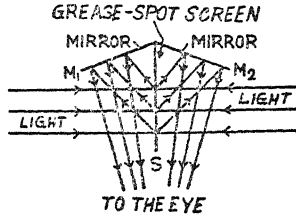
(i) रम्फोर्ड (Rumford) **का छाया दीप्तिमापक**—मूलतः इसमें एक सफेद पर्दा रहता है, जिसके सामने एक अपारदर्शक छड़ उदग्र स्थिति में व्यवस्थित रहती है। छड़ के पीछे की ओर तुलना किए जाने वाले प्रकाश स्रोत व्यवस्थित रहते हैं। ये दोनों स्रोत छड़ की पृथक् पृथक् छाया पर्दे पर डालते हैं। दूरियों को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि दोनों छायाएं समान रूप से काली रहें। प्रचलित संकेतों के अनुसार,

$I_1 = I_2$ अर्थात् $\frac{P_1}{d_1^2} = \frac{P_2}{d_2^2}$ या $P_1 : P_2 : : d_1^2 : d_2^2$

अर्थात दीप्तियां दूरियों के वर्गों के समानुपाती होती हैं। इस व्यवस्था से काफी शुद्ध परिणाम प्राप्त होता है, बशर्ते कि दोनों स्रोत, एक ही रंग का प्रकाश निकालें और दोनों छायाएं एक दूसरे को स्पर्श मात्र ही करें। यदि दोनों छायाएं पृथक् कर दी जाएं, अथवा एक दूसरे को आच्छादित कर लें, तो उतनी सूक्ष्मता से तुलना नहीं की जा सकती।

(ii) **बुन्सन का तैल-बिन्दु दीप्तिमापक** (Bunsen's Grease Spot Photometer) :—इस व्यवस्था में दोनों स्रोत पर्दे के एक ही ओर रखे जाते हैं, और उनके द्वारा पर्दे के भिन्न भिन्न भागों पर प्रकाश पड़ता है। पर्दा सफेद कागज का होता है, और उसके केन्द्र पर एक चिकना धब्बा होता है। यदि कागज को आंख और प्रकाश-स्रोत के बीच में रखा जाये, तो धब्बा निकटवर्ती कागज से अधिक उज्ज्वल प्रतीत होता है, क्योंकि वह अधिक मात्रा में प्रकाश को एक ओर से दूसरी ओर जाने देता है। पर यदि कागज प्रकाश-स्रोत के पीछे रखा जाय, जो तैल-बिन्दु निकटवर्ती कागज से अधिक काला दिखाई देता है, क्योंकि धब्बे से आंख पर कम प्रकाश परावर्तित होता है। पर्दे को दोनों स्रोतों के बीच में रखने पर, जिस ओर से अधिक प्रकाश पड़ता है, उस ओर पर्दा अधिक चमकीला और धब्बा काला दिखाई पड़ता है। जब दोनों ओर प्रकाश की तीव्रता बराबर हो जाती है, तो धब्बा लुप्त हो जाता है, अथवा दोनों ओर एक-सा चमकीला हो जाता है।

चित्र 9

वास्तव में, धब्बा सदैव, दीप्तिमापक शीर्ष के बाकी हिस्से से कम चमकीला रहता है। साम्यावस्था में धब्बा दोनों ओर से बराबर चमकीला प्रतीत होता है। पर्दे के किसी भी ओर, तैल-बिन्दु के अतिरिक्त समस्त भाग पर पड़नेवाले प्रकाश का लगभग संपूर्ण

अंश परावर्तित हो जाता है। तैल-विन्दु से जितना अंश प्रकाश का निकल जाता है, उतना दूसरी ओर से नहीं आ पाता, क्योंकि कुछ भाग तेल द्वारा शोषित हो जाता है।

चित्र 10

संशोधित दीप्तिमापन शीर्ष (Improved Photometer Head) :—बुन्सेन दीप्तिमापक में प्राय: तैल-विन्दु के पर्दे के साथ दो समतल दर्पण रहते हैं, जो पर्दे से बराबर कोण पर झुके रहते हैं। इस कारण कोई निरीक्षक तैल विन्दु के दोनों ओर के तल, एक साथ, परावर्तित किरणों की सहायता से देख सकता है। इस व्यवस्था से निरीक्षक, आंख विना सरकाए दोनों तलों की समान उद्दीप्ति की तुलना कर सकता है।

गणितीय व्यंजक—मान लीजिए दोनों स्रोतों से पर्दे के इकाई क्षेत्रफल पर एक सेकंड में पड़ने वाले प्रकाश की मात्राएं q_1 तथा q_2 हैं। यदि यह मान लिया जाय कि आपतित प्रकाश का a वां भाग, पर्दे के चिकने भाग से छितरा जाता है, तो $(1-a)$ वां भाग, दूसरी ओर शोषण के अभाव में चला जायेगा। शोषण के कारण मान लीजिए $k(1-a)$ वां भाग ही दूसरी ओर जा पाता है (यहां राशि k एक से कम है)

अस्तु, पर्दे के एक ओर से आंख पर पहुंचने वाले संपूर्ण प्रकाश की मात्रा

$$q_1a+q_2k(1-a)$$

होगी, और दूसरी ओर से कुल प्रकाश की मात्रा $q_2a+q_1k(1-a)$ होगी।

साम्यावस्था में, $q_1a+q_2k(1-a)=q_2a+q_1k(1-a)$

$$\therefore\ q_1[a-k(1-k)]=q_2[a-k(1-a)]$$

या $q_1=q_2$.

$$\therefore\ \frac{P_1}{d_1^2}=\frac{P_2}{d_2^2}$$

शीशे की प्लेट द्वारा प्रेषित प्रतिशत प्रकाश का निर्धारण—पहले किन्हीं दोनों स्रोतों को नियंत्रित करके साम्यावस्था की स्थिति ले आते हैं। फिर किसी एक स्रोत और पर्दे के बीच शीशे की प्लेट व्यवस्थित कर देते हैं। शोषण के कारण साम्यावस्था नष्ट हो जाती है। इसी स्रोत को खिसकाकर फिर साम्यावस्था ले आते हैं।

पहली साम्यावस्था में, $\dfrac{P_1}{d_1^2}=\dfrac{P_2}{d_2^2}$

यदि हम मान लें कि प्लेट द्वारा आपतित प्रकाश का x वां भाग निकलने दिया जाता है,

तो दूसरी साम्यावस्था में, $\dfrac{xP_1}{d_1'^2}=\dfrac{P_2}{d_2^2}$

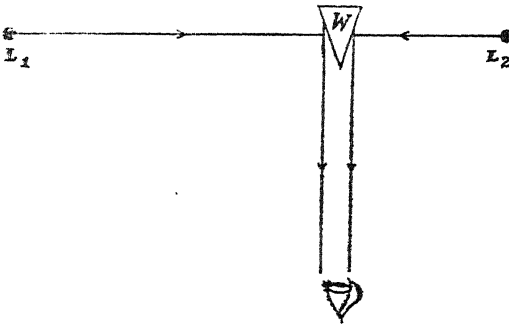
यहां d_1 एवं d_1', खिसकाये जानेवाले स्रोत की क्रमशः पहली और दूसरी स्थिति में दूरियां हैं।

$$\therefore \frac{P_1}{d_1^2} = \frac{xP_1}{d_1'^2} \quad \text{या} \quad x = \left(\frac{d_1'}{d_1}\right)^2$$

उत्क्रम वर्ग नियम का सत्यापन—एक ओर कुछ दूरी पर चार एक ही प्रकार की मोमवत्तियां रख कर उन्हें दूसरी ओर उसी प्रकार की एक मोमवत्ती से संतुलित कर लिया जाता है। इस मोमवत्ती की पर्दे से दूरी, चारों मोमवत्तियां की दूरी से आधी होगी।

$\because$ उत्क्रम वर्ग नियम के आधार पर, $\dfrac{P_1}{P_2} = \left(\dfrac{d_1}{d_2}\right)^2 = 4$

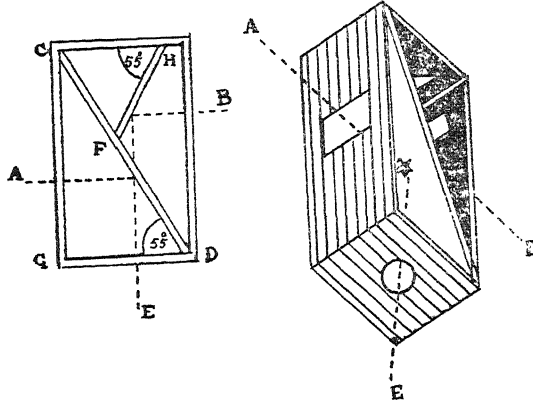
$$\therefore \frac{d_1}{d_2} = 2.$$

(iii) **रिची का स्फान दीप्तिमापक** (Ritchie's Wedge Photometer)—किसी लकड़ी के पच्चर (wedge) के दोनों ओर एक एक स्रोत व्यवस्थित कर देते हैं और उसके ऊपर बारीकी से तह किया हुआ साधारण कागज रख दिया जाता है, जो पीछे की ओर बंधा रहता है। स्फान के पटल (faces), दोनों स्रोतों को मिलानेवाली रेखा से बराबर कोण बनाते हैं। स्फान (wedge) के रूक्ष तलों से प्रकाश छितरा जाता है।

चित्र 11

निरीक्षक, स्फान को, स्रोतों को मिलानेवाली रेखा की लंबात्मक दिशा में देखता है। एक स्रोत को स्थिर रखकर दूसरे को इस प्रकार खिसकाते हैं कि दोनों अपटल (faces) बराबर उज्ज्वल दिखाई दें।

(iv) **रंध्रमय पर्दे पर ट्रॉटर (Trotter) का दीप्तिमापक**—यह साधारण दीप्तिमापक होते हुए भी अत्यन्त शुद्ध परिणाम देता है। किसी आयताकार बक्स में एक सफेद, साधारण (unglazed) तख्ता, CD कर्ण की दिशा में, भुजा DG से 55° का कोण बनाता हुआ उदग्र दिशा में व्यवस्थित रहता है। दूसरा पर्दा HF, CH भुजा से 55° पर उदग्र स्थिति में व्यवस्थित रहता है।

दोनों स्रोतों से प्रकाश A और B रेखाओं द्वारा व्यक्त दिशाओं में दोनों पर्दों पर पड़ता है। नुकीले चाकू से CD में एक छोटा सितारनुमा छेद कर दिया जाता है।

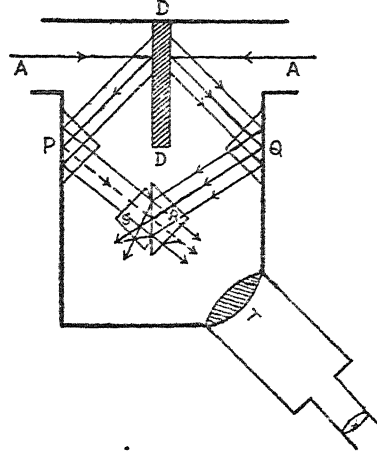
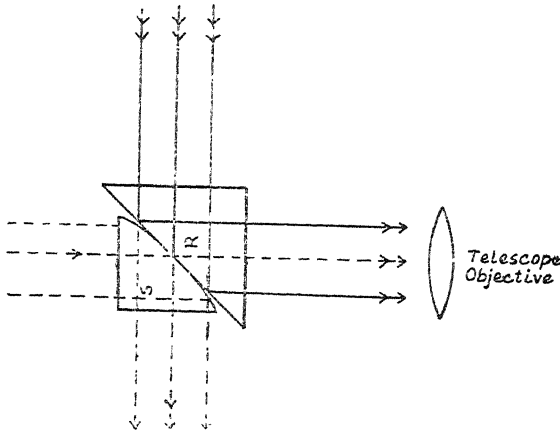
E पर आंख रख कर, पर्दे को छिद्र में से देखा जाता है। दोनों स्त्रोतों से प्रकाश की दिशाएं, पर्दों के अभिलंबों से $35°$ का कोण बनाती हैं। दूरियों को भलीभांति नियंत्रित करके दोनों पर्दों को समान रूप से प्रदीप्त कर दिया जाता है, जिससे आगे और पीछे के पर्दों में कोई वैषम्य नहीं रह जाता।

चित्र 12(a) चित्र 12 (b)

यदि दोनों प्रकाश स्रोत, एक ही रंग के प्रकाश को निकालते हैं तो बुन्सेन तैल विन्दु दीप्तिमापक श्रेष्ठ है। अधिक शुद्धता के लिए लम्मर ब्रोडहन दीप्तिमापक (Lummer Brodhun Photometer) का प्रयोग किया जाता है। प्रयोग के समय दीवारों और कमरे की छतों को (विशेष कर प्रकाश-स्रोतों के पीछे के भागों को) काले रंग से पोत देना चाहिए, जिससे परावर्तन न हो पाये।

किसी स्थान पर प्रदीप्ति की तीव्रता निकालने के लिए, फुट-कैंडिल मीटर का आजकल प्रयोग किया जाता है। इसमें एक फोटो-इलेक्ट्रिक सेल रहता है, जिससे सम्बद्ध एक धारामापक रहता है, जिसके पाठ से तीव्रता, फुट कैंडिल मीटरों में व्यक्त हो जाती है। प्रकाश फोटो इलेक्ट्रिक सेल पर डालने से तत्क्षण पाठ मिल जाता है।

(v) **लम्मर ब्रोडहन दीप्तिमापक** (Lummer Brodhun Photometer)) :— इसमें एक समद्विवाहु समकोणिक त्रिपार्श्वों की प्रणाली (system) इस प्रकार व्यवस्थित की जाती है कि दूरबीन का दृष्टि-क्षेत्र (field of view) दो भागों में विभक्त हो जाता है; एक स्रोत से आने वाले प्रकाश से एक भाग और दूसरे स्रोत से निकलने वाले प्रकाश से दूसरा भाग प्रदीप्त होता है। दोनों ओर विवरों से आनेवाला प्रकाश, मैगनेशियम कार्बोनेट (Magnesium Carbonate) के गुटके पर पड़ता है। दोनों ओर से छितराये हुए प्रकाश के कुछ भाग परावर्तन त्रिपार्श्वों (P और Q) पर क्रमशः अभिलंव की दिशा में पड़ते हैं, और शेषांश वक्स के भीतरी तल पर पुती हुई कालिख द्वारा शोषित हो जाता

है। इन त्रिपार्श्वों के विकर्णों (Hypotenuses) से परावर्तित होकर प्रकाश के ये भाग क्रमशः त्रिपार्श्वी S और R पर टकराते हैं, जिनके विकर्णों को इस प्रकार मोड़ा जाता है कि केवल मध्य के थोड़े से भाग एक दूसरे के संपर्क में रहें। इस भाग से गुजरने वाला एक आयताकार समूह को अभिलंबवत् पार करता है; इसलिए वह सीधा निकल जाता है। P से S पर जाने वाले प्रकाश का कुछ भाग सीधा दूरबीन में चला जाता है, और शेषांश पूर्ण परावर्तित हो जाता है। इसी प्रकार Q से आने वाले प्रकाश का मध्यवर्ती वह भाग जो S और R के संस्पर्शतल पर पड़ता है, सीधा चला जाता है और शेषांश दूरबीन में पहुंचता है। इस प्रकार दूरबीन के दृष्टि-क्षेत्र का बीच का भाग, बाईं ओर से आने वाले प्रकाश से प्रदीप्त होता है, और इसके बाहरी भाग की प्रदीप्ति, दाहिनी ओर के स्रोत से उत्पन्न होती है। जब दोनों भागों में प्रदीप्ति एक ही हो जाय, तो यह प्रकट होता है कि DD के दोनों ओर प्रदीप्ति की तीव्रता (Intensity of Illu-

चित्र 12 (c)

चित्र 12(d)

mination) एक ही है। तब यदि स्रोतों की प्रदीपन शक्तियां (Illuminating power)

बराबर हों, और दीप्तिमापक-शीर्ष (photometer head) से उनकी दूरियां क्रमश: r_1 और r_2 हों, तो,

$$\frac{P_1}{r_1^2}=\frac{P_2}{r_2^2}$$

कांच के शोषण का प्रभाव दोनों ओर के प्रकाश के समान होगा और उसके कारण समायोजन (adjustment) में कोई परिवर्तन न होगा।

हल किए हुए प्रश्न

1. 8 और 32 बत्ती शक्तियों के दो स्रोत एक दूसरे से 120 सें० मी० पर व्यवस्थित हैं। उनको मिलाने वाली रेखा पर किसी पर्दे को कहां रखा जाय कि दोनों से समान प्रकाश पड़े। **(यू० पी० बोर्ड** '51)

मान लीजिए कि पहले स्रोत से दूसरे स्रोत की दिशा में पर्दे को x सें० मी० दूर रखना चाहिए, जिससे निर्दिष्ट साम्यावस्था प्राप्त हो।

$\therefore \frac{8}{x^2}=\frac{32}{(120-x)^2}$, या $\frac{1}{x^2}=\frac{4}{(120-x)^2}$

$\therefore 4x^2=(120-x)^2$ अर्थात् $120-x=\pm 2x$

$\therefore x=40$ सें० मी० अथवा, -120 सें० मी०।

ऋणात्मक चिह्न यह सूचित करता है कि पर्दा, पहले स्रोत से जिस ओर दूसरा स्रोत स्थित है, उसके दूसरी ओर 120 सें० मी० पर व्यवस्थित होना चाहिए। अस्तु, पर्दे को दो स्थितियां मिलती हैं।

2. एक पर्दे पर 85 सें० मी० दूरी पर एक लैंप रखने से पर्दे पर कुछ प्रदीपन मिलता है। कांच की एक बत्ती लैंप और पर्दे के बीच रखने से लैंप को पर्दे के 5 सें० मी० निकट लाना होता है, जिससे प्रदीप्ति वही रहे। प्रकाश का कितना प्रतिशत भाग कांच रोकता है ?

मान लो, कांच $x\%$ भाग रोकता है।

$\therefore$ संचारित भाग $=(100-x)\%=$ कुल प्रकाश का $(100-x)/100$ वां भाग।

$\therefore$ यदि लैंप की मूल बत्ती शक्ति P हो, तो,

$$\frac{P}{85^2}=\frac{P\times(100-x)/100}{(80)^2}$$

$$\text{या,}\quad \frac{1}{(17)^2}=\frac{100-x}{100\times(16)^2}$$

$$\therefore 100\times 16^2=(100-x)\times 17^2$$

$$\therefore 100\ (17^2-16^3)=17^2\times x$$

$$\text{या,} \quad x = \frac{100 \times 33}{289} = \frac{3300}{289} = 11.42\% \text{ लगभग}$$

3. यदि 32 वत्ती वाले लैंप से 4 फीट की दूरी पर 4 सेकंड प्रकाश देने से फोटो का प्रिंट ठीक आ सकता हो, तो 16 वत्ती शक्ति वाले लैंप से 2 फीट दूरी पर अगर एक 'निगेटिव' रखा हो, तो कितना प्रकाश देना आवश्यक है ? (**गोहाटी**, '49)

$$I_1 = \frac{32}{4^2}, \; I_2 = \frac{16}{2^2}$$

दोनों स्थितियों में प्रकाश की मात्रा, $Q = I_1 \times 4 = I_2 \times t$.

$$\therefore t = \frac{I_1}{I_2} \times 4 = \frac{32/4^2}{16/2^2} \times 4 = \tfrac{2}{4} \times 4 = 2 \text{ सेकंड}$$

प्रश्नावली

1. प्रयोग द्वारा तुम प्रकाश का सरल रेखा में चलना किस प्रकार दर्शाओगे ? (**ढाका**, '23, **कलकत्ता**, '48)
2. स्वच्छ चित्रों की सहायता से सूर्य और चन्द्र-ग्रहण की व्याख्या करो। (**पटना**, '25, '27, **कलकत्ता**, '37, '50)
3. प्रच्छाया और उपच्छाया की परिभाषा दो। सूर्य और चन्द्रमा के व्यास क्रमशः 9×10^5 मील और 2100 मील हैं, तथा सूर्य की पृथ्वी से दूरी 9×10^7 मील है। सूर्यग्रहण के समय पृथ्वी की चन्द्रमा से दूरी निकालो जबकि ग्रहण पृथ्वी के सिर्फ अकेले विन्दु पर पूर्ण है। फिर जब पृथ्वी की चन्द्रमा से दूरी 209000 मील है, तो पृथ्वी पर उस क्षेत्रफल का व्यास निकालो, जिसमें ग्रहण पूरा है। (पृथ्वी को चपटा मान लो)।
4. सूची छिद्र केमरा की क्रिया पर प्रकाश डालो। (**कलकत्ता**, '30)
   (क) सुईनुमा केमरे का छिद्र बढ़ाने का (ख) छोटे छेद से सुग्राहक प्लेट या पर्दे की दूरी बढ़ाने पर क्या असर पड़ता है ? (**पटना**, '31, **कलकत्ता**, '30, '53)
5. सिद्ध करो कि तीव्रता प्रकाश के उद्गम से दूरी के वर्ग के उत्क्रमानुपाती होती है ? (**यू० पी० बोर्ड**, '19, **ढाका**, '30, **कलकत्ता**, '41, '47, '49)
6. चित्रों की सहायता से समझाओ कि सूचीनुमा कैमरे में प्रतिविम्व के स्वरूप में क्या परिवर्त्तन होता है, जब
   (क) कैमरा लम्बा बनाया जाता है।
   (ख) गोल होने की बजाय छेद वर्गाकार होता है,
   (ग) जब सूची-छिद्र धीरे-धीरे बढ़ाया जाता है। ऐसे केमरे की खूबियां और कामियां क्या हैं ?
   एक सूची छिद्र केमरा, अन्दर से काले पुते हुए सन्दूक का बना है। सूचीछिद्र की प्लेट से दूरी 8 इंच है। यदि प्लेट की उदग्र विमा 6 इंच हो, तो एक 20 फीट ऊंचे पेड़ से केमरावाला कितनी दूर पर खड़ा हो कि चित्र में पूरा पेड़ आ जाये ? (**गोहाटी**, '49)
6. किसी दीप्तिमापक द्वारा किसी प्रकाश-स्रोत की तीव्रता किस प्रकार निर्धारित करोगे ?

अध्याय 2

प्रकाश का समतल पर परावर्तन
(Reflection of Light on Plane Surface)

जब प्रकाश एक माध्यम से जाकर दूसरे माध्यम के तल पर टकराता है, तो उसका कुछ भाग पहले माध्यम में वापस लौट आता है। यह क्रिया परावर्तन कहलाती है। शेष भाग दूसरे माध्यम में से शोषित होता हुआ निकल जाता है।

परावर्तन दो प्रकार का होता है (a) नियमित और (b) अनियमित। नियमित परावर्तन तब होता है, जब प्रकाश का दंड, दर्पण अथवा किसी अन्य चिकने तल पर पड़ता है। ऐसी स्थिति में परावर्तन, कुछ निश्चित नियमों के अनुसार होता है।

अनियमित परावर्तन, प्रकाश-दंड के किसी रुक्ष तल से टकराने पर होता है। उदाहरणार्थ जब प्रकाश किसी कमरे की छत या दीवारों से, बिना पालिश की लकड़ी से अथवा घर्षित कांच से टकराता है, तो प्रकाश दंड टकराने के पश्चात् किसी निश्चित दिशा में न जाकर भिन्न भिन्न दिशाओं में तल की प्रकृति के अनुसार छितरा जाता है।

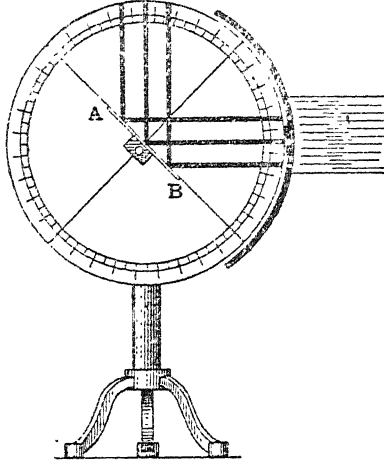
परावर्तन का नियम—इन नियमों का प्रतिपादन स्नेल ने किया था। नियमित परावर्तन निम्न नियमों के अनुसार होता है।

(1) आपतित और परावर्तित किरणें, आपतन-बिन्दु पर अभिलंब से बराबर कोण बनाती हैं।

(2) आपतित और परावर्तित किरणें तथा आपतन बिन्दु पर अभिलंब, तीनों एक ही तल में पड़ते हैं।

परिवर्तन के नियमों का सत्यापन—(a) पिन गाड़ने की विधि—किसी ड्राइंग-बोर्ड पर पिनों की सहायता से मोटे कागज की एक पर्त गाड़ दो। कागज पर उदग्र स्थिति में एक छोटे पतले समतल दर्पण को टेक दो। दर्पण के परावर्तक तल और कागज के तल को काटनेवाली रेखा को एक नुकीली पेन्सिल से खींच दो। दर्पण के तल को छूनेवाली एक पिन गाड़ दो और दूसरी पिन कागज पर इस प्रकार गाड़ दो कि पिनों को मिलाने वाली रेखा, दर्पण से कोण बनाए। फिर एक तीसरी पिन इस प्रकार गाड़ दो कि दर्पण में से रखने पर पहली पिन का प्रतिबिम्ब और शेष दोनों पिन एक सरल रेखा में दिखाई दें। दर्पण से सटी हुई पिन को किसी दूसरी जगह दर्पण से पुनः सटा कर गाड़ दो, और तीसरी पिन को उखाड़ कर इस प्रकार गाड़ दो कि फिर पहली पिन का प्रतिबिम्ब, इन दोनों विस्थापित पिनों की सीध में दिखाई दे। इस प्रकार के कई निरीक्षण लेने के पश्चात्, पहली और दूसरी पिन को एक सरल रेखा से मिला देते हैं और दूसरी पिन तथा तीसरी पिन को दूसरी रेखा से मिला देते हैं। ये रेखाएं आपतित और परावर्तित किरणों को अभिसूचित करती हैं। इनके दर्पण तल से उभयनिष्ठ बिन्दु से (अर्थात् दूसरी पिन की स्थिति से)

प्रत्येक अवस्था में अभिलंब डाल दो। कोणों को नापने से यह प्रकट होता है कि आयतन कोण, परावर्तन कोण के बराबर होता है। आपतित किरणें, परावर्तित किरणें और अभिलंब, सब कागज के तल पर पड़ते हैं। इसलिए, दूसरा नियम भी सत्यापित होता है।

(2) **हार्टिल का प्रकाश मंडलक** (Hartles Optical Disc)—उदग्र तल में एक बड़ा वृत्तीय मंडलक उत्थापित किया जाता है। यह केन्द्र से गुजरने वाली एक क्षैतिज अक्ष पर घूम सकता है। इस पर कोण, अंशों में खुदे रहते हैं। एक छोटा समतल दर्पण या अर्धगोलीय शीशे का जल से भरा प्याला केन्द्र पर इस प्रकार संधारित रहता है कि उसका तल, मंडलक के तल के लम्बवत् एक क्षैतिज रेखा पर पड़ता है, जिसके दोनों सिरों पर 90° का चिह्न बना रहता है। एक अर्धवृत्तीय धातु का पर्दा, जिसमें ऊपरी सिरे पर एक बारीक छिद्र रहताहै, वृत्तीय मंडलक के किनारे के थोड़ा ऊपर व्यवस्थित रहता है। इस छिद्र को इच्छानुसार घटाया बढ़ाया जा सकता है।

चित्र 13

पर्दे के ऊपर किसी दीपक से एक पतली प्रकाश की किरणावलि छिद्र में से निकलकर प्याले के समतल पर पड़ने दी जाती है, जहां से वह परावर्तित हो जाती है। आपतित, और परावर्तित किरण-दंड मंडलक के तल को स्पर्श करते हैं, और मंडलक के चिह्नों से आपतन कोण तथा परावर्तन कोण निरीक्षित कर लिए जाते हैं। मंडलक को घुमाने पर आपतन कोण और परावर्तन कोण पढ़ लिए जाते हैं। प्रत्येक दशा में आपतन कोण, परावर्तन कोण के बराबर होता है। आपतित और परावर्तित किरणें, मंडलक के तल को स्पर्शमात्र करती हैं। इससे स्पष्ट है कि कि वे एक ही तल पर पड़ती हैं।

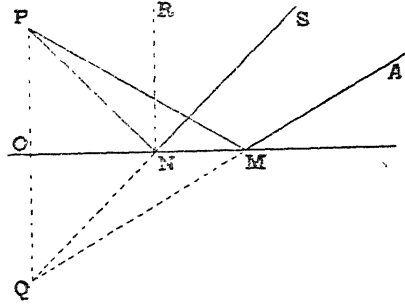
किरण की उत्क्रमणीयता (Reversibility)—किसी स्रोत A से प्रकाश, परावर्तन के पश्चात् M से गुजरता है। पर यदि स्रोत को N पर रखा जाय, तो प्रकाश चल कर भी A पर आयेगा।

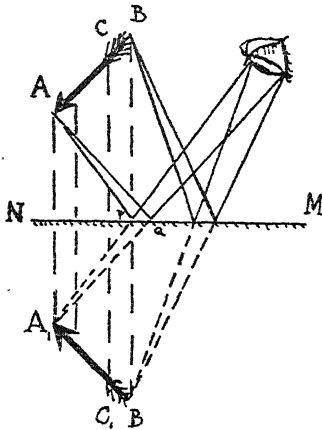
प्रतिविम्ब की स्थिति—मान लीजिए OM एक दर्पण है, और P एक पिन है। PMऔर PN दो आयतन किरणें हैं जिनकी परावर्तित किरणें क्रमश: MA और NS है। ये किरणें किसी विन्दु पर काटती नहीं, पर वे दर्पण के पीछे की ओर के एक विन्दु Q से आती हुई प्रतीत होती हैं, जो इनको पीछे बढ़ाने से मिलता है। यदि N पर अभिलंब

NR हो, तो आपतन कोण PNR=परावर्तन कोण RNS. चित्रानुसार, $\angle PNO = \angle SNM$ (क्योंकि ये कोण, निर्दिष्ट कोणों के संपूरक कोण हैं) $\therefore \angle PNO = \angle QNO$.

अस्तु, $\angle PNM = \angle QNM$.
इसी प्रकार $\angle PMN = \angle QMN$.
$\because \angle PBC$ और QBC की उभयनिष्ट भुजा BC है।
$\therefore$ ये त्रिभुज सर्वांगसम हैं।
इसलिए $PN = QN$

चित्र 14

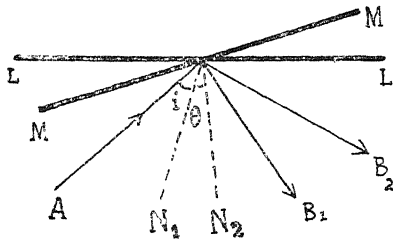
अब त्रिभुज PNO और QNO में, $\angle PNO = \angle QNO$. $PN = QN$ और ON उभयनिष्ठ भुजा है। इसलिये ये त्रिभुज भी सर्वांगसम हैं। अस्तु, $PO = QO$ और $\angle PON = QON = 1$ समकोण। इससे स्पष्ट है कि P का प्रतिविम्ब प्रतीयमान होता है, और वह दर्पण में पीछे की ओर उतनी ही दूर पर स्थित होता है, जितनी दूर, दर्पण के सामने P स्थित है।

नोट :—जब किसी विन्दु से कोई अपविन्दु (divergent) प्रकाश-दंड परावर्तित अथवा वर्तित होकर किसी दूसरे विन्दु पर वास्तव में अभिविन्दु (converge) होता है, तो इस दूसरे विन्दु पर वास्तविक प्रतिविम्ब वनता है।

और यदि किसी विन्दु से अपविन्दु (divergent) प्रकाश-दंड परावर्तित अथवा वर्तित होकर किसी दूसरे विन्दु से अपविन्दु (diverge) होता हुआ प्रतीत हो, तो यह दूसरा विन्दु, प्रथम विन्दु का काल्पनिक प्रतीयमान (virtual) होगा।

चित्र 15

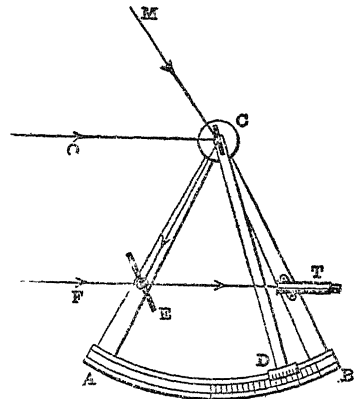
यदि कोई वस्तु किसी निश्चित् लंवाई की हो तो किरणों का पार्श्विक व्युत्क्रम (lateral inversion) हो जाता है, अर्थात् वस्तु का दाहिना सिरा, प्रतिबिम्ब का वायां सिरा, और वायां सिरा, दाहिना मालूम होता है। पर प्रतिविम्ब का आकार, वस्तु के आकार के वरावर होता है। जिन पदार्थों के किनारों में समिति (symmetry) होती है, वे समतल दर्पण से परावर्तन के पश्चात् भिन्न प्रतीत होते हैं। ऊपर

की ओर एक उदग्र दर्पण रखने पर, पार्श्विक असंमिति होने पर भी $B, C, D,$......आदि अक्षर, दर्पण में वैसे ही दिखाई देते हैं, क्योंकि उदग्र दिशा में उनमें संमिति (symmetry) होती है।

वस्तु, अथवा दर्पण को खिसकाने से प्रतिबिम्ब की स्थिति में परिवर्तन—वस्तु अथवा दर्पण के खिसकाने से यदि दर्पण से वस्तु की दूरी में कुछ कमी या वृद्धि हो जाती है, तो दर्पण से प्रतिबिम्ब की दूरी भी उतनी ही कम अथवा अधिक हो जाती है। इसलिए वस्तु और उसके प्रतिबिम्ब के बीच की दूरी में $2x$ कमी या वृद्धि हो जाती है।

दर्पण को घुमाने का प्रभाव—यदि दर्पण को θ कोण घुमा दिया जाय, तो अभिलंब भी इतना ही मुड़ जायगा। पहली स्थिति में आपतित और परावर्तित किरणों के बीच का कोण $2i$ है, क्योंकि आपतन कोण और परावर्तन कोण बराबर होते हैं।

चित्र 16

दूसरी स्थिति में आपतन कोण $(i+\theta)$ हो जाता है, इसलिए अब आपतित किरण और परावर्तित किरणों के बीच का कोण $=2\ (i+\theta)$ हो जाता है। इसलिये दर्पण को घुमाने से परावर्तित किरण का मुड़ाव $2(i+\theta)-2i=2\theta$ हो जाता है।

सेक्सटेंट (Sextant) :—इसी सिद्धान्त के आधार पर हैडले ने सेक्सटेंट (Sextant) की रचना की। इसमें 60° का एक वृत्तीय चाप होता है, जो दो स्थिर अर्धव्यासीय भुजाओं द्वारा संधारित होता है। एक तीसरी निर्देशक भुजा (index arm) के सिरे पर एक वर्नियर पैमाना रहता है, जो वृत्तीय चाप पर खिसकता है। इसके दूसरे सिरे पर एक स्थिर दर्पण, उदग्र स्थिति में ऐसे स्थल पर टिका रहता है कि उससे होकर निर्देशक भुजा (index arm) की परिभ्रमण अक्ष (axis of rotation) गुजरती है। एक अर्धव्यासीय भुजा पर एक शीशे की प्लेट लगी होती है, जिसके नीचे के अर्धांश पर पारा चढ़ा रहता है जिससे वह दर्पण का काम करता है। दूसरी अर्धव्यासीय भुजा में एक क्षैतिज दूरबीन शीशे की प्लेट के सामने लगी होती है।

चित्र 17

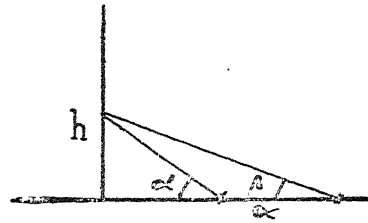
जब दोनों दर्पण समान्तर होते हैं, तो दूरबीन को किसी दूर वस्तु की ओर कर देते हैं। एक किरण शीशे की प्लेट के ऊपरी भाग से सीधी दूरबीन में प्रवेश करती है, और दूसरी समान्तर किरण, दोनों दर्पणों से परावर्तित होकर दूरबीन में प्रवेश करती है। इस प्रकार वस्तु के दो प्रतिबिम्ब दिखलाई देंगे और जब दर्पण समान्तर होंगे, तो यह दोनों मिल जाते हैं। इस स्थिति में वर्नियर का शून्य, मुख्य पैमाने के शून्य से मिलना चाहिए। यदि ऐसा नहीं है तो शून्य त्रुटि का अवलोकन करके उसे अन्य अवलोकनों से घटा देते हैं।

मान लीजिए कि दो वस्तुओं के बीच का कोण निकालना है जो CM और EF की ओर स्थित हैं। EF की ओर स्थित वस्तु सीधी दूरबीन में दिखाई देती है। परिभ्रामक भुजा को घुमा कर ऐसी स्थिति में व्यवस्थित करते हैं कि CM से आनेवाली किरण, परावर्तित होकर दूरबीन में चली जाती है, और दोनों प्रतिबिम्ब मिल जाएं। यदि यह दोनों दर्पणों में मान लिया जाय कि प्रकाश का मार्ग उलट गया, तो किरण TEC, परावर्तित होकर CM की ओर जायेगी। यदि दर्पण समान्तर होते, तो वह CO की ओर जाती। अस्तु, ऊपरी दर्पण के विस्थापन से इस लौटी हुई किरण का कोणीय विचलन $\angle MCO$ द्वारा प्रकट होगा। इसके लिए दर्पण का कोणीय विचलन $\angle BCD$ द्वारा व्यक्त होगा।

$\therefore$ अभीष्ट कोण, $MCO = 2\ BCD$। सुविधा के लिए अंशांकित वृत्त खंड पर एक डिग्री को दो लिख दिया जाता है, जिससे इसे पढ़ते ही अभीष्ट कोण निकल आये।

सेक्सटेंट की सहायता से किसी लम्बी वस्तु (जैसे मीनार) की ऊंचाई निकाली जा सकती है। इसके लिए हम वस्तु के स्थिर-विन्दु और आधार विन्दु से आंख पर आनेवाली किरणों के बीच का कोण α सेक्सटेंट से निकाल लेते हैं। निरीक्षक की वस्तु से दूरी x, मालूम होने की कोई आवश्यकता नहीं। फिर d दूरी हटकर, उसी प्रकार की कोणीय माप β सेक्सटेंट से ज्ञात कर लेते हैं।

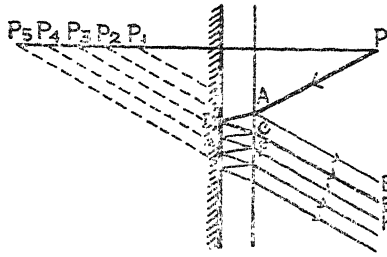
यदि, अभीष्ट ऊंचाई h हो तो,

$$\cot \alpha = \frac{x}{h} \text{ और } \cot \beta = \frac{x+d}{h}$$

चित्र 18

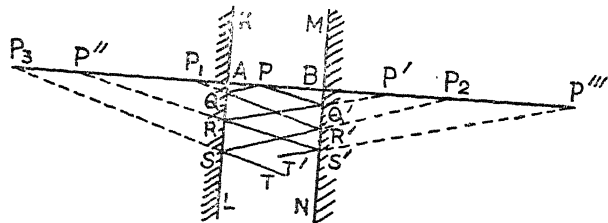
$$\therefore \frac{d}{h} = \cot \beta - \cot \alpha, \text{ या } h = \frac{d}{\cot \beta - \cot \alpha}$$

सेक्सटेंट के तल को क्षैतिज रख कर किसी क्षैतिज वस्तु की लम्बाई निकाली जा सकती है, अथवा उदग्र वस्तुओं के बीच की दूरी ज्ञात की जा सकती है। सेक्सटेंट द्वारा सूर्य का व्यास ज्ञात किया जा सकता है (यदि सूर्य की पृथ्वी से दूरी मालूम हो)। जब किसी लंबी वस्तु के आधार का निकटवर्ती भाग न देखा जा सके, तो किसी जलपूर्ण बीकर में उसके

प्रतिबिंब को देख कर वस्तु के शिखर विन्दु और प्रतिविम्व के निम्नतम विन्दु के वीच के कोण को निकालकर उसका आधा कर देते हैं। निर्दिष्ट विधि से इस क्रिया को दो स्थलों पर करने से और उन स्थलों के बीच की दूरी निकाल कर हम जलतल से वस्तु की ऊंचाई जान लेते हैं। जलतल की पृथ्वी से ऊंचाई जोड़ कर हम वस्तु की ऊंचाई निकाल सकते हैं। सुविधा के लिए प्राय: बीकर को किसी स्टूल पर रखा जाता है।

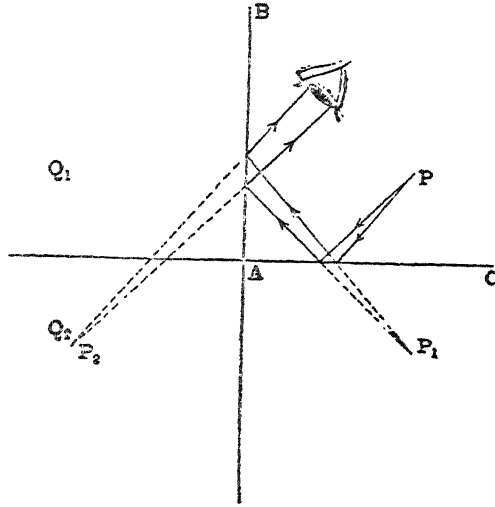
मोटे दर्पण से अनेकों प्रतिविम्बों का निर्माण—मोटे कांच के एक दर्पण के सामने किसी मोमवत्ती को रख कर तिरछी दिशा में देखने पर कई प्रतिविम्ब दिखाई देते हैं। पहला प्रतिविम्ब धुंधला और दूसरा सबसे उज्ज्वल होता है। अन्य प्रतिविम्ब क्रमानुसार धुंधले होते जाते हैं।

चित्र 19

पहला प्रतिविम्ब, सामने के कांच के तल से परावर्तन द्वारा मिलता है,पर अधिकतर आपतित प्रकाश, कांच में प्रविष्ट होकर पीछे के कलई के तल से परावर्तित हो जाता है, परावर्तन के कारण दूसरा प्रतिविम्ब बहुत उज्ज्वल होता है। सामने के तल से आंतरिक परावर्तन के कारण कुछ प्रकाश पुन: कांच में लौट आता है। इस प्रकार के क्रमवर्ती परावर्तनों के कारण अनेक प्रतिबिम्ब बनते हैं। सैद्धान्तिक दृष्टि से इनकी संख्या अनन्त है, पर परावर्तनों के कारण उज्ज्वलता नष्ट होने से अधिक प्रतिविम्ब दिखाई नहीं देते।

समान्तर दर्पणों से प्रतिविम्बों का निर्माण—मान लीजिए A और B दो समतल दर्पण के परावर्तक तल एक दूसरे के सामने पड़ते हैं, और कोई विन्दु स्रोत उनके बीच इस प्रकार व्यवस्थित है कि उसकी दूरी दर्पण A से a और B से b है।

चित्र 20

A से एक परावर्तन के पश्चात् P_1, पर दर्पण P से a दूरी पर एक प्रतिविम्ब बनता है। इसकी दूरी B से $a+(a+b)=2a+b$ है। B के कारण P_1 का प्रतिविम्ब

P_2 बनता है, जिसकी वस्तु से दूरी $2a+2b$ है। अब A में P_2 का प्रतिबिम्ब P_3 बनता है, जिनकी दूरी A से $3a+2b$ है, अर्थात् वस्तु से $4a+2b$ है। इसी प्रकार दर्पणों से एकान्तर क्रम में काल्पनिक परावर्तनों के कारण, P_4, P_5, P_6 .....आदि अनंत प्रतिबिम्बों का निर्माण होगा, जिनकी वस्तु से दूरियां क्रमशः $4a+4b$, $6a+4b$ आदि हैं। इन सब प्रतिबिम्बों की उत्पत्ति, वस्तु के प्रथम परावर्तन A से होने के कारण हुई। इसी प्रकार B से प्रथम परावर्तन के कारण Q_1, Q_2, Q_3 आदि प्रतिबिम्बों का निर्माण होता है, जिनकी वस्तु से दूरियां क्रमशः $2b$, $2a+2b$, $2a+4b$, $4a+4b$,... हैं। परावर्तनों के कारण ये प्रतिबिम्ब क्षीण होते जाते हैं।

आनत दर्पण (Inclined mirrors) :—यदि दो दर्पण समकोण पर झुके हों, तो पहले दोनों दर्पणों में एक एक प्रतिबिम्ब बनते हैं। फिर इन प्रतिबिम्बों के प्रतिबिंब बनते हैं। दर्पणों द्वारा एकान्तर क्रम में प्रतिबिंब बनते हैं। अंतिम दो प्रतिबिंब एक दूसरे पर सन्निपातित होंगे। इस प्रकार कुल तीन प्रतिबिम्ब बनेंगे। अंतिम मिश्र प्रतिबिंब, दोनों दर्पणों के परावर्तक तलों के पीछे पड़ते हैं। इसलिए अन्य प्रतिबिम्ब नहीं बन सकते।

चित्र 21

इसी प्रकार हम दो दर्पणों की किसी अन्य आनत स्थिति का भी विश्लेपण कर सकते हैं। मान लीजिए दर्पण OA और OB कोण θ पर झुके हुए हैं और कोई बिन्दु स्रोत P उन दोनों के बीच व्यवस्थित है। AO में P का प्रतिबिंब P_1, बनेगा। P_1 का OB में प्रतिबिंब P_2, और P_2 का OA में प्रतिबिंब P_3 बनेगा। यह क्रम तब तक जारी रहेगा, जब तक कि अंतिम प्रतिबिंब दोनों दर्पणों के परावर्तक तलों के पीछे नहीं पड़ते। (चित्र 22, पृष्ठ 386)

OB में P के प्रतिबिंब Q_1 से इसी प्रकार क्रमानुसार Q_2, Q_3......आदि अन्य प्रतिबिम्बों की उत्पत्ति होती है। इस प्रकार प्रतिबिंबों की दो श्रेणियां मिलती हैं।

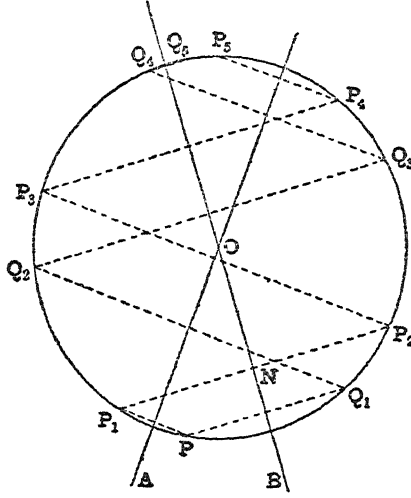
दर्पण OA, PP_1 के लम्बवत् है, और उसे समद्विभाजित करता है। इसलिए $OP_1=OP_2$ इसी प्रकार $OP_2=OP_3$ आदि। इसलिए दर्पणों के छेदन-बिन्दु O

को केन्द्र मान कर यदि OP त्रिज्या का एक वृत्त खींचा जाय, तो सब तिबिम्ब इसी वृत्त पर पड़ेंगे।

चित्र 22

यदि कण POA और POB को क्रमश: α और β से व्यक्त करें, तो कोण POP_1, POP_2, POP_3,...क्रमश: 2α, $2\alpha+2\beta$, $4\alpha+2\beta$,......के बराबर होंगे।

यदि n कोई पूर्णांक हो, तो कोण POP_2n, $2n(\alpha+\beta)$ के बराबर होगा। प्रत्येक श्रेणी में अंतिम प्रतिबिंब AOB के उदग्रत: अभिमुख (vertically opposite) कोण में बनेगा।

यदि इस कोण के भीतर पड़नेवाला पहला प्रतिबिंब P_2n हो, तो $\angle POP_2n < 0-\alpha$,

अर्थात् $2n(\alpha+\beta) > \pi-\alpha$;

अस्तु, $2n > \frac{\alpha-\beta}{\pi-\alpha}$. या, $2n > \frac{\pi-\alpha}{\theta}$ ($\because \alpha+\beta=\theta$)

इसी प्रकार यदि P_{2n+1} इस कोण के भीतर पड़नेवावा पहला प्रतिबिंब हो, तो

$$2n(\alpha+\beta)+2\alpha > \pi-\beta, \quad \text{अर्थात} \ (2n+1(\alpha+\beta) > \pi-\alpha$$

$$\therefore \ 2n+1 > \frac{\pi-\alpha}{\alpha+\beta}. \quad \text{या,} \quad 2n+1 > \frac{\pi-\alpha}{\theta}$$

इसलिए दोनों दशाओं में P_1, P_2, P_3,...श्रेणी के प्रतिबिंबों की संख्या, $\pi-\alpha/\alpha+\beta$ से बड़े, न्यूनतम पूर्णांक द्वारा व्यक्त होगी। इसी प्रकार Q_1, Q_2, Q_3,...श्रेणी के प्रतिबिंबों की की संख्या $\pi-\beta/\alpha+\beta$ से बड़े न्यूनतम पूर्णांक द्वारा व्यक्त होगी।

यदि $\alpha+\beta$, π का पूर्ण उपगुणज (exact sub-multiple) है, तो $\alpha/\alpha+\beta$ पूर्णांक होगा और इन दोनों व्यंजकों से बड़ा न्यूनतम पूर्णांक होगा। इसलिये वह प्रत्येक श्रेणी के प्रतिबिंबों की संख्या प्रकट करता है - इस स्थिति में प्रत्येक श्रेणी के अंतिम प्रतिबिंब सन्निपातित होते हैं। इसको समझने के लिए मान लो कि प्रत्येक श्रेणी में $2n$ प्रतिबिंब हैं। स्पष्ट है कि

$$\angle POP_2n+POQ_2n=2n(\alpha+\beta)+2n(\alpha+\beta)=4n(\alpha+\beta)$$

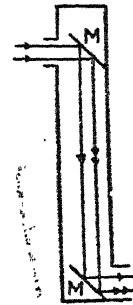
परन्तु, $2n = \frac{\pi}{\alpha+\beta}$; अस्तु, $4n(\alpha+\beta) = \angle POP_{2n} = POQ_{2n} = 2\pi$, और P_{2n} तथा Q_{2n} सन्निपातित होंगे ।

इसी प्रकार यदि प्रत्येक श्रेणी में $2n+1$ प्रतिबिंब हों, तो $\angle POP_{2n+1} = 2n(\alpha+\beta) + 2\alpha + 2n(\alpha+\beta) + 2\beta = 2(2n+1)\alpha+\beta$. परन्तु, $2n+1 = \pi/\alpha+\beta$, अर्थात $(2n+1)(\alpha+\beta) = \pi$; अस्तु, $\angle POP_{2n+1} + \angle POQ_{2n+1} = 2\pi$, और अंतिम प्रतिबिंब, इस अवस्था में भी सन्निपातित होंगे ।

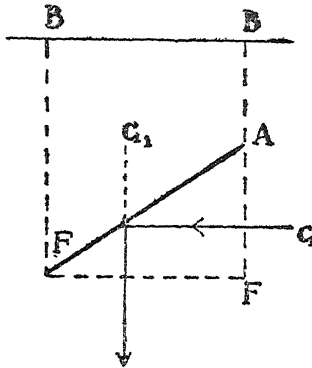
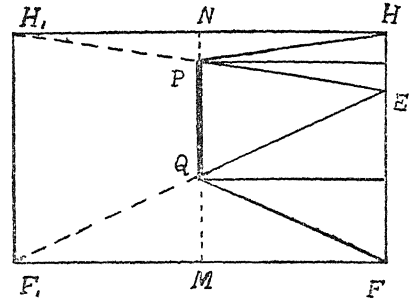
यदि $360/\theta$ को n द्वारा व्यक्त करें, (यहां θ को डिग्रियों में व्यक्त किया गया है) और यदि n पूर्णांक है, तो कुल प्रतिबिंबों की संख्या $= n-1$; क्योंकि प्रत्येक श्रेणी के अन्तिम प्रतिबिम्ब सन्निपतित होंगे । यदि n पूर्णांक नहीं है, तो प्रतिबिंबों की संख्या उसके (integral) भाग से प्रकट होगी । उदाहरणार्थ यदि $\theta = 60°$, तो प्रतिबिंबों की संख्या $(360/60-1) = 5$ होगी । यदि $\theta = 58°$, तो $n = 360/58 = 6.2$ इस स्थिति में प्रतिबिंबों की कुल संख्या 6 होगी । दोनों श्रेणी के तीन तीन प्रतिबिम्ब हैं ।

बहुरूप दर्शक (Kaleidoscope)—यह बच्चों का एक खिलौना है, जिसमें कांच की तीन पत्तियां, लगभग 4 इंच चौड़ी और 10 इंच लंबी 60° का कोण बनाती हुई एक कागज की नली में भरी रहती हैं । गोल कांच के टुकड़े, आगे पीछे के छेदों को ढके रखते हैं । अन्तिम कांच के टुकड़े के अन्दर रंगीन चूड़ी के टूटे हुए टुकड़े रखे जाते हैं । सामने से देखने पर एक-एक के छः छः टुकड़े दिखाई देते हैं, और चित्रों की एक अत्यन्त मनोरंजक प्रणाली मिलती है । नली को घुमाने से टुकड़ों का क्रम बदल जाता है और नये आकर्षक चित्र प्रकट होते हैं ।

परिदर्शक (Periscope)—इन यंत्रों द्वारा समुद्र तल के ऊपर अवस्थित जहाज और अन्य पदार्थों को तल के भीतर डूबी हुई पनडुब्बी के भीतर से देखा जा सकता है । मूलतः एक लम्बी नली के सिरों पर अक्ष से 45° का कोण बनाते हुए दर्पण इस प्रकार व्यवस्थित रहते हैं कि बाहरी वस्तुओं से आनेवाली किरणें एक दर्पण पर टकराकर लंबवत् दिशा में नली के अक्ष की ओर मुड़ जाती हैं । दूसरे सिरे पर पुनः परावर्तित होकर वे आपतित किरणों के समान्तर हो जाती हैं ।

वास्तविक रूप में दर्पणों के स्थान पर समकोणिक त्रिपार्श्वों का प्रयोग किया जाता है, जिससे प्रकाश की तीव्रता अधिक क्षीण नहीं होने पाती । फुटबाल के मैदान में प्रायः इस प्रकार के परिदर्शक प्रयोग में लाते हैं, जिससे दर्शकगण सरलता से भीड़ के ऊपर से खेल देख सकें ।

चित्र 23

प्रकाशिकीय संभ्रांति :—पेपर का भूत—प्रो० पेपर ने एक साधारण व्यवस्था की रचना की जिसके द्वारा उन्होंने स्टेज पर विचित्र प्रकार के व्यंग्यात्मक चित्रों का प्रदर्शन किया।

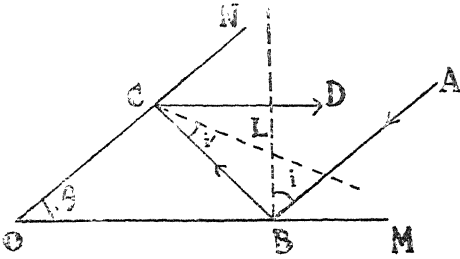
चित्र में BB, स्टेज का पृष्ठ भाग है, जिसमें शीशे की एक बड़ी प्लेट उदग्र स्थिति में अपनी कोर (edge) पर दर्शकगणों की दृष्टि रेखा से 45° का कोण बनाती हुई टिकी रहती है। FF, स्टेज की भूमि के निकटवर्ती दीप्ति स्रोत हैं। दर्शकगण, अभिनेता (actr) G को सीधे नहीं देख सकते, क्योंकि वह बिलकुल बगल में पड़ जाता है। पृष्ठभूमि काफी काली रहती है। जब अभिनेता पर धनुलैंप (arc lamp) का प्रकाश डाला जाता है, तो परावर्तन के पश्चात् (लंबवत् दिशा में G_1 पर दिखाई पड़ता है। पृष्ठभूमि के उज्ज्वल भाग, उसकी प्रतिमूर्ति (image) के आरपार दिखाई देते हैं।

चित्र 24 चित्र 25

मनुष्य का पूर्ण प्रतिबिंब बनाने के लिए दर्पण की अभीष्ट लम्बाई :—मान लो कि मनुष्य एक दर्पण PQ के सामने खड़ा हुआ है। उसके सिर H और पैर F से चल कर किरणें क्रमशः दर्पण के शिखर-विन्दु P और अधोविन्दु Q से परावर्तन के पश्चात् आंख में पहुंचती हैं। (चित्र 25)

चित्रानुसार, H और F के प्रतिबिंब क्रमशः H_1 और F_1 हैं। N, P से HH_1 पर डाले गये लंब का चरण है। PN, HE के समान्तर है। अब $HP=H_1P$ इसलिए $H_1P=EP$ को इसी प्रकार $F_1Q=EQ$. PQ, EH_1 और EF_1 के मध्य विन्दुओं के मिलानेवाली रेखा है। $\therefore PQ=\frac{1}{2}\ H_1F_1=\frac{1}{2}HF.$

इसलिए, दर्पण की न्यूनतम लंबाई, मनुष्य की लंबाई की आधी है।

दो समतल दर्पणों से परावर्त्तन के कारण उत्पन्न नियम—मान लीजिए दो समतल दर्पण, θ कोण पर झुके हुए हैं। एक किरण AB, दर्पण OM से आयतन कोण i पर

टकराती है और फिर वह ON से आपतन कोण i' बनाती है। प्रथम परावर्तित किरण BC का AB से कोणीय विचलन BC को पीछे की ओर बढ़ाने से निकलता है। यह कोण $\pi-2i$ है। इसी प्रकार ON द्वारा उत्पन्न कोणीय विचलन $\pi-2i'$ है। इसलिए संपूर्ण कोणीय विचलन $=(\pi-2i)+(\pi-2i')$
$=2\pi-2(i+i')$

चित्र 26

चित्रानुसार, $\angle BLC+\angle LBC+\angle LCB=\pi$

और, $\angle BLC+\angle COB=\pi$

$\therefore\ \angle COB=\angle LBC+LCB$

अर्थात् $\theta=i+i'$

$\therefore$ अभीष्ट कोणीय विचलन $=2\pi-\theta$

हल किये हुए प्रश्न

1. एक क्षैतिज समतल दर्पण पर किरणें 45° पर गिरती हैं। यह बताओ कि दूसरा दर्पण किस प्रकार व्यवस्थित हो कि परावर्तित किरणें दूसरे दर्पण पर गिरने से क्षैतिज दिशा में परावर्तित हों। (पटना, '32)

दो परावर्तनों के कारण, संयुक्त विचलन $=(360-2\theta)^\circ$

यहां θ, दूसरे दर्पण का, पहले दर्पण से झुकाव है।)

अब, $\because$ दो बार परावर्तन के पश्चात् प्रकाश की किरण क्षैतिज हो जाती है, इसलिए संपूर्ण विचलन $=(180+45^\circ)=225^\circ$

$\therefore\ 360-2\theta=225$ या $2\theta=135$

$\therefore\ \theta=67.5^\circ$

2. एक मनुष्य एक समतल दर्पण से $\frac{1}{3}$ मीटर की दूरी पर, उसकी लंबाई के समांतर खड़ा है। यदि मनुष्य की ऊंचाई 1·4 मीटर हो और उसकी आंखें चोटी से 10

सें० मी० नीचे हों, तो दर्पण का छोटे से छोटा आकार और उसकी स्थिति क्या होगी, जिस पर वह मनुष्य अपना प्रतिबिंब दर्पण में देख सके।

दर्पण की न्यूनतम लंबाई = मनुष्य की ऊंचाई का आधा

$= \frac{1 \cdot 4}{2}$ मीटर $= 70$ सें० मी०

$\therefore$ मनुष्य की आंख से पैर तक की दूरी $= 140 - 10 = 130$ सें० मी०

$\therefore$ दर्पण के निम्नतम सिरे की पृथ्वी से ऊंचाई $= \frac{130}{2} = 65$ सें० मी०

3. एक समतल धरातल पर PQ एक आपतित किरण और QR परावर्तित किरण है। यदि परावर्तक तल पर Q' कोई विन्दु हो, तो सिद्ध करो कि

$PQ + QR < PQ' + Q'R$ (कलकत्ता, '13)

मान लो P', P का प्रतिबिम्ब है।

$\therefore$ P', परावर्तित किरण QR को पीछे बढ़ाने से मिलता है और $PN = P'N$;

(यहां N, P से दर्पण पर डाले गये लंब का पाद है)

अब, $P'Q' + Q'R > P'R$,

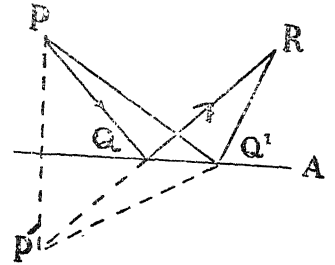
यानी $> P'Q + QR$

$\therefore$ $P'Q' + Q'R > PQ + QR$

$(\because PQ = P'Q)$

या $PQ + QR < P'Q'PQ'R$

चित्र 27

इससे प्रकट है कि नियमित परावर्तन में किरण का रास्ता कम से कम लंबा होता है। प्रकाश के परावर्तन का यही सबसे कम पथ या समय फर्मा (fermat) का सिद्धान्त है।

प्रश्नावली

1. परावर्तन के नियम क्या है? उन्हें किस प्रकार सत्यापित करोगे?
2. पदार्थ के प्रतिबिम्ब की परिभाषा दो। वह कब वास्तविक और कब प्रतीयमान होता है। यह पहिचान कैसे करोगे कि वह वास्तविक है या नहीं। प्रतीयमान प्रतिबिंब की प्रयोग द्वारा स्थिति कैसे ज्ञात करोगे?
   (**पटना**, '19, '32, 33, '40, **गोहाटी**, '49)
3. सिद्ध करो कि यदि किसी समतल दर्पण को किसी विशेष कोण पर घुमाया जाये, तो परावर्तित किरण दुगने कोण पर घूमती है।
   (**कलकत्ता**, '27, '46, **ढाका**, '28, '34, **राजस्थान**, '49)
   इस गुण का उपयोग सेक्सटेंट की बनावट में किस प्रकार किया गया है (कल०'41)

4. सेक्सटेंट का वर्णन करो। यह समझाओ कि पहाड़ की चोटी की ऊंचाई नापने में इसका उपयोग किस प्रकार होगा ? (राजस्थान, '49)

5. कमरे की दीवाल पर लगे हुए किसी समतल दर्पण का न्यूनतम आकार क्या होगा, जबकि कोई मनुष्य जो कमरे के बीचोबीच में है, अपने पीछे की दीवाल का पूर्ण प्रतिबिंब देख सकता है ? (कलकत्ता, '29)

6. चित्रों की सहायता से दो दर्पणों में अनगिनती प्रतिबिंबों का बनना समझाओ जबकि वे (a) समान्तर हों (b) एक दूसरे से 90° का कोण बनाएं।
(कलकत्ता, '19, 39, '47)

7. चित्र द्वारा समझाओ कि 60° पर झुके हुए दो समतल दर्पणों से एक पिन के कितने परावर्तन होंगे ?
यदि कोण 58° या 62° पर झुके हों तो कितने प्रतिबिंब मिलेंगे ?
बहुरूपदर्शक का वर्णन करो (यु० पी० बोर्ड, '33)

8. कमरे की एक दीवार पर 2 फीट ऊंचा एक दर्पण लगा हुआ है—निचली कोर, फर्श से 4 फीट 6 इंच की ऊंचाई पर है। यदि सामने की दीवार 14 फीट की दूरी पर हो तथा 10 फीट ऊंची हो, तो चित्र खींच कर बताओ कि मनुष्य किस विन्दु से देखे कि सामने की दीवार से छत तक, पूरी ऊंचाई का दर्पण में परावर्तन देख सके ?
(उत्तर, दर्पण के उच्चतम विन्दु से मनुष्य की चोटी की ऊंचाई = 3′ 6″,
दर्पण की लम्बाई = 2′ और मनुष्य के पैरों से दर्पण के निम्नतम विन्दु की ऊँचाई 4′ 6″)

9. पीछे की ओर चांदी किए हुए एक मोटे दर्पण के सामने रखे हुए एक चमकदार पदार्थ के कई प्रतिबिंब कैसे मिलते हैं ? आंखों की किसी निश्चित् स्थिति के लिए अपने अपने उत्तर का निदर्शन करो (पटना '32)

10 दो समान्तर रखे हुए दर्पणों के बीच व्यवस्थित किसी पदार्थ के अनगिनती प्रतिबिंबों का बनना समझाओ। प्रत्येक दर्पण से एक बार परावर्तन द्वारा निर्मित जिन किरणावलियों द्वारा देखा जाता है, उन्हें चित्र में प्रदर्शित करो। दिखाई देने वाले प्रतिबिंबों की संख्या सीमित क्यों होती है ? (पटना, '18)

11. समतल दर्पणों से बने प्रतिबिंबों के संबंध में विशेष बातों का उल्लेख करो।
एक सामने की दीवार पर और एक पीछे की दीवार पर टंगे हुए दो दर्पणों के बीच, कमरे में एक आदमी बैठता है। उसके सिरपर बिजली का एक लैंप जल रहा है। यह बतलाओ कि वह सामने की दीवार में क्या देखता है ? वह कैसे बता सकता है कि दर्पण समान्तर हैं ? (पटना, '26)

अध्याय 3

वक्र तलों पर परावर्तन

(Reflection at Curved Surfaces)

प्रकाश किसी चिकने और कलईदार वक्र या समतल से परावर्तित होता है। वक्र दर्पण सामान्यतः गोलीय होता है, अर्थात् वह गोल का एक भाग होता है। यदि परावर्तक तल, गोल के बाहरी तल का भाग होता है, तो उसे उतल दर्पण कहते हैं, और यदि वह भीतरी तल का भाग होता है, तो उसे अवतल दर्पण कहते हैं।

विशिष्ट पदावली—दर्पण, जिस गोल का भाग होता है, उसका केन्द्र, दर्पण का वक्रता केन्द्र Centre of Curvature) कहलाता है।

दर्पण के तल का मध्य विन्दु, दर्पण का ध्रुव (pole) कहलाता है। गोलीय तल का कोई भी व्यास जो दर्पण से मिलता है, दर्पण का अक्ष है। प्रधान अक्ष, वह सरल रेखा है जो वक्रता केन्द्र और दर्पण के ध्रुव को मिलाती है। किसी दूसरे अक्ष को गौण अक्ष (secondary) कहते हैं।

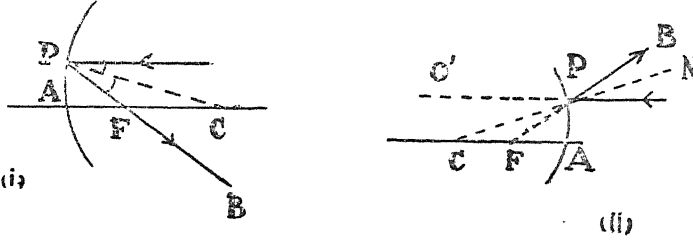
वक्रता अर्धव्यास, वक्रता केन्द्र और ध्रुव के बीच की लंबाई को कहते हैं। यह सदैव दर्पण के तल के लम्बवत् होता है।

प्रधान अक्ष के समान्तर जब कोई प्रकाश-दंड, ध्रुव के निकट किसी गोलीय दर्पण से टकराता है, तो परावर्तन के पश्चात् वह प्रधान अक्ष के किसी विंदु पर संसृत (converge) होता है, अथवा दर्पण के पीछे प्रधान अक्ष के किसी विन्दु से अपसृत (diverge) होता हुआ प्रतीत होता है। यह विन्दु प्रधान संगम कहलाता है। ध्रुव से इसकी दूरी को संगमान्तर कहते हैं। यदि प्रकाश-दंड प्रधान अक्ष के समान्तर नहीं होता, तो किरणें, परावर्तन के पश्चात् अक्ष के बाहर किसी विन्दु पर मिलती हैं, जो प्रधान संगम से गुजरने वाले उदग्र तल पर स्थित होता है। इस तल को संगमीय तल (focal plane) कहते हैं।

दर्पण का विवर (aperture) उस कोण द्वारा प्रकट होता है, जो दर्पण का तल, दर्पण के वक्रता केन्द्र पर बनाता है।

वक्र दर्पण, छोटे-छोटे समतल दर्पणों के नियमित आयोजनों से मिल कर बना हुआ माना जा सकता है।

संगमान्तर और वक्रता अर्धव्यास में संबंध—P प्रधान अक्ष के समान्तर कोई किरण है, जो परावर्तन के पश्चात् PB दिशा में मुड़ जाती है। अवतल दर्पण के वह प्रधान

अक्ष को वास्तविक संगम F पर काटती है, और उतल दर्पण में उसे पीछे बढ़ा कर अक्ष

चित्र 28

पर जो कटान-विन्दु मिलता है, उसे प्रतीयमान संगम कहते हैं।

आपतन-विन्दु के निकटवर्ती भाग को समतल दर्पण का अंश मान कर हम कह सकते हैं कि अवतल दर्पण में,

आपतन कोण OPC=परावर्तन कोण CPF

$\because \angle OPC = \angle PCF$ क्योंकि ये एकान्तर कोण हैं।

$\therefore \angle PCF = \angle CPF$ अस्तु, $CF = PF$; यदि दर्पण का विवर (aperture) कम मान लिया जाय, तो FP लगभग FA के बराबर माना जा सकता है। यहां A, दर्पण का ध्रुव है।

$\therefore AF = CF = \frac{AC}{2}$. यदि संगमान्तर को f और वक्रता त्रिज्या को r द्वारा व्यक्त करें, तो $f = \frac{r}{2}$

इसी प्रकार उतल दर्पण में,

$$\angle OPN = \angle BPN$$

अर्थात् $\angle O'PC = \angle CPF = \angle PCF$

$$\therefore \quad CF = PF = AF \text{ लगभग}$$

$$= \frac{AC}{2}$$

$$\therefore \quad f = r/2$$

अनुबद्ध विंदु (Conjugate points):—दो इस प्रकार अवस्थित विन्दु कि प्रकाश एक विन्दु से निकल कर दूसरे पर केन्द्रित होता है, अनुबद्ध संगम (Conjugate foci) कहे जाते हैं। हम कह सकते हैं कि यदि विन्दु P का प्रतिविंव Q है, तो P और Q अनुबद्ध हैं क्योंकि यदि P की बजाय, Q से किरणें चलें, तो वह प्रकाश के प्रत्यावर्तन स्वरूप (Reversible nature) के कारण P पर संकेन्द्रित होंगी।

चिह्नों की प्रणाली (Convention of Signs):—

प्राचीन प्रणाली के अनुसार,

(1) दूरियां सदैव दर्पण के ध्रुव अथवा लैंस के प्रकाश-केन्द्र से नापी जाती हैं।

(2) आपतित किरणदिशा में नापी हुई दूरियां ऋणात्मक, और उसके विपरीत दिशा में नापी हुई दूरियां धनात्मक मानी जाती हैं।

आधुनिक प्रणाली, 1934 में एक अंतर्राष्ट्रीय वैज्ञानिक सम्मेलन में स्वीकृत हुई थी। इसके अनुसार सब वास्तविक दूरियां धनात्मक और प्रतीयमान (Virtual) दूरियां ऋणात्मक होती हैं।

हम मुख्यत: प्राचीन प्रणाली का व्यवहार करेंगे। इसके अनुसार अवतल दर्पण का संगमान्तर धनात्मक और उतल दर्पण का ऋणात्मक होता है।

अभिवर्धन (Magnification):—गोलीय दर्पणों से बने प्रतिबिम्ब, आकार में कभी वस्तु से छोटे, कभी बड़े और कभी वस्तु के बराबर होते हैं। अभिवर्धन, प्रतिबिम्ब के आकार और वस्तु के आकार के अनुपात को कहते हैं। रैखिक अभिवर्धन, प्रतिबिम्ब की रैखिक विमा (dimension) और वस्तु की उसी दिशा में रैखिक विमा के अनुपात को कहते हैं। यदि प्रतिबिंब उलटा है, तो अभिवर्धन ऋणात्मक, अन्यथा धनात्मक होगा। व्यक्त रूप में, रैखिक अभिवर्धन (Linear magnification)

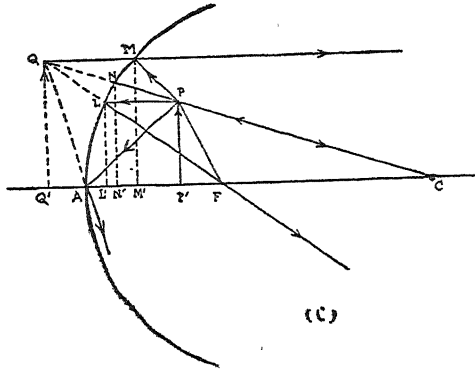
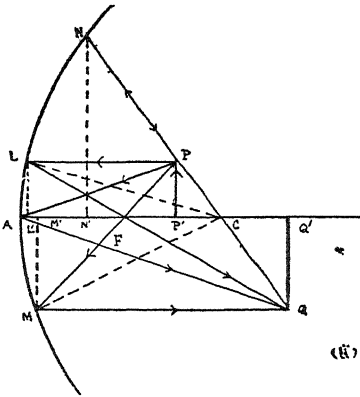
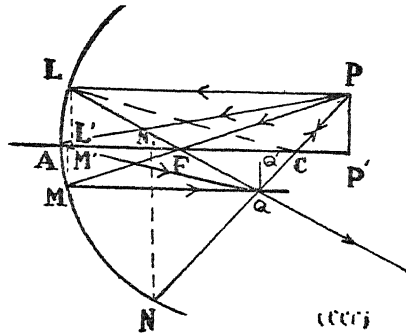
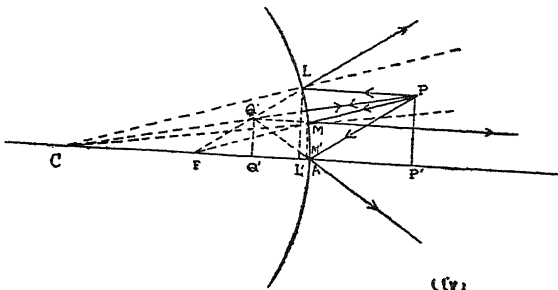
$$m = \frac{\text{प्रतिबिम्ब का रैखिक आकार}}{\text{वस्तु का तत्संगत रैखिक आकार}}$$

(चित्र 29(i), (ii), (iii) और (iv) पृष्ठ ३९५ पर देखिये)

प्रतिबिम्बों का निर्माण—मान लीजिए वस्तु, प्रधान अक्ष के लम्बवत् रखी हुई है। हम प्रचलित संकेतों के अनुसार, वस्तु की दर्पण से दूरी को u और प्रतिबिम्ब की दर्पण से दूरी को v द्वारा व्यक्त करते हैं। (दूरियों के चिह्नों के लिए, चिह्नों की प्रणाली के अंतर्गत देखिए।) यहां हम वस्तु के विन्दु P से निकलनेवाली चार किरणों के परावर्तन पर विचार करेंगे (वस्तु का एक सिरा P', प्रधान अक्ष पर स्थित है।)

(i) वह किरण जो प्रधान अक्ष के समान्तर है, दर्पण के L विन्दु पर परावर्तित होकर संगम F से गुजरेगी, अथवा (उतल दर्पण के लिए) F से आती हुई प्रतीत होगी। L का प्रधान अक्ष पर प्रक्षेप L' है।

(ii) वह किरण जो F विन्दु से जाती है, अथवा जिसको बढ़ाने से F विन्दु मिलता है, दर्पण के M विन्दु पर पड़ती है, और परावर्तन के पश्चात् प्रधान अक्ष के समान्तर हो जाती है। M का प्रधान अक्ष पर प्रक्षेप M' है।

(iii) वह किरण जो वक्रता-केन्द्र C से जाती है, अथवा जिसको बढ़ाने से वक्रता केन्द्र मिलता है, दर्पण के N विन्दु से टकराकर उसी रास्ते से लौट जाती है। उसका प्रधान अक्ष पर प्रक्षिप्त विन्दु N' है।

चित्र 29(i)

चित्र 29(ii)

चित्र 29(iii)

चित्र 29(iv)

(iv) वह किरण जो ध्रुव से गुजरती है, दर्पण से टकराने के पश्चात् परावर्तन के नियम के अनुसार मुड़ जाती है।

सब परावर्तित किरणें विन्दु Q से गुजरेंगी। P का प्रतिबिंब Q और P' का प्रतिबिंब Q' है, जो Qका प्रधान अक्ष पर प्रक्षेप है। अस्तु PP' का प्रतिबिम्ब QQ'है।

यदि दर्पण का विवर बड़ा होगा, तो किसी विन्दु का प्रतिबिम्ब एक निश्चित् विन्दु न होकर फैला हुआ होगा। इस स्थिति में L', M', N' और A अत्यन्त निकटवर्ती होंगे।

अवतल दर्पण में हम वस्तु की तीन स्थितियों पर विचार करेंगे, जिनमें क्रमशः वस्तु (i) ध्रुव और संगम के बीच (ii) संगम और वक्रता-केन्द्र के बीच एवं (iii) वक्रता केन्द्र और अनंत के बीच व्यवस्थित मानी गई है। पहली स्थिति में प्रतिबिम्ब प्रतीयमान सीधा और वस्तु से बड़ा, दूसरी स्थिति में वास्तविक, उल्टा और वस्तु से बड़ा तथा तीसरी स्थिति में वास्तविक, उल्टा और वस्तु से छोटा होगा। यदि वस्तु को केन्द्र पर रखा जाय तो प्रतिविम्ब वास्तविक, उल्टा और वस्तु के बराबर होगा। अनंत पर रखी हुई किसी वस्तु का प्रतिविम्ब संगम पर एक वास्तविक विन्दु और संगम पर रखी हुई वस्तु का अनंत पर वास्तविक, अनंत आकार का उल्टा प्रतिविम्ब बनेगा। ध्रुव पर रखी हुई वस्तु का प्रतिबिम्ब प्रतीयमान सीधा और उसी आकार का वहीं बनेगा।

उतल दर्पण में प्रतिबिम्ब प्रतीयमान, सीधा और वस्तु से छोटे आकार का होता है। यह प्रतिबिम्ब, ध्रुव और संगम के बीच बनता है।

(1) सर्वत्रसम (Congruent) त्रिभुज PFP' और FMF' से,

प्रथम चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{MM'}{PP'} = \frac{FM'}{FP'} = \frac{f}{f-u}$ लगभग

द्वितीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{MM'}{PP'} = \frac{FM'}{FP'} = \frac{f}{u-f}$

तृतीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{MM'}{PP'} = \frac{FM'}{FP'} = \frac{f}{u-f}$

चतुर्थ चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{MM'}{PP'} = \frac{FM'}{FP'} = \frac{-f}{u+(-f)} = \frac{-f}{u-f}$

$\therefore$ प्रत्येक स्थिति में, $-m = \frac{f}{u-f}$

(2) सर्वत्रसम (Congruent) त्रिभुज $LL'F$ और FQQ' से,

प्रथम चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{QQ'}{LL'} = \frac{FQ'}{FL'} = \frac{f+(-v)}{f}$

द्वितीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{QQ'}{LL'} = \frac{FQ'}{FL'} = \frac{v-f}{f}$

ततीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{QQ'}{LL'} = \frac{FQ'}{FL'} = \frac{v-f}{f}$

चतुर्थ चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{QQ'}{LL'} = \frac{FQ'}{FL'} = \frac{-f-(-v)}{-f}$

$$= \frac{v-f}{-f}$$

प्रत्येक स्थिति में, $-m = \frac{v-f}{f}$

(3) सर्वत्रसम (Congruent) त्रिभुज PCP' और QCQ' से,

प्रथम चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{CQ'}{CP'} = \frac{r+(-v)}{r-u} = \frac{r-v}{r-u}$

द्वितीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{CQ'}{CP'} = \frac{v-r}{r-u}$

तृतीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{CQ'}{CP'} = \frac{r-v}{u-r}$

चतुर्थ चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = +m = \frac{CQ'}{CP'} = \frac{-r-(-v)}{-r+u} = \frac{v-r}{u-r}$

प्रत्येक स्थिति में, $-m = \frac{r-v}{u-r}$

(4) सर्वत्रसम (Congruent) त्रिभुज PAP' और QAQ' में,

प्रथम चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{AQ'}{AP'} = \frac{-v}{u}$

द्वितीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{AQ'}{AP'} = \frac{v}{u}$

तृतीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{AQ'}{AP'} = \frac{v}{u}$

चतुर्थ चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{AQ'}{AP'} = \frac{v}{u}$

प्रत्येक स्थिति में, $-m = \frac{v}{u}$

इन सव सूत्रों का संकलित रूप यह है :

$$-m=\frac{v}{u}=\frac{f}{u-f}=\frac{v-f}{f}=\frac{r-v}{u-r} \quad (\text{यहां } r=-2f)$$

v और u में संबंध निकालने के लिए हम अभिवर्धन के किन्हीं दो सूत्रों का उपयोग करते हैं।

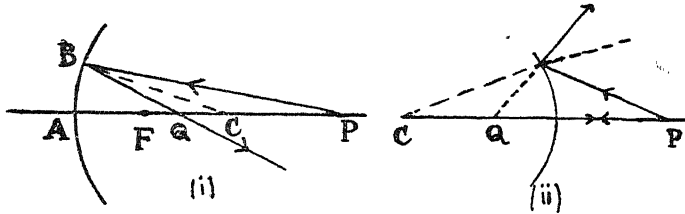
उदाहरणार्थ, हम $-m=\frac{v}{u}=\frac{f}{u-f}$ को लेते है।

यहां, $v(u-f)=uf$ या, $uv-vf=uf$

अर्थात् $f(u+v)=uv$

uvf से भाग देने पर, $\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$

इस सूत्र को निम्न विधि से व्युत्पादित किया जा सकता है।

मान लो प्रधान अक्ष पर एक विन्दु P है, जिसका प्रतिबिम्ब Q है।

चित्र 30

चित्रानुसार, अवतल दर्पण में वक्रता त्रिज्या BC, अंतरीय कोण PBQ का अर्धक है।

$$\therefore \frac{PB}{QB}=\frac{PC}{QC} \quad \text{अर्थात्} \quad \frac{PA}{QA}=\frac{PC}{QC} \text{ लगभग}$$

$$\therefore \frac{u}{v}=\frac{u-r}{r-v}=\frac{u-2f}{2f-v}$$

उतल दर्पण में, त्रिज्या BC, वाह्य कोण PBQ' का अर्धक है

$$\therefore \frac{PB}{QB}=\frac{PC}{QC} \quad \text{अर्थात्} \quad \frac{PA}{QA}=\frac{PC}{QC} \text{ लगभग}$$

$$\therefore \frac{u}{-v}=\frac{u+(-r)}{-r-(-v)}=\frac{u-r}{v-r} \quad \text{या,} \quad \frac{u}{v}=\frac{u-2f}{2f-v}$$

अब, $\because \frac{u}{v}=\frac{u-2f}{2f-v}$

$$\therefore \quad u(2f-v)=v(u-2f)$$

या, $2fu-uv=uv-2fv$

अर्थात् $f(u+v)uv$

या, $\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$

न्यूटन के सूत्र—यदि दूरियों को ध्रुव से नापने की बजाय संगम से नापा जाय, तो सूत्र बड़े सरल हो जाते हैं, और उनके प्रयोग से प्रतिबिम्ब की स्थिति, उसका स्वरूप और आकार सुगमता से ज्ञात किया जा सकता है। इन सूत्रों का विवेचन न्यूटन ने किया था।

मान लीजिये संगम से वस्तु की दूरी x और प्रतिबिम्ब की x' है। (ये बीज-गणितीय दूरियां हैं।) यहां हम पूर्वनिर्दिष्ट चार चित्रों का उपयोग करेंगे।

प्रथम चित्र में, $m=\frac{FM'}{FP'}=\frac{FQ'}{FL'}$

अर्थात् $m=\frac{f}{-x}=\frac{x'}{f}$

द्वितीय चित्र में, $-m=\frac{FM'}{FP'}=\frac{FQ'}{FL'}$

अर्थात् $-m=\frac{f}{x}=\frac{x'}{f}$

तृतीय चित्र में, $-m=\frac{FM'}{FP'}=\frac{FQ'}{FL'}$

अर्थात् $-m=\frac{f}{x}=\frac{x'}{f}$

चतुर्थ चित्र में, $m=\frac{FM'}{FP'}=\frac{FQ'}{FL'}$

अर्थात् $m=\frac{-f}{x}=\frac{x'}{-f}$

प्रत्येक स्थिति में, $-m=\frac{f}{x}=\frac{x'}{f}$ या, $xx'=f^2$

अर्थात् $x'=\frac{f^2}{x}$ और $m=\frac{-f}{x}$; हम इन अत्रों से व्र कुछ परिणाम निकालेंग

(i) अवतल दर्पण के लिए

जब, $x=-f$ तो $x'=-f$ और $m=+1$

अर्थात् यदि वस्तु, ध्रुव पर हो, तो प्रतिबिम्ब भी वहीं पर, सीधा, और वस्तु के आकार का बनता है।

जब $x=0$, तो $x'=\infty$ और $m=-\infty$; अर्थात् संगम पर रखी हुई वस्तु का उल्टा, अनंत आकार का प्रतिबिम्ब अनंत पर बनता है।

यदि x रिणात्मक है (अर्थात् वस्तु, ध्रुव और संगम के बीच स्थित है, और यदि $-x<f$, तो $\left(\because\ -x'=\frac{f^2}{-x}\right) -x'>f$, एवं $m>$; अर्थात् प्रतिबिम्ब, ध्रुव के परे दूसरी ओर बनेगा तथा वस्तु से बड़े आकार का होगा।

मान लीजिए धनात्मक $x<f$; तो $x'>f$, एवं $-m>\left(\because -m=\frac{f}{x}\right)$ अर्थात् यदि वस्तु संगम और वक्रता केन्द्र के बीच स्थित है, तो प्रतिबिम्ब, वक्रता केन्द्र के परे दूसरी ओर बनेगा और उल्टा, तथा वस्तु से बड़े आकार का होगा।

यदि $x>f$ तो $x'<f$ (धनात्मक) एवं $-m<1$; अर्थात् यदि वस्तु, वक्रता केन्द्र से परे व्यवस्थित हो, तो प्रतिबिम्ब, संगम और वक्रता केन्द्र के बीच बनेगा, और उल्टा, तथा वस्तु से छोटे आकार का होगा।

यदि $x=f$, तो $x'=f$ और $m=-1$; अर्थात्, वक्रता केन्द्र पर व्यवस्थित वस्तु का उल्टा और उसी आकार का प्रतिबिम्ब वहीं बनेगा।

यदि $x=\infty$ तो $x'=0$ और $m=0$ अर्थात् अनंत पर रखी हुई वस्तु का वास्तविक शून्याकार प्रतिबिम्ब संगम पर बनेगा।

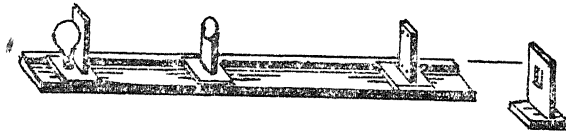
(ii) उतल दर्पण के लिए,

यहां f ऋणात्मक है।

यहां x सदैव $-f$ से बड़ा होता है।

$\therefore\ x'<-f$ (धनात्मक) और $m<1$

अर्थात्, प्रतिबिंब, ध्रुव और संगम के बीच बनता है, और सीधा तथा वस्तु के आकार से छोटा होता है।

प्रकाशिकीय मंच (Optical bench)—किसी गोली तल (दर्पण अथवा लैंस)

चित्र 31

के संगमान्तर के विशुद्ध निर्धारण के लिए, प्रकाशिकीय मंच का व्यवहार किया जाता है। यह धातु की अथवा लकड़ी की बनाई जाती है। इसमें एक चौखुन्टी

छड़ होती है, जिसके एक ओर एक पैमाना बना होता है। इसे दो उपस्तम्भों पर रखा जाता है। पैमाने के ऊपर तीन स्तंभ और होते हैं। कभी कभी और भी स्तंभों की व्यवस्था होती है। एक पर दर्पण लगाते हैं। शेष दो पर क्रमश: मोमबत्ती और मोटा कागज या दो पिनें व्यवस्थित की जाती हैं। पहली व्यवस्था अंधेरे कमरे में प्रयोग करने के लिए है, और दूसरी उजाले के लिए।

लम्बन का सिद्धांत (Principle of parallax):—जब दो पदार्थ अथवा वास्तविक या प्रतीयमान प्रतिविम्ब हमारी आंख से भिन्न भिन्न दूरियों पर होते हैं, तो आंख के सरकाने से निकटवर्ती वस्तु अथवा प्रतिबिम्ब विपरीत दिशा में चलता हुआ प्रतीत होता है, और दूर की वस्तु अथवा प्रतिबिम्ब उसी दिशा में जाता हुआ प्रतीत होता है। वस्तु अथवा प्रतिबिम्ब के आयोजन से जब यह विरोधाभास दूर हो जाता है, तो दोनों पदार्थ अथवा प्रतिबिम्ब हमारी आंख से बराबर दूरी पर आकर मिल जाते हैं।

अवतल दर्पण का संगमान्तर निकालना:—अवतल दर्पण को सूर्य की ओर अथवा वृक्ष, भवन, आदि के सामने व्यवस्थित करके उसके आगे एक सफेद कागज रख दो। संगम पर इन वस्तुओं का छोटा प्रतिबिम्ब बन जाता है। जिस विन्दु पर सूर्य की किरणें इकट्ठा होती हैं, वहां अत्यन्त ज्वाला के कारण कागज आदि जल जाते हैं।

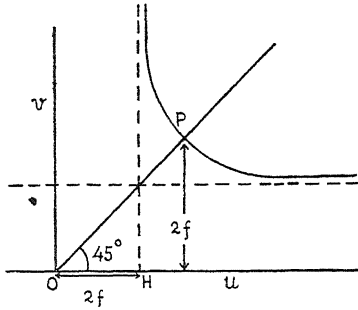
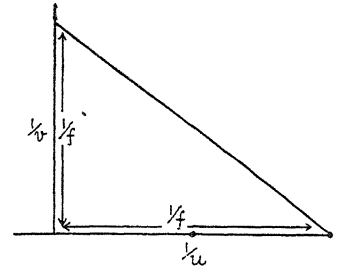
सूक्ष्मता से संगमान्तर ज्ञात करने के लिए प्रकाश मंच का उपयोग किया जाता है। निम्न विधियों का प्रयोग किया जाता है।

(1) **एक पिन की विधि**—दर्पण को मंच पर लगाकर पिन को इस प्रकार आयोजित किया जाता है कि उसका उल्टा प्रतिबिंब वहीं पर बने। इस स्थिति में पिन वक्रता केन्द्र पर होगी। इसके लिए पिन की नोक और उसके प्रतिबिम्ब में लम्बन दूर कर लिया जाता है।

(2) **u–v विधि**—इस विधि में एक पिन को दर्पण से (संगमान्तर से अधिक) कुछ दूरी पर रख कर, दूसरी पिन को इस प्रकार आगे पीछे सरकाया जाता है कि पिन का प्रतिबिम्ब दूसरी पिन से संपातित (coincide) हो। यदि मोमबत्ती और पर्दे का प्रयोग किया जाय, तो पर्दे को खिसका कर ऐसी जगह व्यवस्थित करते हैं कि उस पर मोमबत्ती का सुस्पष्ट प्रतिबिम्ब बन जाये। पहली पिन अथवा मोमबत्ती को भिन्न भिन्न स्थितियों में रख कर, प्रतिबिम्ब की स्थिति मालूम कर लेते हैं। फिर सूत्र $\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ द्वारा संगमान्तर निकाल कर उसका मध्यमान मान ले लेते हैं।

संगमान्तर लेखाचित्र द्वारा निकालना श्रेष्ठ होता है। हम निम्न लेखा चित्रों का सामान्यत: प्रयोग कर सकते हैं।

1. $v-u$ चित्र 32.

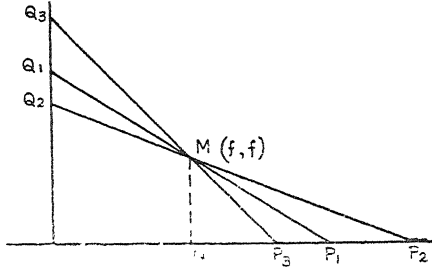
मूलविन्दु को (f,f) पर स्थानान्तरित करने से यह लेखाचित्र $P-V$ के लेखाचित्र जैसा हो जाता है; अर्थात् यह वक्र मूलविन्दु से दूर जाते जाते अक्षों के समान्तर होता जाता है। जब $u=2f$, तो $v=2f$. अस्तु जब एक ही पैमाने का प्रयोग किया जाय, तो मूल-विन्दु से एक रेखा अक्षों से 45° का कोण बनाती हुई डाली जाती है। वक्र से इसके छेदन विन्दु पर u और v का मान बराबर अर्थात् $2f$ होगा। यदि पैमाने भिन्न भिन्न लिए जाएं, तो u अक्ष पर किसी विन्दु H से v अक्ष के समान्तर रेखा डाल कर उस पर एक विन्दु K इस प्रकार निर्धारित करते हैं कि OH द्वारा व्यक्त मान $=HK$ द्वारा व्यक्त मान। OK को बढ़ाने से जो वक्र पर विन्दु मिलता है उसमें u और v दोनों के व्यक्त मान बराबर (अर्थात् $2f$) होंगे।

चित्र 32 चित्र 33

2. $\frac{1}{v}-\frac{1}{u}$ चित्र 33.

सूत्र $\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ से स्पष्ट है कि यह वक्र एक सरल रेखा है, जो अक्षों पर बराबर लंबाइयां काटती है। ये लम्बाइयां $\frac{1}{f}$ के बराबर होती हैं।

(∴ जब $\frac{1}{u}$ अथवा $\frac{1}{v}$ दोनों में से कोई एक शून्य हो, तो दूसरा $\frac{1}{f}$ के बराबर होता है, और जब $\frac{1}{u}=\frac{1}{2f}$ तो $\frac{1}{v}$ भी $\frac{1}{2f}$ के बराबर होता है) इनके विलोम (reciprocal) से संगमान्तर निकल आता है। यह क्रिया दूरुह हो जाती है।

3. **संगत विंदुओं का लेखा चित्र** (Graph of Corresponding points)—u के मान के बराबर मल-विन्दु से दूरी पर x अक्ष पर एक विन्दु लेकर उसे y अक्ष

पर उस विन्दु से मिलाने पर, जो तत्संगत v का मान प्रकट करे, एक रेखा मिलती है। इस प्रकार की प्रत्येक रेखा (f, f) विन्दु से गुजरेगी। इसे यों समझा जा सकता है कि उस रेखा का समीकरण जो अक्षों पर u और v के मान की लंबाइयां काटती है, $\frac{x}{u}+y/v=1$ है।

चित्र 34.

($\because$ जब $x=0$, तो $y=v$ और जब $y=0$, तो $x=u$)

जब $x=f$, तो $y=f$, क्योंकि $\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ अर्थात् $f/u+f/v=1$

इन रेखाओं के छेदन विन्दु से अक्षों की दूरियां नाप कर उनका मध्यमान f को प्रकट करता है।

4. $(u+v$——$-u)$

हम जानते हैं कि $-m=v/u$

$$=f/(u-f)=\frac{uv/(u+v)}{u-f}$$

$$\left(\because \frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}\right.$$

अर्थात् $f=uv/(u+v)$

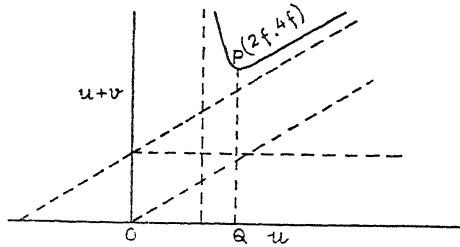
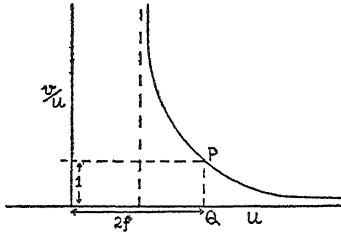
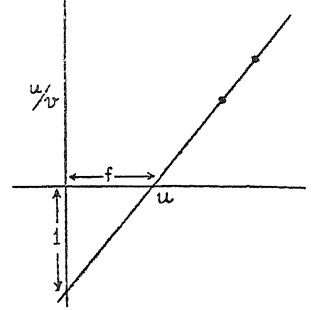
$$\therefore \frac{v}{u}=\frac{uv}{(u+v)(u-f)}$$

अथवा $(u+v)(u-f)=u^2$

चित्र 35

जब $u=f$, तो $u+v=\infty$, एवं जब $v=f$, तो $(u+f)(u-f)=u^2$, अथवा $u^2-f^2=u^2$, अर्थात् u अनंत है। u अक्ष पर ऋणात्मक दिशा में f और $u+v$ अक्ष पर धनात्मक दिशा में f लंबाई काटनेवाली रेखा $v=f$ द्वारा व्यक्त की जा सकती है (क्योंकि जब $u=-f$, तो $u+v=0$ एवं जब, $u=0$, तो $u+v=f$) यह रेखा वक्र को अनंत पर काटेगी, अर्थात् मूलविन्दु से दूर जाकर वक्र इसके समान्तर हो जाता है।

5. $\left(\frac{v}{u}-u\right)$ –चित्र 36

हम जानते हैं कि $v/u=f/(u-f)$ अर्थात् $v/u(u-f)=f$ (स्थिरांक)। अस्तु v/u और $u-f$ का लेखाचित्र $P-V$ लेखाचित्र जैसा आयताकार अतिपरवलय प्राप्त

होता है। यह तो स्पष्ट ही है कि जब $u=\infty$, तो $v/u=0$ एवं जब $u=f$, तो $v=\infty$; अर्थात् $v/u=\infty$; जब $v/u=1$ तो $v=u=2f$. अस्तु v/u अक्ष पर एक के मान को प्रकट करने वाले विन्दु से u अक्ष के समान्तर रेखा डालने से जो विन्दु, वक्र पर मिलेगा, उसकी v/u अक्ष से दूरी $2f$ होगी।

चित्र 36

चित्र 37

6. $\left(\frac{u}{v} - u\right)$ –चित्र 37

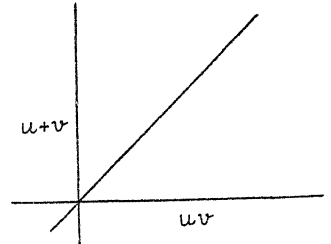
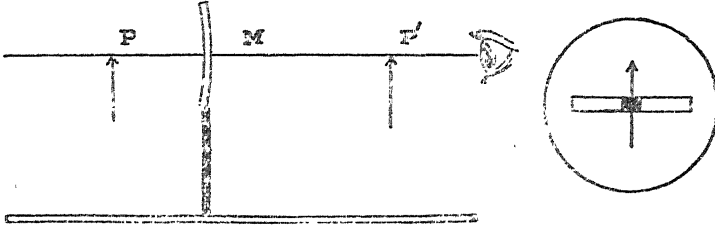
$\therefore \frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ अर्थात् $u/v+1=u/f$. इससे प्रकट है कि u/v और u का लेखा चित्र एक सरल रेखा है, तो u अक्ष को मूल विन्दु से f दूरी पर काटती है।

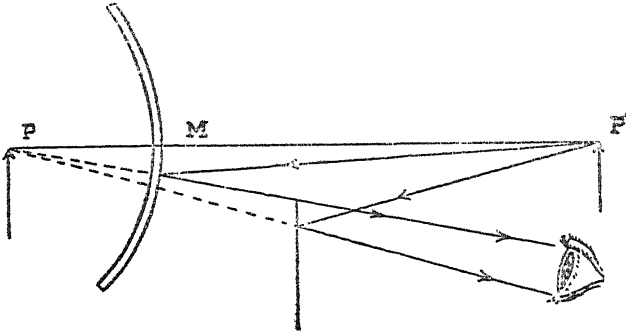
($\because$ जब $\frac{u}{v}=0$, तो $u/f=1$ अर्थात् $u=f$)

7. $u+v$——uv

यह वक्र एक मूलविन्दुगामी सरल रेखा है। इसके किसी विन्दु पर uv और $u+v$ के मान ज्ञात कर लेते हैं जिनके अनुपात से f निकाला जाता है।

चित्र 38

उत्तल दर्पण का संगमांतर निकालना—(1) एक उत्तल दर्पण के बीच का भाग थोड़ा-सा खुरच देते हैं जिससे उसके आरपार दिखाई देने लगे। इसे प्रकाश मंच पर व्यवस्थित करके इसके सामने एक पिन और एक इसके पीछे आयोजित कर दो। खुरचे गये भाग में से पीछेवाली पिन दिखाई देती है, और परावर्तक तल के सामने वाली पिन का प्रतीयमान बिम्ब भी पीछे की ओर दिखाई देता है। फिर इस पिन के प्रतिबिंब और पीछेवाली पिन में लम्बन दूर कर लेते हैं। इस प्रकार कई अवलोकन लेकर सूत्र

$1/v+1/u=1/f$ द्वारा f का कलन कर लेते हैं। इसमें v, पीछे वाली पिन की दर्पण से (ऋणात्मक) दूरी है।

चित्र 39

(2) उतल दर्पण के सामने प्रकाश मंच पर एक समतल दर्पण और एक पिन रख दो। दर्पण को खिसका कर ऐसा व्यवस्थित करते हैं कि उतल और समतल दर्पणों में बननेवाले

चित्र 40

प्रतीयमान प्रतिबिम्बों में लंबन दूर हो जाये। v का संख्यात्मक मान, समतल दर्पण से उभयनिष्ठ प्रतिविम्ब की दूरी और दोनों दर्पणों के बीच की दूरी के अन्तर से प्राप्त होगा। समतल दर्पण की इस प्रतिबिम्ब से दूरी, पिन की समतल दर्पण से दूरी के बरावर है। इसलिए यह मान, पिन की समतल दर्पण से दूरी और दोनों दर्पणों के बीच की दूरी के अन्तर द्वारा व्यक्त होगी।

इन दोनों विधियों में u और v के अवलोकनों द्वारा लाभप्रद लेखाचित्र खींचे जा सकते हैं। यहां हम उनका निर्देश करेंगे।

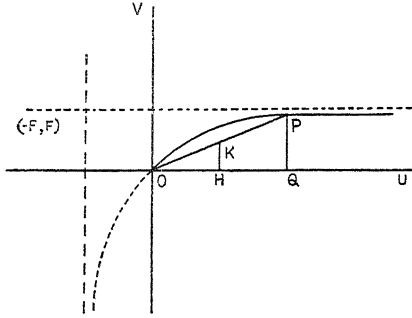
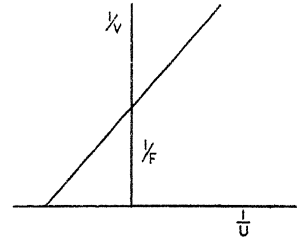
यदि UV और F द्वारा u, v, f के संख्यात्मक मानों को प्रकट किया जाय, तो $u=U$, $v=-V$ और $f=-F$. अस्तु सूत्र $1/v+1/u=\frac{1}{f}$ में यह मान रखने पर,

समीकरण $\frac{1}{-V}+\frac{1}{U}=\frac{1}{-F}$ मिलता है, अर्थात् $\frac{1}{V}-\frac{1}{U}=\frac{1}{F}$

1. $V-U$ (चित्र 41)

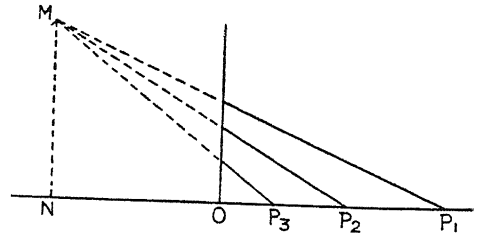
$$-m=\frac{f}{u-f}=\frac{v-f}{f}$$

$\therefore$ $(u-f)(v-f)=f^2$ अथवा, $(U+F)(-V+F)=F^2$

या, $(U+F)(V-F)=-F^2$ मल विन्दु को $(-F,F)$ विन्दु पर स्थानान्तरित करने से प्रकट होता है कि वक्र आयताकार अतिपरवलय है। U अक्ष पर किसी विन्दु H से V अक्ष के समान्तर रेखा डाल कर उस पर कोई विन्दु K इस प्रकार निर्धारित करो कि OH द्वारा व्यक्त मान $=2\times HK$ द्वारा व्यक्त मान। OK को बढ़ाने से वक्र पर विन्दु P मिलता है, जिसका U अक्ष पर प्रक्षेप Q है। यह स्पष्ट है कि P विन्दु पर $U=2V=F$.

चित्र 41 चित्र 42

2. $\frac{1}{V}-\frac{1}{U}$ (चित्र 42)

सूत्र $\frac{1}{V}-\frac{1}{U}=\frac{1}{F}$ से स्पष्ट है कि यह वक्र एक सरल रेखा है जो $\frac{1}{U}$ अक्ष पर ऋणात्मक और $\frac{1}{V}$ अक्ष पर धनात्मक, बराबर लंबाइयां काटती है, जिनका मान $\frac{1}{F}$ है।

3. **संगत-विंदु लेखाचित्र** (Graph of corresponding points):—अक्षों पर क्रमश: U और V लम्बाइयां काटने वाली सरल रेखा का समीकरण $x/U+y/V=1$ है। यह $(-F,F)$ विन्दु से अवश्य गुजरेगी।

चित्र 43

$$\left(\therefore \ \frac{1}{V} - \frac{1}{U} = \frac{1}{F}, \text{ अर्थात् } \frac{-F}{U} + \frac{F}{V} = 1 \right)$$

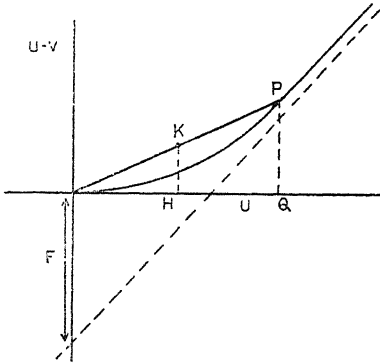
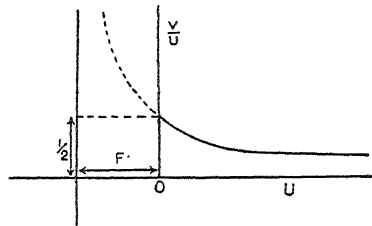
U के भिन्न भिन्न मानों के अनुसार इस प्रकार की विभिन्न रेखाएं पीछे की ओर बढ़ाने से इसी विन्दु पर मिलती हैं।

4. $(U-V)$——U (चित्र 44)

$$-m = v/u = \frac{f}{u-f} = \frac{uv/(u+v)}{u-f}$$

$$\therefore \ (u+v)(u-f) = u^2$$

अर्थात् $(U-V)(U+F) = U^2$

जब $V=F$, तो $(U-F)\ (U+F) = U^2$, अर्थात् $U^2-F^2 = U^2$; अस्तु U अनंत होगा। $U-V$ अक्ष पर ऋणात्मक दिशा में और U अक्ष पर धनात्मक दिशा में F लम्बाई काटनेवाली रेखा $V = +F$ द्वारा व्यक्त की जा सकती है। (क्योंकि जब $U=F$ तो $U-V=0$, एवं जब $U=0$ तो $U-V=F$) यह रेखा वक्र को अनंत पर काटेगी।

चित्र 44

चित्र 45

5. $\left(\frac{V}{U}\text{——}U\right)$ –चित्र 45

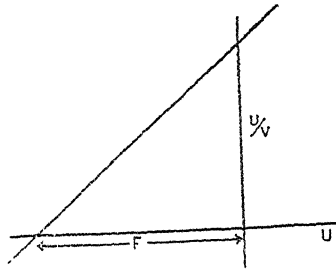
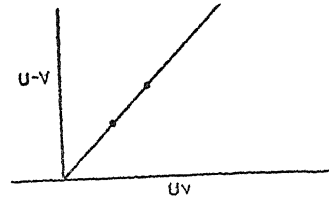
$$\therefore \ v/u = f/(u-f) \text{ अर्थात् } \frac{-V}{U} = \frac{-F}{U+F}$$

या, $V/U\ (U+F) = F$ (स्थिरांक)। अस्तु मूल विन्दु को $(-F, 0)$ विन्दु पर स्थानान्तरित करने से $P-V$ जैसा लेखाचित्र मिलता है, जो आयताकर अतिपर वलय (Rectangular Hyperbola) प्रकट करता है। जब $V/U = \frac{1}{2}$, तो $U=F$

6. $\left(\frac{U}{V}——U\right)$ (चित्र 46)

यह वक्र एक सरल रेखा है

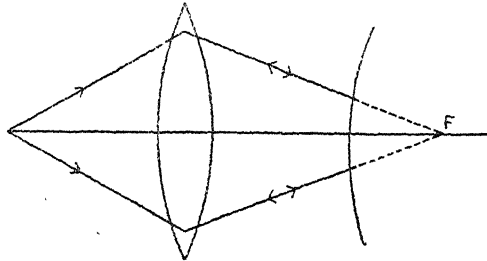
$\therefore \frac{1}{V}-\frac{1}{U}=\frac{1}{F}$

$\therefore \frac{U}{V}-1=\frac{U}{F}$; अस्तु जब, $\frac{U}{V}=0$ तो, $U=-F$

चित्र 46

चित्र 47

7. $(U-V)$——UV (चित्र 47)

यह वक्र एक मूल-विन्दुगामी सरल रेखा है। जब $U-V=1$, तो $UV=F$

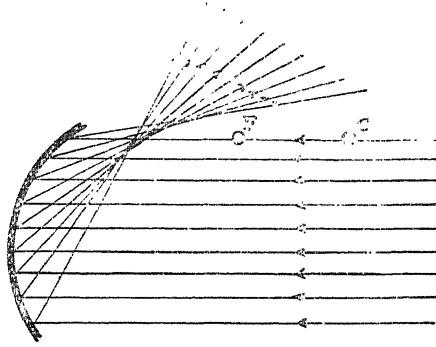
(३) **गोलायमान द्वारा**—गोलायमान के द्वारा दर्पण का वक्रता-अर्धव्यास निकाल कर उसका आधा कर देने से दर्पण का संगमान्तर ज्ञात हो जाता है।

(4) **उतल लैंन्स द्वारा**—पहले एक उतल लैंन्स के एक ओर एक पिन रखकर दूसरी ओर एक अन्य पिन पर उसका वास्तविक प्रतिविम्ब प्राप्त कर लो। फिर एक उतल

चित्र 48

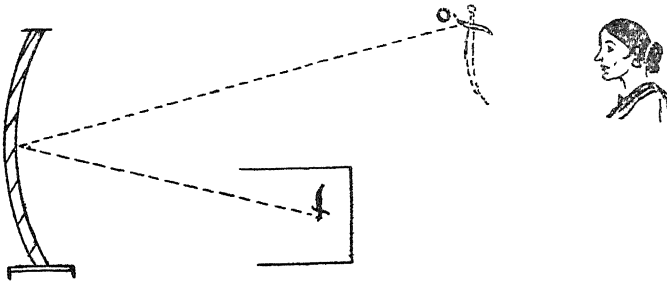
दर्पण इस प्रकार व्यवस्थित करो कि उसका परावर्तक तल लैन्स की ओर रहे। उतल दर्पण को आगे पीछे इस प्रकार खिसकाओ कि पहली पिन का प्रतिविम्ब, प्रत्यावर्तित किरण की सहायता से वहीं पर बने। यह तभी संभव है, जब किरणें जिस मार्ग से होकर दर्पण

पर टकराती हैं, उसी मार्ग से लौट आयें। इस स्थिति में किरणें दर्पण पर अभिलंब की दिशा में टकराती हैं। लंबन दूर करने पर दूसरी पिन और उतल दर्पण के बीच की दूरी दर्पण की वक्रता-त्रिज्या को प्रकट करती है। इसका आधा दर्पण का संगमान्तर होगा।

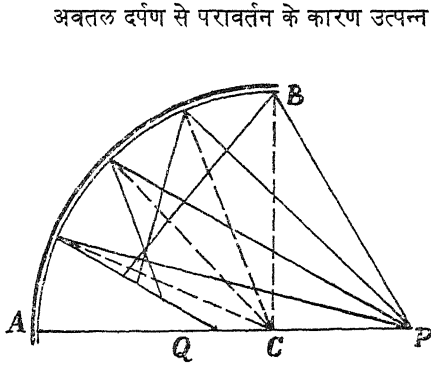
बड़े विवर के दर्पणों से परावर्तन—ऐसे दर्पण पर कोई प्रधान अक्ष के समान्तर किरणावलि टकराकर किसी विन्दु पर संसृत नहीं होती। इस दोष को गोलापेरण (spherical aberration) कहते हैं।

किरणावलि की केवल केन्द्रीय किरणें, संगम से, परावर्तन के पश्चात् गुजरती हैं, पर प्रधान अक्ष से दूर टकरानेवाली किरणें, परावर्तन के पश्चात् अक्ष को संगम से कम दूरी पर काटती हैं। गोलापेरण के कारण सीधे भाग टेढ़े मालूम होने लगते हैं।

चित्र 49

इस दोष से बचने के लिए परवलीय (Parabolic) दर्पणों का प्रयोग किया जाता है। इनमें प्रधान अक्ष के समान्तर सब किरणें संगम पर केन्द्रित हो जाती हैं।

जादू की कटार (Magic Dagger)—एक वक्स में एक उल्टी कटार रखी है,

चित्र 50

जिस पर एक विद्युत् लैम्प का तीव्र प्रकाश पड़ता है। दीप्त कटार का प्रकाश, बक्स के खुले किनारे के सामने एक अवतल दर्पण पर पड़ता है, जिससे दर्पण में कटार का एक उल्टा प्रतिबिंब हवा में बनता हुआ दिखाई देता है। जब दर्शक, दर्पण और प्रतिबिंब की सीध में होता है, तब वह अपने सामने एक चमकती हुई तलवार देखता है, परन्तु जब वह उसे पकड़ने का प्रयत्न करता है, तो उसके हाथ में कुछ नहीं आता। यदि दर्शक एक ओर

को हट कर देखे तो भी चूंकि परावर्तित किरणें उसकी आंख में नहीं पहुंचती, इसलिए प्रतिबिंब दिखाई नहीं देता। दर्शक असली कटार और लैंप को नहीं देख सकता, इसलिए उस दृश्य से वह आश्चर्य में पड़ जाता है। यदि अन्धेरे कमरे में यह दृश्य दिखलाया जाय, तो बहुत भ्रम होता है।

अवतल दर्पण से परावर्तन के कारण उत्पन्न तीक्ष्ण वक्र—चित्र में विन्दु स्रोत P से अपसृत (diverge) होनेवाली किरणें किसी बड़े विवर (aperture) वाले अवतल दर्पण पर प्रत्येक दिशा में टकरा रही हैं। परावर्तित किरणें अक्ष पर पहुंचने से पहले एक दूसरे को काटती हैं। ये छेदन-विन्दु एक वक्र पर पड़ते हैं, जिसे तीक्ष्ण वक्र कहते हैं, जो दोनों ओर से Q विन्दु पर AP को स्पर्श करता है। क्षैतिज दिशा में पड़नेवाला सूर्य का प्रकाश, किसी चमकीले वृत्तीय कमीने पर अथवा दूध से भरे चाय के प्याले पर पड़ कर तीक्ष्ण वक्र बनाता है।

चित्र 51

अवतल दर्पण के कुछ उपयोग :—

(1) **सर्चलाइट आदि में**—एक तीव्र प्रकाश-स्रोत, एक बड़े अवतल दर्पण के संगम पर रखा जाता है, जिससे एक प्रधान अक्ष के समान्तर प्रकाश दंड निकल कर दूर दूर तक प्रकाश फैलाता है।

(2) **हजामत के शीशे के रूप में**—वस्तु को संगम और ध्रुव के बीच रखने से एक प्रतीयमान सीधा और बड़ा प्रतिबिम्ब मिलता है। हजामत के शीशे के बड़े अवतल दर्पण होते हैं, जिनके निकट मनुष्य बैठता है।

(3) **औप्थल्मोस्कोप** (Opthalmoscope)—यह एक अवतल दर्पण होता है, जिसके केन्द्र में एक छोटा छिद्र रहता है, जिसके द्वारा निरीक्षक पीछे से देखता है। देखते समय एक लैंप से परावर्तित प्रकाश-दंड रोगी की आंख की पुतली में भेजा जाता है, जिससे आंख का पर्दा बारीकी से देखा जा सकता है।

(4) **लैरिंगोस्कोप** (Laryngoscope)—इसमें दो दर्पण रहते हैं, जिसमें एक अवतल होता है। यह निरीक्षक के माथे से बंधे रहते हैं। इनके द्वारा लैंप से प्रकाश एक समतल दर्पण पर डाला जाता है। समतल दर्पण के तल से 45° पर लगा हुआ एक हत्था होता है। इसको रोगी के मुख के पृष्ठ भाग में संधारित किया जाता है।

अवतल दर्पण से परावर्तित प्रकाश समतल दर्पण द्वारा गले के नीचे उतारा जाता है, जिससे वह दीप्त होकर निरीक्षित किया जा सकता है।

(5) **परावर्तक दूरबीन के रूप में**—इसमें एक लम्बी नली होती है, जिसके एक सिरे पर एक अवतल दर्पण रहता है, जिससे किसी दूरवर्ती वस्तु का एक वास्तविक, छोटा प्रतिबिंब बनता है। इसे आवर्धक कांच (magnifying glass) से बड़ा करके देखा जाता है।

उतल दर्पण प्रकाश-यंत्रों में कम उपयुक्त होते हैं। इस दर्पण द्वारा एक साथ सारे निकटवर्ती प्रदेश की झलक मिल जाती है। इसलिए इसको मोटरों में लगाया जाता है, जिससे चालक को पीछे की झलक मिलती रहे।

दर्पणों की पहचान—समतल दर्पण में सदैव प्रतीयमान सीधा और वस्तु के बराबर आकार का प्रतिबिम्ब मिलता है। अवतल दर्पण को वस्तु के अत्यन्त निकट रखने पर एक प्रतीयमान, सीधा और विशाल आकार का प्रतिबिंब मिलता है। उतल दर्पण में प्रतीयमान, सीधा और छोटे आकार का प्रतिबिम्ब मिलता है। इस प्रकार किसी वस्तु को दर्पण के निकट रखने पर उसके प्रतिबिम्ब के आकार से हम उसके स्वरूप का निर्धारण कर सकते हैं।

हल किए हुए प्रश्न

1. 20 सें० मी० संगमान्तर के अवतल दर्पण से वस्तु कितनी दूर रखी जाय कि चौगुना प्रतिबिम्ब बने ?

यहां प्रतिबिम्ब, प्रतीयमान और वास्तविक दोनों प्रकार का हो सकता है।

यदि प्रतिबिंब प्रतीयमान है, तो $m=4$

$$\because \quad -m=\frac{f}{u-f}=\frac{20}{u-20}$$

प्रतीयमान प्रतिबिम्ब के लिए, $-4=\frac{20}{u-20}$ या, $u=15$ सें० मी०

वास्तविक प्रतिबिम्ब के लिए, $4=\frac{20}{u-20}$ या, $u=25$ सें० मी०

2. 10 सें० मी० अर्धव्यास के एक उतल और अवतल दर्पण एक दूसरे के आमने-सामने 15 सें० मी० की दूरी पर रखे हैं। इन दोनों दर्पणों के बीचोबीच एक पदार्थ रखा हुआ है। यदि परावर्तन पहले अवतल दर्पण में और बाद में उतल दर्पण में हो तो आखिरी प्रतिबिंब की क्या स्थिति है ? **(पटना,** '28, '30)

$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ यहां $u=\frac{15}{2}$ सें० मी०, $f=5$ सें० मी०

$\therefore \frac{1}{v}+\frac{2}{15}=\frac{1}{5}$ या, $\frac{1}{v}=\frac{1}{5}-\frac{2}{15}=\frac{1}{15}$

$\therefore v=15$ सें० मी०

अर्थात् प्रतिबिम्ब, दर्पण के ध्रुव पर बनता है। इसलिए अंतिम प्रतिबिम्ब भी उतल दर्पण के ध्रुव पर बनेगा। वह प्रतीयमान, उल्टा और उसी आकार का होगा, जिस विस्तार का प्रतिबिंब अवतल दर्पण में बनता है।

3. एक वस्तु, 10 सें० मी० संगमान्तर के अवतल दर्पण से 28 सें० मी० की दूरी पर व्यवस्थित है। प्रतिबिंब की स्थिति और स्वरूप को बतलाओ। यदि वस्तु 4·2 मि० मी० चौड़ी और 14 मि० मी० लंबी हो, तो उसका क्या आकार होगा ? (लंदन, '91)

यहां $u=28$ सें० मी०, $f=10$ सें० मी०

$\frac{1}{v}+\frac{1}{28}=\frac{1}{10}$ $\therefore \frac{1}{v}=\frac{1}{10}-\frac{1}{28}=\frac{14-5}{140}=\frac{9}{140}$

$\therefore v=\frac{140}{9}=15{\cdot}5$ सें० मी०

$\therefore$ अभिवर्धन (Magnification) $=\frac{-140/9}{28}=\frac{-5}{9}$

प्रतिविंब की लंबाई $=14\times\frac{5}{9}=\frac{70}{9}$ मि० मी०

प्रतिविम्ब की चौड़ाई $=4{\cdot}2\times\frac{5}{9}=\frac{7}{3}$,, ,,

$\therefore$ प्रतिबिंब का क्षेत्रफल $=\frac{7}{3}\times\frac{70}{9}$ वर्ग मि० मी०

$=\frac{490}{27}$ वर्ग मि० मी० $=18.14$ वर्ग मि० मी० (लगभग)

प्रतिबिंब, वास्तविक और उल्टा होगा।

4. एक अवतल दर्पण के (जिसका अर्धव्यास 15 मीटर है) ध्रुव पर, सूर्य आधी डिग्री का कोण बनाता है। दर्पण द्वारा बने हुए सूर्य के प्रतिबिंब का विस्तार मालूम करो। (पटना, '43)

$$f=\frac{15\times 100}{2} \text{ सें० मी०} = 750 \text{ सें० मी०}$$

$\frac{\text{सूर्य का व्यास}}{\text{सूर्य की दर्पण से दूरी, } u}$ = दिया हुआ कोण, (रेडियनों में) क्योंकि सूर्य की दूरी बहुत अधिक है $=\frac{\pi}{180}\times\frac{1}{2}^{\circ}=\frac{\pi}{360}$

($\because$ $180^{\circ}=\pi$ रेडियन; $\because$ $\frac{1}{2}^{\circ}=\frac{\pi}{360}$ रेडियन)

अब, $\because$ $\frac{\text{प्रतिविंव का व्यास}}{\text{सूर्य का व्यास}} = \frac{v}{u} = \frac{750}{u}$ लगभग (प्रतिबिंब, संगम पर बना हुआ माना जा सकता है)

$$\therefore \frac{\text{सूर्य का व्यास}}{u} = \frac{\pi}{360} = \frac{\text{प्रतिबिंब का व्यास}}{750}$$

$$\therefore \text{प्रतिबिंब का व्यास} = \frac{\pi}{360} \times 750 = \frac{25}{12} \times 3{\cdot}14 = 6.54 \text{ सें॰मी॰(लगभग)}$$

प्रश्नावली

1. उतल दर्पण का संगमान्तर निकालने की कौन-सी रीतियां हैं ? चित्र खींचकर उनके सिद्धान्त को समझाओ। (यू० पी० बोर्ड, '34, '51)

2. यदि तुमको समतल, अवतल और उतल, तीनों प्रकार के दर्पण दिए जाएं, तो उनमें अपना मुंह देख कर तुम उनकी पहचान कैसे करोगे ?
(यू० पी० बोर्ड, '18, पटना, '24, ढाका, '27, कलकत्ता, '41)

3. संक्षेप में बताओ कि उतल लैंस द्वारा उतल दर्पण का संगमान्तर कैसे निकाला जा सकता है। एक उतल दर्पण को एक पतले उतल लैंस के पीछे 20 सें० मी० हट कर रखा गया है। उतल ताल का संगमान्तर 15 सें० मी० है। जब लैंस के आगे एक छोटी सी वस्तु लैंस से 20 सें० मी० की दूरी पर रखी जाती है, तो वस्तु का प्रतिबिंब ठीक वस्तु के ऊपर बनता है। उतल दर्पण का संगमान्तर निकालो।
(यू० पी० बोर्ड, '52) (उत्तर, 20 सें० मी०)

4. अवतल और उतल दर्पणों के लिए सूत्र $1/v + 1/u = 1/f$ का व्युत्पादन करो, और अपनी चिह्न प्रणाली समझाओ।

5. एक अवतल दर्पण के लिए वस्तु और प्रतिबिंब की दूरियों के निम्न नाप प्राप्त होते हैं।

u...	250,	200,	150,	120,	100,	80,	70 सें०मी०
v...	60.9,	65.2,	73.2,	84,	96.5,	127.5,	166.5 „ „

इन मापों को लेखाचित्र पर प्रदर्शित करो और समझाओ कि लेखाचित्र से किस प्रकार तुम दर्पण का संगमान्तर निकालोगे। लेखाचित्र से, अथवा अन्य किसी विधि से, वस्तु की वह दूरी ज्ञात करो जिसके लिए वास्तविक प्रतिबिंब 1·5 गुना अभिवर्धित हो (पटना, 1938)।

6. अपने पीछे की सड़क देखने के लिए मोटर गाड़ी के ड्राइवर को उतल दर्पण मिला हुआ है। समझाओ कि वह कैसे देख पाता है। क्या यह काम समतल दर्पण से ठीक ठीक लिया जा सकता है ? (पटना, '33)

7. जैसे जैसे वस्तु अनंत दूरी से दर्पण की ओर लाई जाती है, वैसे वैसे अवतल दर्पण में बने हुए प्रतिबिंब की शक्ल और स्थिति का वर्णन करो।
(यू० पी० बोर्ड, '32, कलकत्ता, '33, पटना, '37)

8. चित्रों द्वारा समझाओ कि किस प्रकार एक अवतल दर्पण, वस्तु की दो भिन्न दूरियों पर, एक ही रैखिक विस्तार के प्रतिबिंब बना सकता है। (**पटना**, '29)
12 सें० मी० संगमान्तर के अवतल दर्पण के लिए वस्तु को कहां रखा जाय कि उसका तिगुना प्रतिबिंब बन सके ?
(**उत्तर**, दर्पण से 8 सें० मी० या, 16 सें० मी० दूर)

9. समझाओ कि क्यों सस्ते दर्पणों में पदार्थों के परावर्तन से व्याकृष्ट (distorted) प्रतिबिंब दिखाई देते हैं (**पटना**, '32, **ढाका**, '27, **कलकत्ता**, '28)

10. गोलाकार दर्पण के संगम से पदार्थ और प्रतिबिंब की दूरियां x और x' हैं। सिद्ध करो कि $xx'=f^2$, जबकि f दर्पण का संगमान्तर है।
उतल दर्पण में बने हुए प्रतिबिंब का विस्तार, पदार्थ का $1/n$ वां भाग है। सिद्ध करो कि पदार्थ, दर्पण से $(n-1)$ दूरी पर है। (**पटना**, '39)

11. तुम्हें किसी पदार्थ का विस्तृत वास्तविक प्रतिबिंब चाहिए। अगर किरणों को वर्तित न होने दिया जाय, तो तुम इसे कैसे प्राप्त करोगे ? (**पटना**, '22)
10 सें० मी० के अवतल दर्पण की अक्ष के लंब रूप और दर्पण से 4 सें० मी० की दूरी पर 3 सें० मी० ऊंचा एक पदार्थ रखा हुआ है। यदि एक अवलोकक की आंख दर्पण से 25 सें० मी० की दूरी पर हो, तो कम से कम कितने व्यास का दर्पण आवश्यक है, ताकि एकदम पूरा प्रतिबिंब दिखाई दे ?
(**उत्तर**, $-6\frac{2}{3}$ सें० मी०; $3\frac{8}{19}$ सें० मी०)

12. एक उतल दर्पण तथा बुनने की तीली के बीच में एक समतल दर्पण की पट्टी रखी गई है। दर्पणों के बीच की दूरी 10 सें० मी० है। जब तीली दर्पण की पट्टी से 17.5 सें० मी० पर है, तो दोनों प्रतीयमान प्रतिबिंब संपादित होते हैं। उतल दर्पण का संगमान्तर निकालो।

यदि तीली उतल दर्पण के निकट कर दी जाय, ती बताओ कि दोनों प्रतीयमान प्रतिबिंबों को संपातित कराने के लिए समतल दर्पण की पट्टी कहां रखना चाहिए ?
(**उत्तर**, 10·3 सें० मी० दर्पणों के बीच की दूरी, 8·85 सें० मी०)

13. यह कैसे दिखाओगे कि उतल दर्पण में प्रतिबिंब, सदैव वस्तु से छोटे आकार का होता है। (**लन्दन**, '80)
उतल दर्पण के उपयोग लिखो। (**उत्कल**, '47)

14. गोलापेरण (spherical aberration) से क्या अभिप्राय है ? प्रयोग द्वारा किसी गोल दर्पण का तीक्ष्ण वक्र (caustic curve) कैसे खींचोगे ?

15. प्रधान अक्ष के समान्तर एक किरण अवतल दर्पण से θ कोण पर टकराती है। सिद्ध करो कि परावर्तित किरण, अक्ष को केन्द्र से $\frac{R}{2\cos\theta}$ दूरी पर टकराती है, जहां R वक्रता त्रिज्या है।

अनुबद्ध संगमों से क्या तात्पर्य है। यदि अनुबद्ध संगमों की अवतल दर्पण से दूरी क्रमशः 5″ और 10″ हों, तो संगमान्तर की गणना करो। (**कलकत्ता**, '48)
(**उत्तर**, $3\frac{1}{3}''$)

अध्याय 4

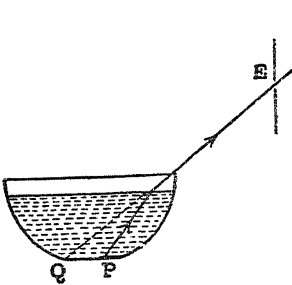
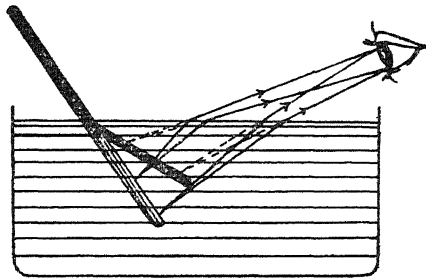
समतलों पर आवर्तन

(Refraction at Plane Surface)

जब प्रकाश तिरछी दिशा में, विभिन्न घनत्व के दो पारदर्शक पदार्थों के विभाजक तल पर पड़ता है, तो वह झुक जाता है, अर्थात् दूसरे माध्यम में उसका सरल रेखात्मक मार्ग, प्रथम माध्यम के मार्ग से कोण वनाता है। जव कोई किरण विरल माध्यम से सघन माध्यम में प्रवेश करती है, तो वह अभिलंब की ओर मुड़ जाती है; सघन माध्यम से विरल माध्यम में जाने पर किरण अभिलंब से दूर हट जाती है। इस क्रिया को आवर्तन कहते हैं।

आवर्तन संबंधी कुछ प्रयोग :—

(*i*) एक आयताकार शीशे के जार को थोड़े रंगीन जल से भर देते हैं। जार के मुख को एक गत्ते (Card-board) से ढक देते हैं, जिसके सिरों के निकट दो पतले छिद्र रहते हैं। जार की पेंदी में एक छोटा समतल दर्पण रखा रहता है। एक छिद्र पर प्रकाश-दंड फेंकने से वह जल के तल पर तिरछा टकराता है और अभिलंब की ओर मुड़कर दर्पण पर पड़ता है। समतल दर्पण से परावर्तित होकर वह जल में से निकल जाता है, और जल के ऊपरी तल पर मुड़ कर दूसरे छिद्र में से वाहर चला जाता है।

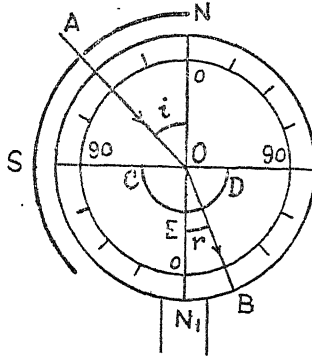
(*ii*) किसी बर्तन की पेंदी में एक मुद्रा का टुकड़ा डाल दो और अपनी आंख ऐसी स्थिति में रखो कि मुद्रा, बर्तन की कोर से ढक भर जाय और दिखाई न दे। अब बर्तन में कुछ जल उड़ेलने से, मुद्रा फिर दिखाई देने लगती है। इस स्थिति में प्रकाश की किरणें जल के तल पर आंख की ओर मुड़ जाती है।

चित्र 52

चित्र 53

(*iii*) किसी छड़ को तिरछा करके पानी में प्रवेश कराओ। छड़ जल के तल पर प्रवेश के स्थल पर झुकी हुई मालूम होती है। जल के अन्दर छड़ के डूवे भाग से प्रकाश की

किरणें जल के तल पर पहुंचकर तल की ओर मुड़ जाती हैं, जिससे जलमग्न भाग थोड़ा उठा हुआ प्रतीत होता है।

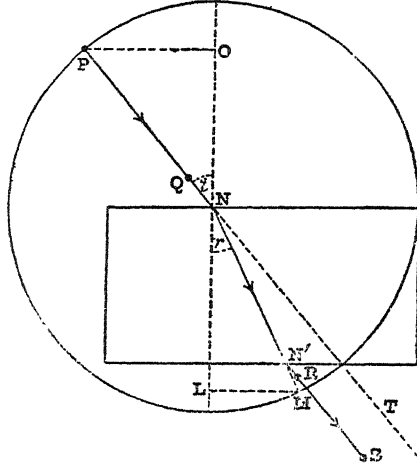
स्नेल के आवर्तन के नियम (Snell's Laws of Refraction)—(1) आपतन कोण की ज्या और आवर्तन कोण की ज्या में दो माध्यमों के लिए एक निश्चित् अनुपात होता है। (जिसे आवर्तनांक कहते हैं) इस स्थिरांक को μ द्वारा प्रकट करते हैं। यदि i एवं r क्रमश: आपतन और विचलन कोण को प्रकट करें, तो प्रचलित संकेतों के अनुसार, $\mu_{12}=\sin i/\sin r$

(2) आपतित किरण, अभिलंब और आवर्तित किरण एक ही तल पर पड़ते हैं।

आवर्तन के नियमों का सत्यापन—(i) हार्टिल का प्रकाशिकीय मंडलक (Hartle's Optical Disc)—इसका वर्णन पहले किया जा चुका है। मंडलक के केन्द्र पर एक अर्धगोलीय प्याला व्यवस्थित रहता है जिसमें जल भरा रहता है। एक पतली किरणावलि को दरार (slit) में से मंडलक के केन्द्र की ओर भेजा जाता है। आवर्तन के पश्चात् किरणें जल में से निकलकर प्याले के तल पर टकराती हैं। यह किरण समूह प्याले की त्रिज्या की दिशा में चलता है। इसलिए वह अभिलंबवत् प्याले के तल पर पड़ता है और अविचलित होकर चला जाता है। मंडलक पर अंकित वृत्तीय पैमाने के चिह्नों द्वारा आपतन और आवर्तन कोण ज्ञात किये जा सकते हैं। प्रत्येक स्थिति में $\sin i/\sin r$ का मान स्थिर आता है। आपतित किरण, आवर्तित किरण और आपतन-विन्दु पर अभिलंब एक ही तल पर पड़ते हैं। इससे प्रथम नियम भी सत्यापित होता है।

चित्र 54

कांच की एक अर्ध बेलनाकार नांद के वक्र तल को अपारदर्शी बनाया जाता है। इस पतल पर एक वृत्तीय पैमाना अंकित रहता है। इसका शून्य बीच में और दोनों सिरों पर 90 के अंक रहते हैं। समतलीय पृष्ठतल में एक पतला उदग्र विवर बना होता है, जिसे कांच की एक पतली प्लेट से ढका रखते हैं। किसी लैम्प को इस प्रकार आयोजित करते हैं कि एक पतली किरणावलि विवर पर तिरछी दिशा में पड़े और सीधी निकल कर बेलन के वक्र तल पर पड़े। स्केल के जिस अंक पर विवर की उदग्र प्रकाश-रेखा पड़ती है, उसके अवलोकन से आपतन कोण मालूम होता है। अब यदि नांद में आधे के लगभग ऊंचाई तक जल भर दें, तो हमको जल के भीतर जाने वाले प्रकाश के द्वारा वक्र-तल पर एक उदग्र प्रकाश-रेखा मिलेगी, और जल के ऊपर से जानेवाले प्रकाश से एक उदग्र चमकीली

रेखा पूर्व स्थिति पर ही मिलेगी। जल के डालने से उदग्र प्रकाश-रेखा का नीचे वाला भाग विस्थापित हो जाता है और ऊपर का भाग पुरानी स्थिति में ही रहता है। विस्थापित प्रकाश-रेखा खंड की स्थिति से आवर्तन कोण मालूम हो जाता है। फिर पूर्ववत् $\sin i/\sin r$ का मान, भिन्न-भिन्न आपतन कोणों पर निकाल कर देखते हैं कि यह मान स्थिरांक है।

(*ii*) किसी आलेख्य पट पर सफेद कागज को विछा कर उस पर एक आयताकार कांच का टुकड़ा (slab) रख दो और पेन्सिल से कांच के टुकड़े की रूपरेखा (out-line) खींच लो। फिर दो पिन एक ओर इस प्रकार गाड़ दो कि उनको मिलाने वाली रेखा एक फलक पर अभिलंब से कुछ कोण बनाए। सामने वाले फलक के आगे दो पिन इस प्रकार गाड़ दो कि चारों पिन एक सीध में दिखाई दें। पहली दो पिनों को एक सीधी रेखा में मिलाने से, उसका फलक से कटान-विन्दु, आपतन विन्दु है। इसी प्रकार दूसरी ओर की पिनों को सीधी रेखा में मिलाने से निर्गमन-विन्दु प्राप्त होता है। आपतन-विन्दु और निर्गमन विन्दुओं को मिलाने वाली रेखा, कांच के अन्दर किरण के मार्ग को प्रदर्शित करती है।

चित्र 55

आपतन फलक और कागज की उभयनिष्ठ रेखा पर किसी विन्दु से कागज पर अभिलंब से भिन्न भिन्न कोण बनाती हुई कई रेखाएं खींचो और किसी एक रेखा पर दो पिनें गाड़ कर दूसरी ओर भी क्रमवत् दो पिनें गाड़ दो, जिससे उस ओर से चारों पिनें एक सीध में दिखाई दें। अव उस ओर की पिनों को मिलाने वाली सरल रेखा खींच लो। फिर पहली पिनों को किसी दूसरी रेखा पर लगा दो और दूसरी ओर की पिनों को पुनः इस प्रकार आयोजित करो कि सव पिनें फिर एक सीध में दिखाई दें। इन पिनों को एक सीधी रेखा से मिला दो। इस प्रकार यह निरीक्षण भिन्न भिन्न आपतित कोणों पर लो। प्रत्येक स्थिति में कांच के भीतर से जाने वाली किरणों के मार्गों को रेखाओं द्वारा प्रकट करो। अव आपतन-विन्दु को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या का कोई वृत्त खींच लो। आपतित किरणों और माध्यम (कांच) के भीतर जाने वाली किरणों के वृत्त से कटान-विन्दु निर्धारित कर लो। फिर इन विन्दुओं से, आपतन-विन्दु के अभिलंब पर लम्ब

डालो। यदि आपतित किरण के वृत्त से कटान विन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई d और प्रथम फलक पर आवर्तित किरण के वृत्त से कटान-विन्दु से डाले गये लंब की लंबाई d' हो,

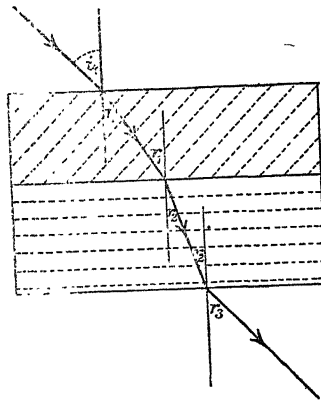
तो $$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{d/R}{d'/R}=\frac{d}{d'}=\mu$$ (यहाँ, R वृत्त का अर्धव्यास है।)

प्रत्येक स्थिति में d/d' का मान स्थिर प्राप्त होता है।

वर्त्तनांक—स्नेल के नियमों के अनुसार यदि एक माध्यम से दूसरे माध्यम में प्रकाश जा रहा हो और आपतन तथा वर्त्तन कोण क्रमशः i एवं r हों, तो पहले माध्यम के सापेक्ष दूसरे माध्यम का वर्त्तनांक $\mu_{12}=\sin i/\sin r$. यदि प्रकाश को अपने रास्ते से पुनरावर्त्तित कर दें, तो $\mu_{21}=\sin r/\sin i$, क्योंकि आपतन कोण और वर्त्तन कोण उलट जाते हैं।

$$\therefore\ \mu_{12}\cdot\mu_{21}=\frac{\sin i}{\sin r}\times\frac{\sin r}{\sin i}=1$$

अर्थात् $\mu_{21}=1/\mu_{12}$; अस्तु पहले माध्यम का दूसरे के सापेक्ष वर्त्तनांक, दूसरे माध्यम के पहले के सापेक्ष वर्त्तनांक का विलोम (reciprocal) होता है। उदाहरणार्थ, यदि कांच का वायु के सापेक्ष वर्त्तनांक, 1·5 है, तो वायु का कांच के सापेक्ष वर्त्तनांक, 1/1·5 होगा।

मान लो प्रकाश कई माध्यमों (जिनकी संख्या n है) से होकर गुजरता है, और पहला माध्यम तथा अंतिम माध्यम एक ही हैं। हम सिद्ध कर सकते हैं कि अंतिम निर्गत कोण r_n=आपतन कोण i (यहां $r_1, r_2, \ldots r_n$ क्रमवत् वर्त्तन कोण हैं।) प्रथम माध्यम से दूसरे माध्यम में जाने पर आपतित किरण का कोणीय विचलन$=i-r_1$, दूसरे से तीसरे में जाने पर कोणीय विचलन, r_1-r_2 आदि हैं। इस प्रकार कुल कोणीय विचलन$=(i-r_1)+(r_1-r_2)+(r_2-r_3)+(r_{n-1}-r_n)=(i-r_n)$. हम जानते हैं कि प्रकाश का पथ प्रत्यानुवर्ती (reversible) है। निर्गत किरण की रेखा में विपरीत दिशा में यदि प्रकाश भेजा जाय, तो वह उसी रास्ते से लौट आयेगा। दूसरी ओर से कुल विचलन पूर्व तर्कणा के अनुसार (r_n-i) होगा। यह दोनों विचलन मात्रा में बराबर होंगे।

चित्र 56

$$\therefore\ i-r_n=r_n-i$$

अथवा $2i=2r_n$ या $r_n=i$

अब, $\because\ \mu_{12}=\dfrac{\sin i}{\sin r_1},\ \mu_{23}=\dfrac{\sin r_1}{\sin r_2}\ldots\ldots,\mu_{n1}=\dfrac{\sin r_{n-1}}{\sin r_n}=\dfrac{\sin r_{n-1}}{\sin i}$

$$\therefore\ \mu_{12}\cdot\mu_{23}\cdot\mu_{34}\cdots\cdots\mu_{n1}=\frac{\sin i}{\sin r_1}\ ,\ \frac{\sin r_1}{\sin r_2}\cdots\cdots\ \frac{\sin r_{n-1}}{\sin i}=1$$

यदि माध्यमों की संख्या 3 हो, तो, $\mu_{12}\cdot\ \mu_{23}\cdot\ \mu_{31}=1$

या, $\mu_{23}=\frac{1}{\mu_{12}\cdot\ \mu_{31}}=\frac{\mu_{13}}{\mu_{12}}$. उदाहरणार्थ, यदि पानी का वर्त्तनांक $\frac{4}{3}$ और कांच का $\frac{3}{2}$ हो, तो कांच का पानी के सापेक्ष वर्त्तनांक $\frac{3}{2}/\frac{4}{3}=\frac{3}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{8}$ होगा।

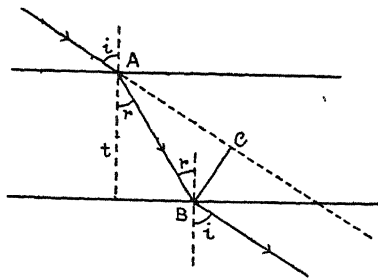
परम (Absolute) **वर्त्तनांक**:—जब प्रकाश शून्य से किसी पारदर्शक माध्यम में प्रवेश करता है, तब जो वर्त्तनांक प्रकट होता है, उसे परम वर्त्तनांक कहते हैं। यदि शून्य के सापेक्ष कांच का वर्त्तनांक μ_{vg} और वायु का वर्त्तनांक μ_{va} हो, तो (पूर्वोक्त सूत्र के अनुसार)

$$\mu_{ag}=\frac{\mu_{vg}}{\mu_{va}}$$ (पूर्वोक्त सूत्र के अनुसार)

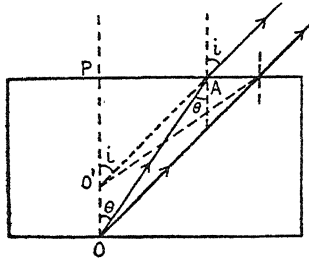
पर वायु का वर्त्तनांक μ_{va} 1·000294 है। इसलिए μ_{ag} लगभग μ_{vg} के बराबर है। सामान्यतः वायु के सापेक्ष वर्त्तनांक को हम परम वर्त्तनांक मान लेते हैं।

सामान्यतः माध्यम का घनत्व बढ़ने से वर्त्तनांक भी बढ़ जाता है। ताप बढ़ने से वस्तु का घनत्व कम हो जाता है। इस कारण उसका वर्त्तनांक भी कम हो जाता है। ग्लैड्स्टोन और डेल्स (Gladstone & Dales) के अनुसार प्रत्येक स्थिति में $(\mu-1)/d$ का मान अचल रहता है। कुछ वस्तुएं इस नियम का पालन नहीं करतीं। तारपीन के तेल का घनत्व पानी से कम होते हुए भी उसका वर्त्तनांक अधिक है। ऐसी अवस्था में कहा जाता है कि भौतिक रूप से घनत्व कम होते हुए भी प्रकाशिकीय रूप से (optically) माध्यम का घनत्व अधिक है।

वर्त्तनांक, प्रकाश के रंग पर भी निर्भर है। बैंजनी रंग के लिए, वर्त्तनांक, लाल रंग की अपेक्षा अधिक होता है।

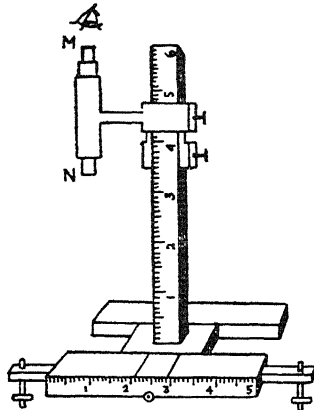
पार्श्विक स्थानान्तरण (Lateral displacement)—जब प्रकाश किसी आयताकार कांच के टुकड़े पर पड़ता है, तो दोनों सिरों पर एक ही माध्यम (वायु) रहने के कारण आततन और निर्गत कोण बराबर होंगे। दोनों फलक समान्तर होने के कारण निर्गत किरण, आपतित किरण के समान्तर होगी। कांच में प्रवेश करने के कारण वह कुछ अपने समान्तर विस्थापित हो जाती है। यह विस्थापन कांच की (अथवा अन्य किसी माध्यम की) मोटाई के समानुपाती होता है।

चित्र 57

चित्रानुसार t माध्यम की गहराई या मोटाई है; AB किरण माध्यम में मार्ग है। पार्श्विक स्थानान्तर $BC=AB \sin BAC\ t=t \sin (i-r)/\cos r$

समतल फलक पर वर्तन से प्रतिबिम्ब बनना—मान लीजिये कोई विन्दु स्रोत किसी माध्यम की पेंदी में रखा हुआ है। उससे जो किरणें निकलती हैं, वह उसके ऊपरी तल से वायु में प्रवेश करते समय अभिलंब से दूर हट जाती हैं। तल के लम्ववत् जानेवाली किरणें सीधी चली जाती हैं पर अभिलंब से कम कोण बनानेवाली किरणें मुड़कर 0′ से आती हुई प्रतीत होती हैं, जो ऊपरी तल की ओर है। ऊपरी तल की प्रकाश-स्रोत से दूरी t_r और 0′ की उसी तल से दूरी को (अर्थात् प्रतीयमान गहराई को) t_{app} द्वारा प्रकट करो। i और θ, क्रमशः वायु और दिए हुए माध्यम में प्रकाश-मार्ग के अभिलंब से कोणीय विचलन को प्रकट करते हैं।

चित्र 58

चित्रानुसार, μ_{am} (अर्थात् वायु के सापेक्ष माध्यम का वर्त्तनांक)

$$=\frac{\sin i}{\sin \theta}=\frac{AP/AO'}{AP/AO}=\frac{AO}{AO'}=\frac{OP}{O'P} (\because AO \sim OP \text{ और } AO' \sim O'P)$$

$$\therefore \quad \mu_{am}=\frac{t_r}{t_{app}} \text{ अर्थात् वर्त्तनांक}=\frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{प्रतीयमान गहराई}}।$$

इसलिए 0 के वर्तन द्वारा बने प्रतिविम्ब का वस्तु से ऊपर की ओर स्थानान्तरण

$$=OO'=t_r-t_{app}$$
$$=t_r-t_r/\mu=t_r(1-1/\mu)$$

इसीलिए जल में पड़ी हुई मछली ऊपर की ओर उठी हुई मालूम होती है।

चल सूक्ष्मदर्शक (Travelling Microscope) **द्वारा वर्त्तनांक निकालना**—सूक्ष्मदर्शक यंत्र के द्वारा हम निकटवर्ती वस्तुओं का अत्यन्त अभिवर्धित प्रतिबिम्ब प्राप्त कर सकते हैं।

चित्र 59

(i) **कांच का वर्त्तनांक निकालना**—सफेद कागज के एक टुकड़े पर एक रोशनाई का चिह्न बना कर उसे मेज पर रख दो। अब सूक्ष्मदर्शक MN को ऊपर नीचे खिसकाकर इस प्रकार आयोजित करो कि इस चिह्न

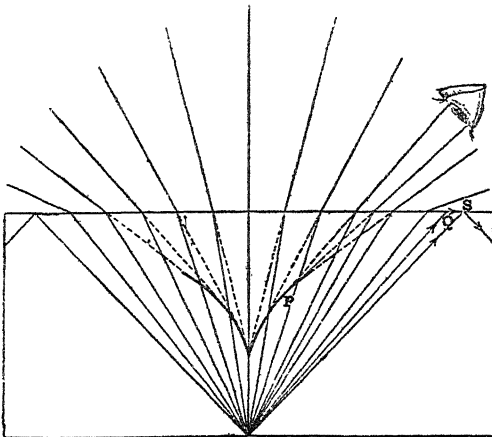
का एक स्पष्ट प्रतिबिंब, सूक्ष्मदर्शक में दिखाई देने लगे। फिर चिह्नमय कागज के टुकड़े के ऊपर एक शीशे का आयताकार टुकड़ा रखो और खिसकाने वाले पेंच द्वारा सूक्ष्मदर्शक को ऊपर उठा कर ऐसा व्यवस्थित करो कि फिर चिह्न स्पष्ट दिखाई देने लगे। फिर कागज को आयताकार कांच के टुकड़े के ऊपर रख दो, और सूक्ष्मदर्शक को इतना खिसकाओ कि फिर चित्र का सुस्पष्ट प्रतिबिंब सूक्ष्मदर्शक में दिखाई देने लगें। यदि b_1, b_2, b_3 क्रमशः चल सूक्ष्मदर्शक के तीनों निर्दिष्ट अवलोकनों को प्रकट करें, तो

$$t_r = b_3 - b_1\,,\ t_{app} = b_3 - b_2$$

$$\therefore\ \mu_{ag} = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{प्रतीयमान गहराई}} = \frac{b_3 - b_2}{b_3 - b_1}.$$

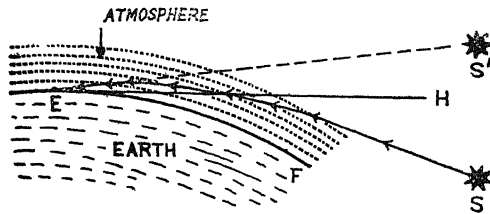
(*ii*) **पानी का वर्त्तनांक निकालना**—किसी बीकर के भीतरी तल पर (पेंदी में) पक्की पेन्सिल से एक चिह्न बना दो, (जो जल डालने पर मिट न सके)। फिर सूक्ष्मदर्शक द्वारा इस चिह्न को संगमित (focus) कर लो। अब बीकर में कुछ जल डालकर पुनः जल में से इस चिह्न को संगमित करो। तत्पश्चात् जल के तल पर लाइकोपोडियम चूर्ण (lycopodium powder) डाल दो और सूक्ष्मदर्शक को पेंच से ऊपर की ओर खिसका कर चूर्ण का स्पष्ट प्रतिबिंब देख लो।

$$\mu_{aw} = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{प्रतीयमान गहराई}} = \frac{b_3 - b_2}{b_3 - b_1}$$

स्पृष्ट वक्र (Caustic Curve):—हम देख चुके हैं कि किसी माध्यम में अवस्थित किसी विन्दु का प्रतीयमान प्रतिविम्ब, विन्दु-स्रोत से ऊपर (जिस ओर आंख रखी हो) बनता है। यह प्रतिविम्ब उन आवर्त्तित, किरणों के पीछे की ओर मिलाने से बनता है, जो अभिलंब से अधिक कोण नहीं बनातीं। अधिक तिरछी किरणें पीछे बढ़ाने पर इस प्रतिबिम्ब-विन्दु पर नहीं मिलतीं। किन्हीं दो एकानुवर्ती (Consecutive) किरणों के पीछे की ओर बढ़ा कर मिलाने से तत्संगत प्रतिबिंब मिलता है। इस प्रकार

चित्र 60

प्रतिबिंबों का एक निरंतर अविछिन्न समूह मिलता है जिनको मिलाने से एक वक्र प्राप्त होता है, जिसे स्पृष्ट (Caustic) वक्र कहते हैं। यह वक्र दो शाखाओं से मिल कर बना है। ये शाखाएं जिस विन्दु पर मिलती हैं, वह विन्दु, स्रोत से गुजरने वाले अभिलंब के सन्निकट की किरणों से बना प्रतिबिम्ब है। उसकी प्रतीयमान गहराई या मोटाई सबसे अधिक है। उक्त अभिलम्ब दोनों शाखाओं का उभयनिष्ट स्पर्शी होता है। और वह विन्दु-स्रोत से गुजरता है। वक्र के निर्माण से यह स्पष्ट है कि वक्र के किसी विन्दु के प्रतिबिंब के स्वरूप की उत्पत्ति, तत्संगत स्पर्शी की दिशा में मुड़ी हुई वर्तित किरणों के कारण होती है। इसी स्पर्शी के सान्निध्य की दो किरणों के संयोजन से इस विन्दु पर प्रतिबिंब बनता है। इसीलिए इसको तीक्ष्ण वक्र भी कहते हैं। लैंस के संगम पर समान्तर किरणों के परावर्त्तन के पश्चात् एकत्र होने के कारण अत्यन्त उष्मा उत्पन्न होती है। (यहां प्रत्येक विन्दु केवल एकानुवर्ती किरणों का प्रतीयमान संधान-विन्दु है।)

एक आयताकार शीशे का टुकड़ा लेकर उसके एक फलक से सटाकर एक पिन गाड़ दो। फिर दूसरे फलक की ओर से किसी तिरछी दिशा में देख कर दो पिनें इस प्रकार गाड़ दो कि तीनों एक सीध में दिखाई दें। फिर किसी दूसरी दिशा में देख कर दो पिनों को इस प्रकार लगा दो कि फलक से सटी हुई पिन और यह दो पिनें एक सीध में दिखाई दें। प्रत्येक स्थिति में दोनों पिनों को मिलाने वाली सरल रेखा खींच दो। ये सरल रेखाएं निकटवर्ती होना चाहिए। फिर एकानुवर्ती रेखाओं को पीछे मिलाकर कटान विंदुओं से होता हुआ वक्र खींच देते हैं। वक्र की दोनों ओर की शाखाएं बनाना चाहिए। फिर आयताकार शीशे के टुकड़े की रूपरेखा खींच दो। सटी हुई पिन से दूसरे फलक की कागज पर बनी रेखा पर लंब डाल दो। इस लंब के वक्र से कटान-विन्दु से लंव-पाद की दूरी प्रतीयमान दूरी प्रकट करेगी। इस प्रकार आवर्त्तनांक की गणना की जा सकती हैं।

वायुमंडलीय आवर्त्तन—सूर्योदय से पहले अथवा सूर्यास्त के पश्चात् सूर्य का दिखाई देना—चित्र में सूर्य की क्षितिज से नीचे की स्थिति दिखाई गई है। सूर्य से चलनेवाली

चित्र 61

किरणें—पृथ्वी की ओर उतरते समय वायुमंडल की वायु का घनत्व बढ़ता जाता है किरण—अभिलंब की ओर झुकती चली जाती है। निरीक्षक सूर्य का वर्त्तन से बननेवाला

प्रतिबिम्ब S' पर (दृष्टि की दिशा में) देखता है। इस प्रकार सूर्योदय से पहले और सूर्यास्त के पश्चात् भी सूर्य दिखाई दे जाता है।

सूर्योदय और सूर्यास्त के पश्चात् सूर्य के मंडलक का चपटापन हम जानते हैं कि आवर्तन के कारण प्रतीयमान प्रतिबिम्ब उठा हुआ प्रतीत होता है और आपतन कोण को बढ़ाने से यह उठाव बढ़ जाता है। जब सूर्य क्षितिज के निकट होता है, तो उसके मंडलक का निम्न भाग ऊपरी भाग से अधिक उठ जाता है, क्योंकि निम्न भाग की किरणें वायुमंडल में अधिक तिरछी पड़ती हैं। पर क्षैतिज व्यास भी उतना ही उठ जाता है जिससे सूर्य का मंडलक चपटा मालूम होती है।

सूर्योदय अथवा सूर्यास्त के समय, सूर्य, दोपहर की अपेक्षा बड़ा प्रतीत होता है—सूर्य को हम वायुमंडल की वायु में से देखते हैं। इसलिए वह अधिक बड़ा दिखाई देता है। दोपहर के समय किरणें वायु की न्यूनतम मोटाई को चीरकर हम तक पहुंचती हैं। जब सूर्य क्षितिज के निकट होता है, तो यह मोटाई सबसे अधिक होती है।

सूर्योदय और सूर्यास्त की लाली—बारीक धूल या धुओं के कणों के पृथ्वी तल के निकट छितराने (scattering) से सूर्य का मंडलक लाल मालूम होता है। जब सूर्य का प्रकाश धूल अथवा धुएं के कणों पर पड़ता है, तो वह भिन्न-भिन्न दिशाओं में छितराता है। बैंजनी रंग, लाल रंग की अपेक्षा अधिक सुगमता से छितरा जाता है। दोपहर के समय सूर्य की किरणें लम्बवत् दिशा में टकराती हैं, इसलिए उनको सबसे छोटा धूल मार्ग चलना होता है। इसके कारण नीले और बैंजनी रंग का प्रकाश बहुत कम छितराता हैं, और सूर्य, श्वेत मालूम होता है। सूर्यास्त होने तक, सूर्य के प्रकाश को धूल के अधिकाधिक मार्ग से चलना पड़ता है। सूर्यास्त से लगभग एक घंटा पहले समस्त नीला और बैंजनी प्रकाश भिन्न-भिन्न दिशाओं में छितरा जाता है, और शेष लाल, नारंगी तथा पीले रंग पृथ्वी पर पहुँच जाते हैं। धीरे धीरे पीला और गुलाबी रंग भी छितरा जाते हैं और सूर्यास्त के समय केवल लाल रंग हम तक पहुंच पाता है।

सूर्यास्त के समय सूर्य की लाली का भी यही कारण है।

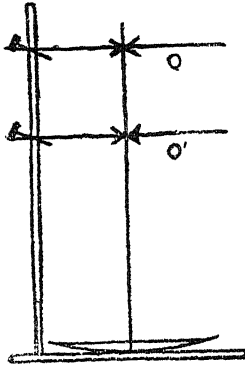
आवर्तक माध्यम में किसी वस्तु का दृष्टिगोचर होना : जल के गिलास में पड़ा हुआ चम्मच आसानी से दिखाई देता है, क्योंकि जल में से गुजरनेवाला प्रकाश, अपारदर्शक चम्मच के तल पर टकराकर बिखर (diffuse) जाता है, और निरीक्षक की आंख में प्रवेश करता है। पर पानी में पड़ी हुई शीशे की प्लेट लगभग बिल्कुल नहीं दिखाई देती, क्योंकि जल में से निकल कर प्रकाश जब पारदर्शक शीशे की प्लेट पर गिरता है, तो उसका अधिकतर भाग प्लेट में से पार निकल जाता है और बहुत थोड़ा-सा ही भाग परावर्तित होता है।

आवर्त्तन, दो माध्यमों के पार्थक्य तल पर होता है। यदि दोनों माध्यमों के घनत्वों में अन्तर अधिक हो, तो प्रकाश अधिक विचलित होता है। इसलिए यदि दो पदार्थों के

घनत्व लगभग बराबर हों, तो प्रकाश लगभग अविचलित रहता है। ग्लिसरीन और शीशे के प्रकाशिकीय घनत्वों में बहुत कम अन्तर होता है। इसलिए ग्लिसरीन में निमज्जित करने पर शीशे की छड़ लुप्तप्राय हो जाता है।

पारदर्शक मिश्रण की अपारदर्शकता—कांच पारदर्शी होता है, पर पिसा हुआ कांच श्वेत रंग का अपारदर्शी होता है। पिसे हुए शीशे के कणों से निकलने वाला प्रकाश निकटवर्ती कणों में प्रविष्ट होने के पूर्व वायु से टकराता है, और वहां परावर्त्तित एवं आवर्त्तित होता है। शीशे के कणों के धरातल अत्यन्त अनियमित होते हैं। इसलिए अधिकतर प्रकाश छितरा जाता है जिससे कांच का चूर्ण अपारदर्शी मालूम होता है। इसी कारण से दूध, जिसमें पारदर्शक चर्बी के कण, दूसरे पारदर्शी प्रगाढ़ द्रव में मिश्रित रहते हैं, सफेद दिखलाई देता है।

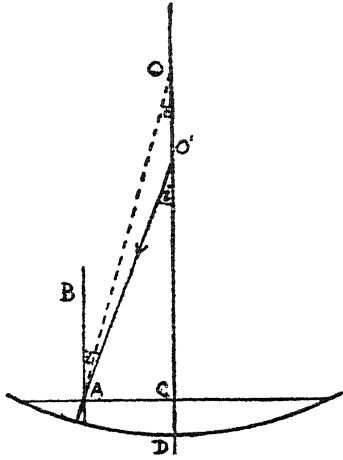
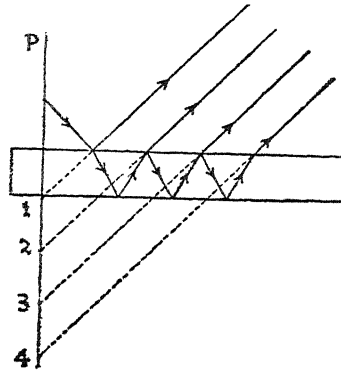
यदि पिसे हुए कांच में जल उड़ेल दिया जाय, तो वह काफी हद तक पारदर्शक हो जाता है, क्योंकि अब जल, वायु की बजाय कणों के बीच के रिक्त स्थानों में भर जाता है। जल और शीशे के घनत्वों का अन्तर बहुत कम होता है, इसलिए, कणों के धरातलों से प्रकाश आवर्तित अधिक और परावर्तित कम होता है। अस्तु यदि घनत्वों का अन्तर अधिक हो, तो दो पारदर्शक पदार्थों का मिश्रण अपारदर्शक और यदि अन्तर कम हो तो वह पारभासक (translucent) मालूम होता है।

अवतल दर्पण की सहायता से किसी द्रव का वर्त्तनांक निकालना—एक लकड़ी के उपस्तम्भ के आधार पर एक अवतल दर्पण रख दो। इस स्तंभ में एक नोकदार पिन क्षैतिज स्थिति में आयोजित करके ऊपर नीचे खिसकाने की व्यवस्था होना चाहिए। पिन को ऊपर नीचे खिसकाकर उसमें और उसके प्रतिबिम्ब में लम्बन दूर कर दो। इस स्थिति में पिन, वक्रता केन्द्र पर होगी। दर्पण में थोड़ा द्रव डालो। अब फिर लंबन दूर करने के लिए पिन को नीचे लाना पड़ता है। अब पिन की द्रव के तल से दूरी प्रतीयमान वक्रता-त्रिज्या होगी। दूसरी स्थिति में भी द्रव-तल के भीतर प्रकाश का मार्ग वही है, क्योंकि प्रकाश के दर्पण से टकराकर पुनः उसी मार्ग से लौटने के लिए उसका अभिलंब की दिशा में दर्पण पर पड़ना आवश्यक है। प्रत्यावर्तित किरण, द्रव के ऊपर अभिलंब से दूर हटी हुई होती है। इसीलिए दूसरी स्थिति में पिन को नीचे उतारना होगा।

चित्र 61

यदि द्रव का वर्तनांक μ_{a1} हो, तो

$$\mu_{a1} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{AC/AO'}{AC/AO} = \frac{AO}{AO'},$$

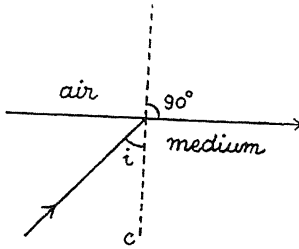
$$= \frac{OC}{O'C} \text{ लगभग} = \frac{R_r}{R_{app}}$$; अर्थात् द्रव का वर्त्तनांक

$$= \frac{\text{वास्तविक वक्रता-त्रिज्या}}{\text{प्रतीयमान वक्रता-त्रिज्या}}$$ (चित्र 63)

चित्र 63

चित्र 64

अपवर्त्य परावर्तन—किसी मोटे दर्पण के सामने एक मोमवत्ती जला कर रख देने से कई प्रतिबिम्ब एक साथ दिखाई देते हैं। आपतित किरण का कुछ भाग ऊपर के तल से परावर्तित होकर प्रतिबिम्ब बनाता है। शेष भाग, भीतर के चमकीले तल से परावर्तित हो जाता है और दूसरा प्रतिबिम्ब बनाता है। इस परावर्तित प्रकाश का अधिकांश भाग ऊपरी तल पर वर्त्तित होकर बाहर निकल जाता है, और शेष भाग परावर्तित होकर नीचे की ओर जाता है। इस प्रकार कई बार प्रकाश परावर्तित होता है, और प्रत्येक बार कुछ भाग बाहर चला जाता है। बाहर जाने वाले प्रकाश के कारण कई प्रतिबिम्ब बनते हैं। दूसरा प्रतिबिम्ब सबसे उज्ज्वल होगा। ये सब प्रतिबिम्ब एक के पीछे एक बनते हैं। (चित्र 64)

मोमबत्ती दूर रखने पर केवल एक ही प्रतिबिम्ब रह जाता है। इस स्थिति में आवर्तित और निर्गत किरणें लगभग समान्तर होंगी। यदि अब भी प्रतिबिंबों का समूह बना रहे तो यह स्पष्ट है कि दर्पण के दोनों तल समान्तर नहीं हैं।

संपूर्ण परावर्तन (Total Reflection):—जब प्रकाश किसी सघन माध्यम से विरल माध्यम में प्रवेश करता है, तो वह अभिलंब से दूर हट जाता है। यदि

आपतन कोण धीरे-धीरे बढ़ाते जायें, तो आवर्तन कोण भी बढ़ता जायगा। एक स्थिति वह प्राप्त होगी जब आवर्त्तन कोण 90° हो जायेगा, अर्थात् आवर्तित किरण दोनों माध्यमों के पार्थक्य-तल को छूती हुई निकल जायेगी। इससे अधिक आपतन कोण बढ़ाने पर प्रकाश दूसरे माध्यम में प्रवेश ही न करेगा, और पार्थक्य-तल पर स्नेल के नियमों के अनुसार परावर्तित हो जायेगा। इस क्रिया को संपूर्ण परावर्तन (total reflection) कहते हैं, क्योंकि इसमें प्रकाश का संपूर्ण भाग परावर्तित हो जाता है। वह आपतन कोण जिसका संगत आवर्तन कोण 90° होता है, क्रांतिक कोण (Critical angle) कहलाता है।

चित्र 6 5

यदि किसी माध्यम से प्रकाश वायु में जा रहा हो, और क्रांतिक कोण i_c हो, तो परिभाषा के अनुसार,

$$\mu_{ma}=\frac{\sin i_c}{\sin 90^\circ}=\sin i_c$$

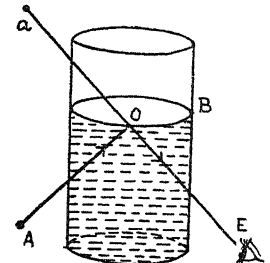
$$\therefore \mu_{am}=\frac{1}{\sin i_c}=\text{cosec } i_c$$

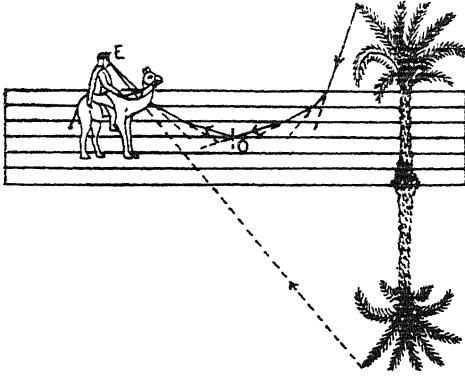
हीरे का क्रांतिक कोण केवल–24° 26′ है। इसी कारण हीरा अनेक आकृतियों में कट छंट कर अनेक क्रांतिक परावर्तनों को संभाव्य कर सकता है।

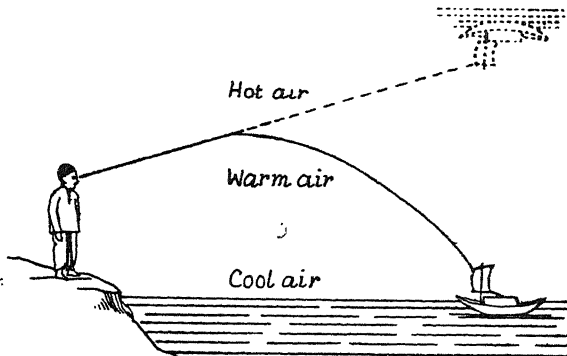
खिड़की के कांच में दरार पड़ने से वह दर्पण के समान परावर्तक हो जाता है। जो किरणें कांच में प्रविष्ट करके दरार के बीच हवा पर क्रांतिक कोण से अधिक आपतन कोण पर टकराती हैं, वह पूर्ण परावर्तित हो जाती है।

अच्छे से अच्छे दर्पण पर आपतित प्रकाश का 90% भाग परावर्त्तित किया जा सकता है। इस कमी को दूर करने के लिए पूर्ण परावर्तन त्रिपार्श्वों का प्रयोग किया गया है। इसका एक कोण 90° और शेष 45° के होते हैं। कांच का क्रांतिक कोण 41·5° है। अस्तु जब कर्ण के लम्बवत् कोई प्रकाश-छड़ इस पर डाला जाय, तो वह सीधा जाकर एक फलक पर 45° के कोण पर आपतित होगा, और पूर्ण परावर्तित होकर वह कर्ण के समान्तर जायेगा और पुनः पूर्ण परावर्तित हो, समान्तर दिशा में लौट आता है। यदि प्रकाश दंड 45° पर झुके हुए किसी फलक पर डाला जाय, तो वह पूर्ण परावर्तित होकर लम्बात्मक दिशा में विचलित हो जायेगा।

चित्र 66

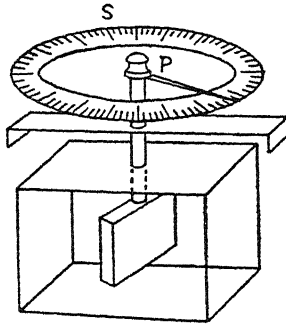
जल से दो-तिहाई भरा एक बीकर लो, और उसे आंख की सतह के ऊपर संधारित कर लो। जल का तल अत्यन्त चमकीला मालूम होता है, क्योंकि नीचे से उस पर तिरछी दिशा में पड़ने वाला प्रकाश पूर्णतः

परावर्तित हो जाता है। यदि A कोई वस्तु है, और B, जल का तल है, तो A का प्रतिबिम्ब a पर दिखाई देगा।

मृग मरीचिका (Mirage)—कभी कभी रेगिस्तान में दूर की वस्तुएं जल के तल से परावर्तित हुई मालूम होती हैं, अथवा वायु में निलंबित (suspended) दिखाई पड़ती हैं। जब रेतीली जमीन पर सूर्य की प्रचंड किरणें पड़ती हैं, तो पृथ्वी को संस्पर्श करनेवाले वायुमंडल के भाग को हम अनेक पतले स्तरों में विभाजित मान सकते हैं, जिनका घनत्व क्रमवत् ऊपर की ओर बढ़ता जाता है। ऊपर से आनेवाली कोई किरण नीचे आते-आते अभिलंब से दूर हटती जाती है, क्योंकि वह सघन माध्यम से निरंतर विरल माध्यम की ओर बढ़ती जाती है। जब आपतन कोण बढ़ते बढ़ते किसी स्तर के क्रांतिक कोण के बराबर हो जाता है, तो संपूर्ण परावर्तन हो जाता है, और किरण विरल से सघन माध्यम की ओर चलने लगती है, जिससे वह अभिलंब की ओर मुड़ती जाती है। जब यह किरण किसी व्यक्ति की आंख 'E' से टकराती है, तो वह उसी सीध में व्यवस्थित किसी पदार्थ से आती हुई प्रतीत होती है। इस प्रकार किसी वस्तु का उल्टा प्रतिबिंब दिखाई देता है। चमचमाते रेत के कारण यात्री को भीषण बाढ़ का आभास होता है। रेत का प्रत्येक टीला जल से घिरा हुआ दिखाई पड़ता है।

चित्र 67

कभी कभी ध्रुव प्रदेश में सुदूरवर्ती वस्तुओं के उल्टे प्रतिविम्ब वायु में लटके हुए दिखाई

चित्र 68

देते हैं। जल के तल के संपर्क में वायु की तह ऊपर की ओर कम घनत्व की होती जाती है। जल के तल के निकटवर्ती किसी विन्दु से ऊपर की ओर चलती हुई प्रकाश की किरण, पहले घने माध्यम से विरल माध्यम की ओर मुड़ती है, और फिर ऊंचे तल पर पूर्ण परावर्तित होने के पश्चात् वह विरल से सघन स्तरों की ओर चलती है। इस प्रकार जल के तल के निकटवर्ती पदार्थ, आकाश में प्रक्षिप्त प्रतीत होते हैं।

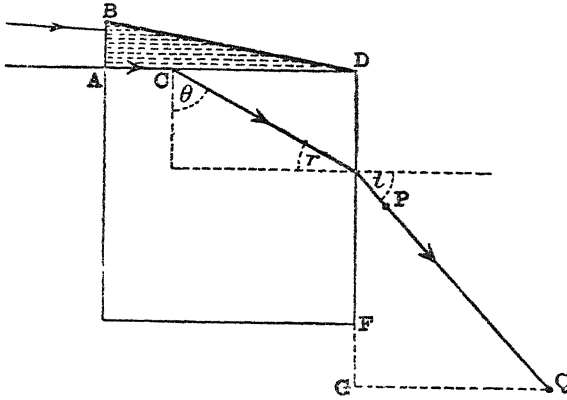
संपूर्ण परावर्तन पर आधारित द्रवों का वर्तनांक निकालने की विधियां—

(1) **वौलैस्टन की विधि** (Wallaston's method)—एक आयताकार कांच के बर्तन में वह द्रव भरा रहता है, जिसका वर्तनांक निकालना है। इसके अन्दर एक पतली वायु की फिल्म को दो पतली कांच की प्लेटों के बीच में बन्द करके रख देते हैं। फिल्म को विशेष सावधानी से तैयार किया जाता है, जिससे उसमें पानी न जा सके। एक कांच की प्लेट के चारों ओर एक पतली टीन की पत्ती लगा देते हैं और फिर इसके ऊपर दूसरी प्लेट रख देते हैं। फिल्म को बन्द करने-वाली कांच की प्लेटों को एक चौखटे में बैठाया जा सकता है जिसके ऊपरी सिरे पर एक छड़ रहती है, जो ऊपरी सिरे पर एक निर्देशक '*P*' से जुड़ी रहती है। निर्देशक एक वृत्तीय अंशांकित पैमाने '*S*' पर घूम सकता है। फिल्म को एक ऊर्ध्वाधर अक्ष पर घुमाया जा सकता है।

चित्र 69

प्रकाश की किरणें बर्तन के एक फलक से प्रवेश करती हैं और जब वायु फिल्म उसके लम्बात्मक PQ स्थिति में व्यवस्थित होती है, तो वे किरणें अविचलित चली जाती हैं, और दूसरी ओर दूरबीन द्वारा देख ली जाती हैं। फिल्म को घुमा कर $P_1 Q_1$ स्थिति में ले आते हैं, जिससे संपूर्ण परावर्तन के कारण प्रकाश का फिल्म के दूसरी ओर निकल जाना असंभव है। इस स्थिति में आपतन कोण$=\angle PAP_1$. यह द्रव और वायु के लिए क्रांतिक कोण है। सारी किरणें चित्र में Q की ओर मुड़ जाती हैं। इसी प्रकार फिल्म को $P_2 Q_2$ स्थिति में लाने पर प्रकाश दूसरी ओर बगल में पूर्ण परावर्तित होकर चला जाता है। $\angle PAP_2$. भी क्रांतिक कोण है। इस प्रकार दो स्थितियों में दूरबीन में जाने वाला प्रकाश कट जाता है। इन दो स्थितियों के बीच का कोण $P_1AP_2 = 2\times$ क्रांतिक कोण, i_c। फिर, $\mu_{a1} = \text{cosec } i_c$

चित्र 70

यदि वायु की फिल्म की संधारक प्लेटो के दोनों तल पूर्णतः समान्तर हों, और प्लेटें भी समान्तर हों, तो किरणों की दिशा में परिवर्त्तन नहीं होता।

(2) **पुल्फ्रिच वर्त्तनांक मापक** (Pulfrich Refractometer):—यह विधि तब काम में लाई जाती है, जब द्रव थोड़ी मात्रा में उपलब्ध हो। एक घनाकार कांच के टुकड़े के ऊपरी भाग से एक पच्चर (wedge) की आकृति का धातु का कक्ष जुड़ा रहता है। कक्ष के पीछे वाले तल से एक कांच की प्लेट चिपकी रहती है। कक्ष में द्रव भर कर कांच के टुकड़े को आलेख्य पट (drawing board)

चित्र 71

पर रख कर उसकी रूप रेखा खींच लो। जो किरणों द्रव-कार्य तल पर 90° से कुछ कुछ कम पर आपतित होती हैं, वे क्रांन्तिक कोण θ बनाती हुई, घनाकार टुकड़े के सामने वाले फलक से निकलते समय अभिलम्ब से θ कोण बनाती है। अन्य किरणें θ से कम कोण बनायेंगी। कांच का AD तल दो भागों में विभाजित देखेगा, CD जहां से प्रकाश आता है, और AC जहां से नहीं आता। अस्तु आंख को इधर उधर चलाने से FQ के बाईं ओर का भाग उज्ज्वल और दाहिनी ओर का क्षेत्र अंधकारमय होगा। इस कारण FQ रेखा का निर्धारण सरलता से हो सकेगा। इस रेखा पर दो पिन गाड़ दो और फिर उनको मिलाकर संधान रेखा के फलक से कटान-विन्दु को ज्ञात कर लो और कोण i को नाप लो।

$$\text{अब,}\ \mu_{lg}=\frac{\sin 90}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta}$$

$$=\frac{\mu_{ag}}{\mu_{al}};\ \text{अर्थात्}\ \sin\theta=\frac{\mu_{al}}{\mu_{ag}}.$$

$$\text{और, } \mu_{a} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\sin(90-\theta)}$$

$$= \frac{\sin i}{\cos \theta}; \text{अर्थात्, } \cos\theta = \frac{\sin i}{\mu_{ag}}$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = \frac{\mu_{la}^2}{\mu_{ag}^2} + \frac{\sin^2 i}{\mu_{ag}^2}$$

$$\text{अर्थात्, } \frac{\mu_{al}^2 + \sin^2 i}{\mu_{ag}^2} = 1$$

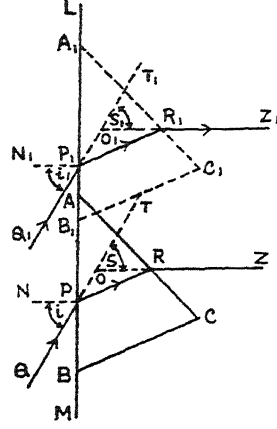
$$\text{या, } \mu_{al}^2 + \sin^2 i = \mu_{ag}^2$$

$\therefore \mu_{al} = \sqrt{\mu_{ag}^2 - \sin^2 i}$. अस्तु यदि μ_{ag} को दिया हुआ मान लें, μ_{al} का मान निकाला जा सकता है ।

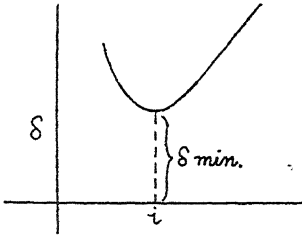
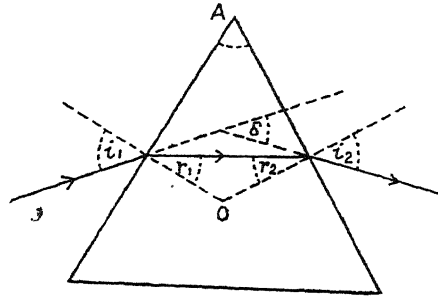
त्रिपार्श्व द्वारा वर्तन (Refraction by a Prism)—दो समतलों के बीच में किसी बन्द पारदर्शक माध्यम को त्रिपार्श्व कहते हैं । दोनों फलक वर्त्तन तल कहे जाते हैं और उनकी उभयनिष्ठ रेखा को वर्त्तनकोर (Refracting edge) कहते हैं । कोर के लंब रूप कोई तल मुख्य परिच्छेद कहलाता है; यहां हम त्रिपार्श्व पर पड़ने वाले प्रकाश की किरणों को इसी तल में आयोजित एवं एक ही रंग का मान लेंगे । त्रिपार्श्व के दोनों तलों से आवर्तन होता है । यदि प्रकाश को किसी फलक के लम्बवत् भेजें, तो वह दूसरे तल तक अविचलित मार्ग से जायेगा । वहां वह अभिलम्ब से परे मुड़ कर बाहर निकल जायेगा । प्रत्येक आपतन कोण के लिए निर्गत किरण (emergent ray), आधार की ओर (अर्थात् मोटे भाग की ओर) मुड़ जाती है ।

निर्गत (Emergent) और आपतित (Incident) किरणों के बीच के कोण को विचलन कोण कहते हैं। आपतन कोण बढ़ाने से पहले तो विचलन कोण घटता जाता है, फिर बढ़ने लगता है । विचलन कोण निकालने के लिए किसी एक फलक के आगे दो पिन इस प्रकार लगा देते हैं कि उनको मिलानेवाली रेखा अभिलंब से झुकी हुई रहे । फिर दूसरे फलक की ओर से दो पिन इस प्रकार लगा देते हैं, कि चारों पिनों के चरण एक सीध में दिखाई दें । प्रथम दो पिनों के संधान रेखा से आपतित किरण की दिशा और दूसरी ओर की पिनों की संधान रेखा से निर्गत किरण की दिशा प्रकट होती है । इन दोनों रेखाओं को एक दूसरे की ओर बढ़ा कर मिलाने से जो वाह्य कोण प्राप्त होता है, वह विचलन कोण है ।

प्रयोगों से यह प्रकट होता है कि न्यूनतम विचलन की स्थिति में प्रतिबिम्ब सबसे स्पष्ट होता है । इस स्थिति में त्रिपार्श्व में किरण का मार्ग संमितीय (symmetrical) होता है । इस समय त्रिपार्श्व के भीतर किरण, आधार के समान्तर हो जाती है और निर्गत कोण, आपतन कोण के बराबर होता है । न्यूनतम विचलन कोण का भली-

भांति निर्धारण विशेष महत्व रखता है। किसी आलेख्य पट पर सफेद कागज को बिछा कर उस पर पेन्सिल से एक लम्बी लकीर खींच देते हैं। थोड़ी सी जगह छोड़ते हुए उस पर समान दूरियों पर लम्ब-रेखाएं खींचो। ये रेखाएं अभिलंबों को सूचित करती हैं। इस रेखा के लंब रेखाओं से कटान विन्दुओं से क्रमवत् वे रेखाएं खींचो जो आपतन की दिशाएं प्रकट करें। आपतन-कोण क्रमानुसार 5° के अन्तर से वढ़ाते जाना चाहिए। फिर त्रिपार्श्व को पूर्वायोजित भिन्न भिन्न स्थितियों में रख दो। प्रत्येक स्थिति में वताई हुई विधि से विचलन कोण ज्ञात कर लो। फिर लेखाचित्र वनाकर न्यूनतम विचलन कोण δ_{min} ज्ञात कर लो।

चित्र 72

त्रिपार्श्व-संबंधी सूत्र का व्युत्पादन—मान लीजिए त्रिपार्श्व का कोण A है।

चतुष्कोण AO के चारों कोणों का योग 360° के वरावर होगा।

चित्र 73 चित्र 74

$\angle A + \angle O = 180°$ ($\because$ चतुष्फलक के शेष दोनों कोण, समकोण हैं)

अब, $\because r_1 + r_2 + \angle O = 180$

$\therefore r_1 + r_2 = \angle A$

चित्रानुसार, δ

$= (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2) A$

$= i_1 + i_2 - A$

न्यूनतम विचलन की स्थिति में,

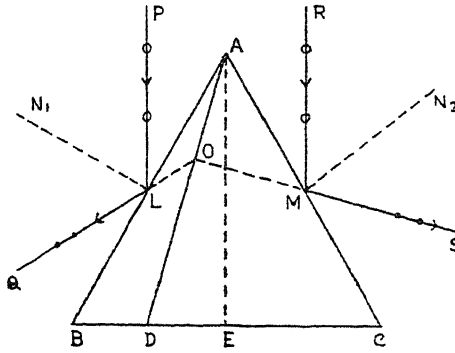
मान लो, $r_1 = r_2 = r$; अस्तु $2r = A$ या, $r = A/2$

और $i_1 = i_2 = i$

$\therefore \delta_{min} = 2i - A$ अर्थात् $2i = A + \delta_{min}$

या, $i = \frac{A+\delta_{\min}}{2}$

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin (A+\delta_{\min})/2}{\sin A/2}.$$

त्रिपार्श्व के कोण का निर्धारण:—त्रिपार्श्व को कागज पर रख कर उसकी रूपरेखा खींच दो। अब चांदे की सहायता से हम त्रिपार्श्व का कोण ज्ञात कर सकते हैं। हो सकता है कि त्रिपार्श्व के कोने घिस गये हों। अभीष्ट कोण निकालने की एक अच्छी विधि का निर्देश किया जाता है। वर्त्तन कोण की ओर से दोनों फलकों पर दो समान्तर रेखाएं खींच दो। प्रत्येक रेखा पर दो दो पिन लगा दो। फिर प्रत्येक फलक में देख कर पिनों द्वारा, फलकों से परावर्तित किरणों को खींच लो। परावर्तित किरणों को प्रकट करने वाली रेखाओं को पीछे की ओर बढ़ा कर उनके बीच के आंतरिक कोण को नाप लो। यह सिद्ध किया जा सकता है कि यह $2A$ के बराबर होगा।

चित्र 75

चित्रानुसार, $\angle LOM = \angle LOD + \angle DOM = (\angle OAL + \angle OLA)$
$+ (\angle OAM + \angle OMA) = (\angle OAL + \angle OAM) + (\angle OLA + \angle OMA)$
∵ बाहरी कोण = अंतरीय कोणों का योग
$= \angle A + (\angle BLQ + \angle CMS)$ —सम्मुख कोणों के बराबर होने के कारण
$= \angle A + (\angle ALP + \angle AMR)$, परावर्तन के नियमों के अनुसार
$= \angle A + \angle LAE + \angle MAE$ (∵ एकान्तर कोण बराबर होते हैं। यहां AE, LP, MR सब समान्तर रेखाएं हैं)
$= \angle 2A$. अस्तु LOM का आधा करके अभीष्ट कोण निकलेगा।

त्रिपार्श्व का न्यूनतम स्थिति में गणितीय विवेचन:—(देखिए चित्र 74)

$$\mu = \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{\sin i_1 + \sin i_2}{\sin r_1 + \sin r_2}$$

$$\frac{2\sin \frac{i_1+i_2}{2} \cos \frac{i_1-i_2}{2}}{2\sin \frac{r_1+r_2}{2} \cos \frac{r_1-r_2}{2}} = \frac{\sin \frac{A+\delta}{2} \cos \frac{i_1-i_2}{2}}{\sin \frac{A}{2} \cos \frac{(r_1-r_2)}{2}}$$

प्रथम फलक पर कोणीय विचलन $= i_1 - r_1$

द्वितीय ,, ,, ,, $= i_2 - r_2$

यदि आपतन कोण बड़ा है, तो तत्संगत कोणीय विचलन भी बड़ा होगा।

$\therefore$ यदि $i_1 > i_2$ तो, $i_1 - r_1 > i_2 - r_2$,

अर्थात्, $i_1 - i_2 > r_1 - r_2$.

इसी प्रकार, यदि $i_1 < i_2$, तो, $i_1 - i_2 < r_1 - r_2$.

हम सिद्ध कर चुके हैं कि,

$$\mu = \frac{\frac{\sin A+\delta}{2}}{\frac{\sin A}{2}} \cdot \frac{\frac{\cos i_1 - i_2}{2}}{\frac{\cos r_1 - r_2}{2}}$$

अस्तु, दोनों कोष्ठकों के मानों का गुणनफल स्थिरांक है। यहां हम द्वितीय कोष्ठक के मान पर विचार करेंगे। जब इसका मान सबसे अधिक होगा, तभी प्रथम कोष्ठक का मान सबसे कम होगा।

(1) $i_1 > i_2$

हम देख चुके हैं कि इस स्थिति में,

$i_1 - i_2 > r_1 - r_2$.

$\therefore \cos i_1 - i_2/2 < \cos r_1 - r_2/2$; अस्तु द्वितीय कोष्ठक के अंश का मान हर से कम है, अर्थात् द्वितीय कोष्ठक का मान एक से कम है।

(2) $i_1 < i_2$, अर्थात् $i_1 - i_2 < r_1 - r_2$.

$\therefore i_2 > i_1$. एवं $i_2 - i_1 > r_2 - r_1$.

दूसरे कोष्ठक को हम $\frac{\cos (i_2 - i_1)/2}{\cos (r_2 - r_1)/2}$ लिख सकते हैं।

क्योंकि $\cos(-\theta) = \cos\theta$

अस्तु इस स्थिति में भी, द्वितीय कोष्ठक का मान एक से कम होगा।

(3) $i_1 = i_2$ अर्थात् $r_1 = r_2$

यहां द्वितीय कोष्ठक का मान एक है। यह इसका सबसे अधिक मान है। जब इसका यह मान होगा, तो प्रथम कोष्ठक का मान सबसे कम होगा।

$$\therefore \mu = \frac{\sin (A+\delta_{\min})/2}{\sin A/2} \times 1 \quad \frac{\sin (A+\delta_{\min})/2}{\sin A/2}$$

हल किए हुए प्रश्न

1. किसी बुनने वाली सलाई को एक चौड़े बर्तन की पेंदी में रख कर चल सूक्ष्मदर्शक द्वारा संगमित किया जाता है। अब बर्तन में 4 इंच गहराई तक कोई द्रव भर कर उसके ठीक ऊपर एक शीशे की 2″ की आयताकार पटिया इस प्रकार व्यवस्थित की जाती है कि उसका एक फलक द्रव-तल को छूता रहे। अब सलाई को पुनः संगमित करने के लिए सूक्ष्मदर्शक को 1·67″ उठाना पड़ता है। द्रव का आवर्तनांक निकालो। (कांच का वर्तनांक 1·5 है)

मान लीजिए द्रव के कारण प्रतीयमान गहराई t_1, शीशे के कारण t_2 और संपूर्ण प्रतीयमान गहराई t है। इनके संगत सलाई की स्थिति में व्यक्त उठाव क्रमशः h_1, h_2 और h हैं।

$$\therefore\ h_1+h_2=h=1{\cdot}67; \qquad h_1=4-t_1,\ h_2=2-t_2.$$

सूत्र द्वारा, $2/t_2=1{\cdot}5$ या, $t_2=2/1{\cdot}5=4/3=1{\cdot}33$

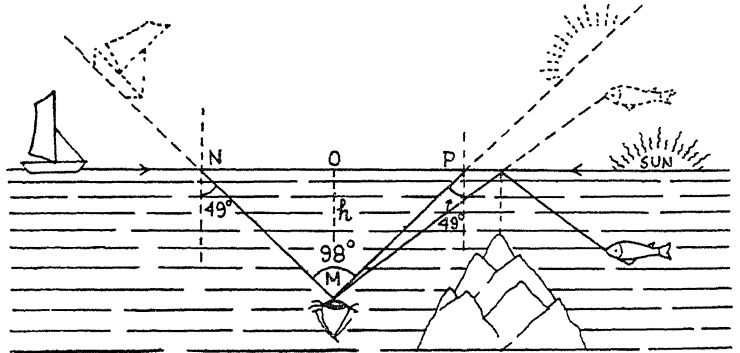
$$\therefore\ h_2=2-t_2=2-1{\cdot}33={\cdot}67 \text{ लगभग}$$

$$\therefore\ h_1=1{\cdot}67-h_2=1{\cdot}67-{\cdot}67=1''.$$

या, $t_1=4-1=3''$

$\therefore\ \mu=4/t_1=4/3=1{\cdot}33$ (यहां μ द्रव का वर्तनांक है।)

2. पानी की शांत सतह से नीचे कुछ गहराई पर एक आंख रखी हुई है। बताओ कि पानी की सतह इस आंख को एक ऐसे परावर्तक समतल के समान दिखाई देती है, जिसके बीचोबीच एक वृत्ताकार छेद हो, जिसमें से बाहरी चीजें दिखाई दें।

यह भी सिद्ध करो कि छेद की त्रिज्या $h/\sqrt{\mu^2-1}$ सें० मी० है, जिसमें μ जल का वर्तनांक है और h सें० मी० वह गहराई है, जहां आंख रखी हुई है। (पटना, '45)

चित्र 76

मान लीजिये जल और हवा के लिए क्रांतिक कोण i_c है। इससे यह प्रकट है कि

सतह पर स्थित चीजें, वस्तुतः एक शंकु के घेरे में पड़ेंगी, जिसकी झुकी हुई भुजाएं पानी में रखी हुई आंख पर $2i_c$ कोण पर मिलती हैं। जल और वायु कां क्रांतिक कोण 49° है। अब यदि आंख की स्थिति E हो, और यदि E से जल के तल पर अभिलंब डाला जाय, तो इस सतह का व्यवहार उस वृत्तीय छेद के समान होगा, जिसकी त्रिज्या BO होगी जिसमें से पानी के वाहर के पदार्थ आंख द्वारा देखा जा सकते हैं।

चित्रानुसार $AO = BO = h \tan \cdot 49$

अब, $\because \mu = \text{cosec } 49, \therefore \cot 49 = \sqrt{\mu^2 - 1}$

$$\therefore AO = BO = h \tan 49$$

$$= \frac{h}{\sqrt{\mu^2 - 1}}$$

3. किसी समत्रिवाहु त्रिपार्श्व का वर्तनांक V_2 है। यदि त्रिपार्श्व के एक मुख पर प्रकाश की किरणों का आपतन कोण 45° है तो निर्गत कोण और किरण का विचलन मालूम करो।

$$\mu = \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} \text{ यहाँ } i_1 = 45^\circ$$

$$\mu = \sqrt{2}, \; r_1 + r_2 = A = 60$$

$$\therefore \sin r_1 = \frac{\sin i_1}{\mu} = \frac{\sin 45}{V_2} = \frac{1/\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \tfrac{1}{2}$$

$$\therefore r_1 = 30^\circ \text{ और } r_2 = 60 - 45^\circ \; (\because r_1 = r_2)$$

$$\therefore \delta = i_1 + i_2 - A = 45 + 45 - 60 = 30^\circ$$

प्रश्नावली

1. स्नेल के आवर्तन के नियम क्या हैं ? उनकी जांच कैसे करोगे ?
(कलकत्ता, '11, '12, '14, '19, '20, **पटना**, '43, '45)

2. आवर्तनांक की परिभाषा दो। पानी के लिए उसका मान कैसे ज्ञात करोगे ? पूरे प्रयोगात्मक विवरण दो। (**यू० पी० बोर्ड**, 1919, **पटना**, 1931)

3. आकाशीय पिंडों की व्यक्त स्थिति पर वायुमंडलीय वर्तन के प्रभाव का वर्णन करो। चित्र द्वारा समझाओ कि पूर्ण परावर्तक त्रिपार्श्व किस प्रकार एक प्रकाश की किरण-माला को अपने मार्ग से 90° हटा देता है ? (**पटना**, '13)

4. एक बर्तन में एक सिक्का इस प्रकार रखा गया है कि बर्तन के बाजू से देखने पर वह दिखाई नहीं देता। बर्तन में पानी डालने से वह सिक्का दिखाई देने लगता है। **चित्र द्वारा इस घटना को समझाओ।** (**कलकत्ता**, '14)

एक वस्तु को 10 सें० मी० मोटी कांच की प्लेट में से देखा जाता है; वस्तु प्लेट से 2·5 सें० मी० पीछे है। वह कहां नजर आएगी ?
(**मद्रास**, '28) (**उत्तर**, पहले तल से 9·17 cms. दूर)

5. कांच के घन की पेंदी में लगी हुई एक तस्वीर नीचे की ओर देखती हुई उस आंख को जो कांच में स्थित मानी जाय, कितनी ऊंची उठी हुई दिखाई पड़ेगी ? अगर वर्तनांक 1·6 हो, तो लंबरूप देखने में तस्वीर कितनी उठी हुई नजर आएगी ?
(**कलकत्ता**, '23, '33, '46) (**उत्तर**, $\frac{3}{4}$ t, यहाँ t घन की मोटाई है)

6. वर्तन के नियमों से प्रकाश के पूर्ण आन्तरिक परावर्त्तन की शर्तें मालूम करो। पूर्ण परावर्तन के आधार पर कुछ घटनाओं का वर्णन करो।
(**कलकत्ता**, '12, '16, '17, '21, '25, '28, '30, **पटना**, '19, 27)

7. अवतल दर्पण और उदग्र छड़ पर खिसकने वाले निर्देशक (pointer) की सहायता से किस प्रकार जल का वर्त्तनांक निकालोगे ? (**यू० पी० बोर्ड**, '33)

8. 'क्रांतिक कोण' और 'संपूर्ण परावर्तन' से क्या अभिप्राय है ? संपूर्ण परावर्तन के सिद्धान्त का उपयोग द्विनेत्री (binoculars) की रचना में किस प्रकार किया गया है ? (**यू० पी० बोर्ड**, '41, **पटना**, '34, '44, '46, **कलकत्ता**, '44, '46, **उत्कल**, '41, '51, **गोहाटी**, '49)
(टिप्पणी—प्रकाशिकीय यंत्रों के अंतर्गत देखिए)

9. संपूर्ण आंतरिक परावर्तन क्या है ? उसके दो उदाहरण दीजिए। संपूर्ण परावर्तन के आधार पर द्रव के वर्तनांक निकालने की किसी विधि का वर्णन कीजिए।
(**यू० पी० बोर्ड**, '35, '44, '45, '50, '52)

10. किसी विरल (rare) द्रव का वर्तनांक कैसे निकालोगे ? यदि वायु के सापेक्ष किसी द्रव का क्रांतिक कोण 45° हो, तो द्रव का वर्त्तनांक ज्ञात करो।
(**उत्तर**, $\sqrt{2}$) (**यू० पी० बोर्ड**, '50)

11. तीक्ष्ण (Caustic) वक्र से क्या अभिप्राय है ? उसके द्वारा वर्त्तनांक कैसे निकाला जाता है ?

12. क्या कारण है कि:—
(क) साधारण कांच की अपेक्षा हीरा अधिक चमकता है।
(ख) पानी के अन्दर हवा के बुलबुले चमकते हुए दिखाई देते हैं।
(ग) जब कोई शीशा चटक जाता है, तो उसकी चटकी हुई तह अधिक चमकीली दिखाई पड़ती है।

13. स्पष्ट रूप से समझाओ कि पानी से भरे हुए बीकर में खीर से पुती हुई एक गेंद डालने से वह चांदी की तरह सफेद क्यों दिखाई देती है। (**पटना**, '30, '45)
परिदर्शक का उपयोग और रचना समझाओ। (**यू० पी० बोर्ड**, '17, **पटना**, '30)

14. वर्तनांक से क्या अभिप्राय है, और वह किन बातों पर निर्भर होता है ?
(**यू० पी० बोर्ड**, '19, **पटना**, '31)
आवश्यक चित्र देकर द्रव का वर्तनांक निकालने की किन्हीं दो विधियों का वर्णन करो।
(**यू० पी० बोर्ड**, '42, **राजस्थान**, '52)

15. सिद्ध करो कि :—

   (i) त्रिपार्श्व में आपतित समान्तर किरणमाला त्रिपार्श्व से समान्तर किरणमाला के रूप में ही बाहर निकलती है।

   (ii) बहुत पतले त्रिपार्श्व में लगभग अभिलंब किरणों का विचलन त्रिपार्श्व के कोण के समानुपाती होता है।

16. त्रिपार्श्व से न्यूनतम विचलन की अवस्था में प्रतिबिंब अच्छा क्यों बनता है? चित्र खींच कर प्रतिबिम्ब की स्थिति दिखलाओ।

   यदि छोटे कोण के एक त्रिपार्श्व में न्यूनतम विचलन कोण 3° है और उसका कोण 5° है, तो त्रिपार्श्व का वर्तनांक क्या है। **(उत्तर**, 1·66)

17. क्रांतिक कोण की परिभाषा करो। यदि त्रिपार्श्व का कोण उस कांच के क्रांतिक कोण का दुगना हो, जिससे वह बना है, तो बताओ कि निर्गत किरणें नहीं प्राप्त होंगी। (**पटना**, '29)

18. प्रयोग द्वारा त्रिपार्श्व का वर्तनांक कैसे निकालोगे? (**पटना**, '25, '42, **कलकत्ता**, '45) तत्सम्बन्धित सूत्र का व्युत्पादन करो। (**पटना**, '49)

   यदि त्रिपार्श्व का वर्तनांक= $\sqrt{2}$ हो और आवर्त्तक कोण 60° हो, तो न्यूनतम विचलन का कोण क्या होगा? (**ढाका**, '30) (**उत्तर**, '30°)

19. सिद्ध करो कि न्यूनतम विचलन की स्थिति में, किरण त्रिपार्श्व में से संमित रूप से (symmetrical) जाती है। (**ढाका**, '30)

   एक प्रकाश की किरण $\sqrt{3}$ वर्तनांक के त्रिपार्श्व में से इस तरह गुजरती है कि आपतन कोण, निर्गत कोण का दुगना है, तथा निर्गत-कोण, त्रिपार्श्व के कोण के बराबर है। सिद्ध करो कि त्रिपार्श्व का कोण 60° है। (**उत्कल**, '51)

20. 10 सें० मी० मोटे शीशे के गुटके के ऊपर 5 सें० मी० गहरी पानी की तह भरी हुई है। यदि गुटके के नीचे के तल पर स्थित किसी वस्तु को ऊपर से अभिलंबरूप देखा जाय, तो प्रतिबिंब की स्थिति की गणना करो।

   (**उत्तर**, गुटके के नीचे के तल से 4.44 सें०मी० ऊपर) (**लखनऊ पी०एम०टी०**, '55)

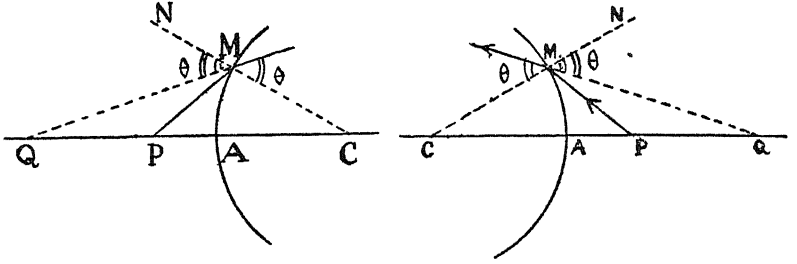
21. मरीचिका (Mirage) से क्या अभिप्राय है? (**यू० पी० बोर्ड**, '33)

   एक मनुष्य उदग्रतया नीचे की ओर एक जल से भरे कुंड में देख रहा है, जिसकी पेंदी 100 फीट की गहराई पर मालूम होती है। कुंड की वास्तविक गहराई क्या है? जल का वर्तनांक = 1·33 (**उत्तर**, 133 फीट)

अध्याय 5

वक्र तलों पर आवर्तन

(Refraction on Curve Surfaces)

अकेले गोलीय तल पर आवर्तन (Refraction at a single spherical surface)—

चित्र 77

मान लीजिए P किसी गोलीय तल के अक्ष पर एक विन्दु है, और वहां से निकल कर कोई किरण वक्र तल के M विन्दु पर पड़ती है। आवर्त्तन के कारण वह मुड़ जाती है, और दूसरे माध्यम में रखी आंख को अक्ष के विन्दु Q से आती हुई प्रतीत होती है। अस्तु आवर्त्तन के कारण विन्दु स्रोत P का प्रतीयमान प्रतिबिम्ब Q है। यहां हम मान लेंगे कि गोलीय तल का विवर अत्यन्त छोटा है, इसलिये $PM=PA=u$ और $QM=QA=v$, $CA=r$ (यहां r, वक्र तल की त्रिज्या मान ली गई है।) i एवं θ क्रमश: आपतन कोण और वर्तन-कोण को प्रकट करते हैं।

अवतल धरातल :—

$$\triangle PMC \text{ में}, \frac{PM}{\sin PCM} = \frac{PC}{\sin PMC}$$

$$\text{या}, \frac{PA}{\sin C} = \frac{PC}{\sin i}\text{ ; अर्थात}, \frac{u}{\sin C} = \frac{r-u}{\sin i}$$

$$\text{इसी प्रकार } \triangle QMC \text{ में}, \frac{QM}{\sin C} = \frac{QC}{\sin \theta}$$

$$\text{या}, \frac{QA}{\sin C} = \frac{QC}{\sin \theta}; \quad \text{अर्थात}, \frac{v}{\sin C} = \frac{r-v}{\sin \theta}$$

उतल धरातल—

$\triangle PMC$ में, $\dfrac{PM}{\sin PCM} = \dfrac{PC}{\sin PMC}$

या, $\dfrac{PA}{\sin C} = \dfrac{PC}{\sin(180-i)}$,

अर्थात् $\dfrac{u}{\sin C} = \dfrac{u+(-r)}{\sin i} = \dfrac{u-r}{\sin i}$

$\triangle\ QMC$ मे, $\dfrac{QM}{\sin C} = \dfrac{QC}{\sin QMC}$ या, $\dfrac{QA}{\sin C} = \dfrac{QC}{\sin\ (180-\theta)}$

अर्थात् $\dfrac{-v}{\sin\ C} = \dfrac{v+(-r)}{\sin\ \theta}$

$\therefore \quad \dfrac{r}{\sin\ C} = \dfrac{r-v}{\sin\theta}$

अस्तु, दोनों प्रकार के तलों के लिए,

$\dfrac{u}{\sin\ C} = \dfrac{r-u}{\sin\ i}$ और $\dfrac{v}{\sin\ C} = \dfrac{r-v}{\sin\ \theta}$

इन समीकरणों को भाग देने पर,

$$\frac{\dfrac{u}{\sin\ C}}{\dfrac{v}{\sin\ C}} = \frac{\dfrac{r-u}{\sin\ i}}{\dfrac{r-v}{\sin\ \theta}}$$

अर्थात् $\dfrac{u}{v}. = \dfrac{r-u}{r-v}.\ \dfrac{\sin\ \theta}{\sin\ i}$

$= \dfrac{r-u}{r-v}.\ \mu_{21}$

$= \dfrac{r-u}{r-v}.\ \dfrac{1}{\mu_{12}}$

$\therefore\ \mu_{12}.\ u(r-v) = v(r-u)$ या $\mu_{12}(ur-uv) = (vr-uv)$

uvr से भाग देने पर, या,

$$\mu_{12}\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{u} - \frac{1}{r}$$

या, $\dfrac{\mu_{12}}{v} - \dfrac{\mu_{12}}{r} = \dfrac{1}{u} - \dfrac{1}{r}$

$\therefore \quad \dfrac{\mu_{12}}{v} - \dfrac{1}{u} = \dfrac{\mu_{12}-1}{r}$

अब यदि पहला माध्यम वायु हो, तो प्रचलित संकेतों के अनुसार μ_{12} को हम μ लिख सकते हैं।

$$\text{अस्तु,}\quad \frac{\mu}{v}-\frac{1}{u}=\frac{\mu-1}{r}$$

सूत्र के व्युत्पादन की दूसरी विधि :—मान लीजिए PM, QM और CM, अक्ष से क्रमशः α, β और γ कोण बनाते हैं। ये सब न्यून कोण हैं।

अवतल धरातल के लिए $i=\alpha-\gamma$ और $\theta=\beta-\gamma$.

यदि M की प्रधान अक्ष से दूरी h हो, और कोण छोटे हों तथा रेडियनों में व्यक्त किए जाएं, तो

$$\mu=\frac{\sin i}{\sin\theta}=\frac{i}{\theta}\ \text{(लगभग)}=\frac{\alpha-\gamma}{\beta\alpha\gamma}=\frac{\frac{h}{u}-\frac{h}{r}}{\frac{h}{v}-\frac{h}{r}}=\frac{1}{u}-\frac{1}{r}$$

$$\therefore\ \mu\left(\frac{1}{v}-\frac{1}{r}\right)=\frac{1}{u}=\frac{1}{r},\quad \text{अर्थात्}\quad \frac{\mu}{v}-\frac{1}{u}=\frac{\mu-1}{r}$$

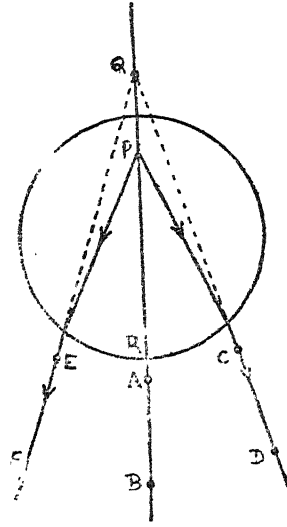
उतल धरातल के लिये $i=\alpha+\gamma$ और $\theta=\beta+\gamma$

$$\therefore\ \mu=\frac{i}{\theta}\ \text{(लगभग)}=\frac{\alpha+\gamma}{\beta+\gamma}=\frac{\frac{h}{u}+\left(\frac{h}{-r}\right)}{\frac{h}{v}+\left(\frac{-r}{h}\right)}$$

$$\text{अर्थात्}\ \frac{\mu}{v}-\frac{1}{u}=\frac{\mu-1}{r}.$$

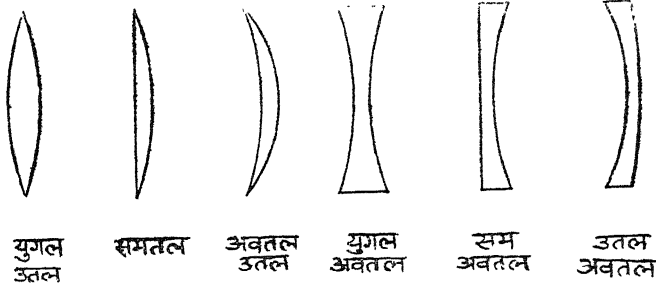
यदि हम किसी प्रकार आंख बाईं ओर वाले माध्यम में रख सकें, तो P का प्रतिबिम्ब Q पर दिखलाई देगा।

इस सूत्र की सत्यता प्रमाणित करने के लिए डा० क्ले (clay) ने एक उपकरण की रचना की। एक गोलाकार कांच की प्याली में (जिसका व्यास 15–20 सें०मी० हो) पानी भर कर उसे एक ड्राइंगबोर्ड पर रख देते हैं। फिर एक चौड़े धातु के टुकड़े में एक लम्बी पिन लगाकर P स्थान पर रख देते हैं। फिर व्यास की दिशा से थोड़ा आंख हटाकर देखने से P का प्रतिबिम्ब Q पर बनता हुआ मालूम होता है। P और Q की दूरी व्यास की दिशा में वक्रतल से नाप लेते हैं। यह दूरी उसी ओर से ली जाती है, जिस ओर आंख व्यवस्थित है। उपरोक्त सूत्र में μ के स्थान पर $\mu_{wa}=1/\mu_{aw}=1/1{\cdot}33$ रखना पड़ेगा। प्याली के चारों ओर रेखा खींच कर आवर्तित किरणों को पीछे बढ़ा कर मिला देते हैं।

यदि वस्तु बहुत दूर हो, तो आपतित किरणें समान्तर मानी जा सकती है। आवर्तन के पश्चात् वे सब एक विन्दु पर मिलती हैं, जो द्वितीय मुख्य नाभि कहा जाता है। सूत्र द्वारा, जब $1/u=0$, तो $v=f_2=\mu r/\mu-r$; इसी प्रकार एक विन्दु ऐसा मिलेगा, जिससे किरणें निकल कर आवर्तन के पश्चात् समान्तर हो जाती हैं। इस समय $v=\infty$; इस कारण $u=f_1=-r/(\mu-1)$

गोलाकार तलों से आवर्त्तन तभी किसी उपयोग में लाया जा सकता है, जब प्रकाश फिर हवा में आ जावे। ऐसी स्थिति में दो बार आवर्त्तन होगा।

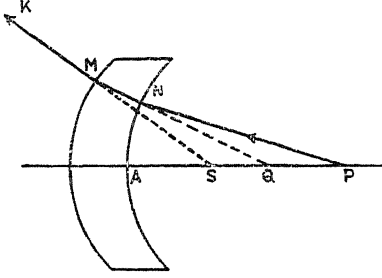
चित्र 78

लैंस (Lens)—लैंस एक पारदर्शक आवर्त्तक माध्यम होता है, जो दो तलों से आवृत हो; यह अधिकतर गोलाकार अथवा बेलनाकार होता है।

गोलीय लैंस मुख्यतः दो जातियों के होते हैं। जो लैंस बीच में मोटे और किनारे पर पतले होते हैं, उन्हें उतल, और जो बीच में पतले तथा किनारों पर मोटे होते हैं, उन्हें अवतल कहते हैं। आकृति के अनुसार उतल लैंस तीन प्रकार के होते हैं। (i) युगल उतल (Bi-convex) जिसके दोनों तल, उतल होते हैं (ii) समतल

चित्र 79

(Plano-convex) जिसका एक तल, समतल और दूसरा उतल होता है। (iii) अवतल-उतल (concavo-convex) जिसका एक तल अवतल और दूसरा उतल होता है। इसी प्रकार अवतल लैंस भी तीन प्रकार के होते हैं। (i) युगल-अवतल (Bi-concave) (ii) सम-अवतल (Plano-convex) एवं (iii) उतल अवतल (Plano concave)

दो गोलीय तलों पर आवर्तन—मान लीजिए, दो गोलीय तलों, की एक उभयनिष्ट अक्ष है, और उनके अर्धव्यास, क्रमशः r_1 और r_2 हैं। (चित्र 80, पृष्ठ 442)

प्रथम तल पर वर्त्तन के कारण, आपतित किरण PN, NM दिशा में मुड़ जायगी और दूसरे माध्यम में रखी हुई आंख को अक्ष के Q विन्दु से आती हुई मालूम होगी। दूसरे तल पर आवर्त्तन के कारण NM किरण, MK दिशा में मुड़ जायगी, और उसी सीध में अक्ष के विन्दु S से आती हुई मालूम होगी।

चित्र 80

अस्तु, पहले आवर्त्तन के कारण, P का प्रतीयमान प्रपिबिंब Q बनता है। दूसरे तल के लिए, Q एक प्रतीयमान वस्तु का (virtual object) काम करता है, जिसकी लेंस के तल से दूरी v' मानी जा सकती है। अंतिम प्रतिबिंब S पर, प्रतीयमान अथवा वास्तविक बनता है।

पहले तल पर आवर्तन के लिए, $\left(\text{सूत्र} = \frac{\mu}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu-1}{r}\right.$ के अनुसार $\left.\right)$

$$\frac{\mu_{12}}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{\mu_{12}-1}{r_1} \qquad \text{(i)}$$

दूसरे तल पर आवर्तन के कारण

$$\frac{\mu_{21}}{v} - \frac{1}{v'} = \frac{\mu_{21}-1}{r_2} \qquad \text{(ii)}$$

अर्थात्, $$\frac{1}{v} - \frac{\mu_{12}}{v} = \frac{1-\mu_{12}}{r_2} \qquad \text{(iii)}$$

(i) और (ii) को जोड़ने से,

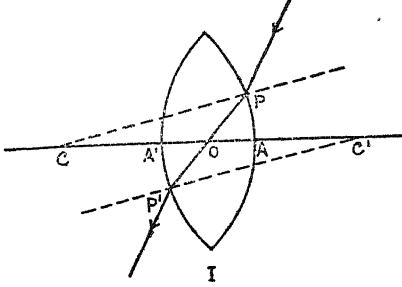
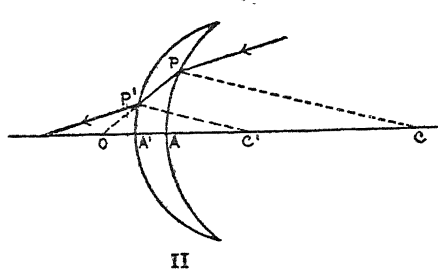
$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu_{12}-1}{r_1} + \frac{1-\mu_{12}}{r_2} = \frac{\mu_{12}-1}{r_1} - \frac{\mu_{12}-1}{r_2}$$

$$= (\mu_{12}-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

जब $u = \infty$, तो $v = f$

$$\therefore \frac{1}{f} = (\mu_{12}-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

इस सूत्र को लेंस निर्माता का सूत्र भी कहा जाता है।

प्रकाश केन्द्र :—

चित्र 81(i) चित्र 81(ii)

मान लीजिए C और C' लैंस के दोनों तलों के वक्रता केन्द्र हैं। गोलीय लैंसों के लिए CC' प्रधान अक्ष होगी। C से प्रथम वक्रतल पर किसी अर्धव्यास CP को खींचो और C' से इसके समान्तर दूसरे वक्रतल का अर्धव्यास $C'P'$ खींचो। वक्र तलों पर P और P' के निकटवर्ती वक्रतलीय क्षेत्र समान्तर हैं, (क्योंकि उनके अभि-लंब CP और $C'P'$ समान्तर हैं) इसलिये जो किरण पहले वक्रतल पर P विन्दु पर आपतित होकर P' द्वारा दूसरे वक्र तल से बाहर निकल जाती है, वह निर्गमन के पश्चात् समान्तर दिशा में चली जाती है। P विन्दु पर विभिन्न दिशाओं से आने वाली अनेकों किरणों में से केवल एक ऐसी होगी, जिसकी दिशा ऐसी होगी कि प्रथम तल पर आवर्तन के पश्चात् वह P' से गुजरे। P और P' से एक किरण मार्ग PP' निर्धारित होता है। इसी प्रकार C और C' से अन्य समान्तर दिशाओं में खींची गई त्रिज्याओं के सिरों पर इस प्रकार के विन्दु युग्म (Pairs of points) मिलते हैं कि उनके द्वारा निर्धारित मार्गों से माध्यम के भीतर चलने वाली किरण के आपतन और निर्गम मार्ग समान्तर होंगे। विन्दुओं के प्रत्येक जोड़े के अनुरूप आपतित किरण की एक निश्चित दिशा होगी। हम सिद्ध कर सकते हैं कि इस प्रकार की किरणें एक निश्चित विन्दु पर काटती हैं, या काटती हुई प्रतीत होती हैं, जो प्रधान अक्ष पर होता है। इस विन्दु को प्रकाश केन्द्र कहते हैं।

प्रकाश-केन्द्र लैंस के भीतर भी पड़ सकता है, और बाहर भी। यहां हम दोनों प्रकार के लैंसों के उदाहरण लेंगे।

मान लो PP', अक्ष CC' को O विन्दु पर काटता है, अथवा PP' को बढ़ाने से अक्ष के विन्दु O पर मिलता है।

हम जानते हैं कि $\angle PCO$ = एकान्तर कोण $P'C'O$

और, $\angle OCP$ = एकान्तर कोण $OC'P'$

$\therefore$ $\triangle OCP$ और $OC'P'$ एकसमान (similar) हैं।

मान लो कि R_1 और R_2 क्रमशः वक्रतलों के अर्धव्यास हैं।

व्यक्त रूप में $CA=CP=R_1$, $C'A'=C'P'=R_2$.

एकसमान (similar) $\angle OCP$ और $OC'P'$ से,

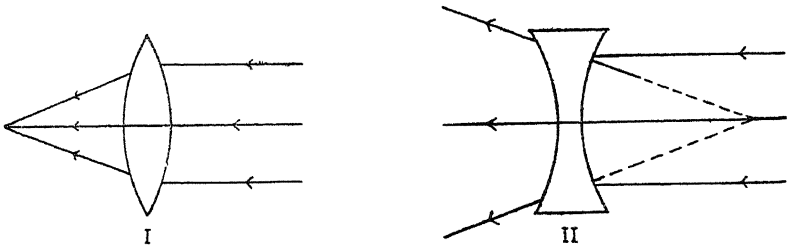
$$\frac{OC}{OC'}=\frac{CP}{C'P'}=\frac{CA}{C'A'}=\frac{CA\sim OC}{C'A'\sim OC'}=\frac{OA}{OA'}$$

अस्तु, $\frac{OA}{OA'}=\frac{CP}{C'P'}=\frac{R_1}{R_2}$

अस्तु, O, एक निश्चित् विन्दु है, जिसे प्रकाश विन्दु (optical centre) कहते हैं।

प्रकाश-विन्दु, वह विन्दु है जिससे गुजरने वाली अथवा गुजरती हुई प्रतीत होनेवाली किरणों के संगत आपतित और निर्गत किरणें समान्तर हों, यह लैंस के भीतर प्रधान अक्ष के अंतःक्षिप्त रेखा खंड को आंतरिक अथवा वाह्य रूप से, (internally or externally) तत्संबद्ध वक्रता त्रिज्याओं के अनुपात में विभक्त करता है।

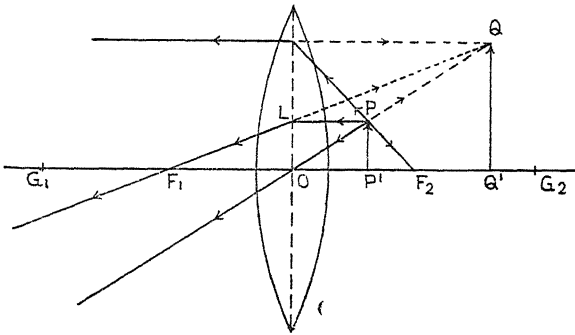
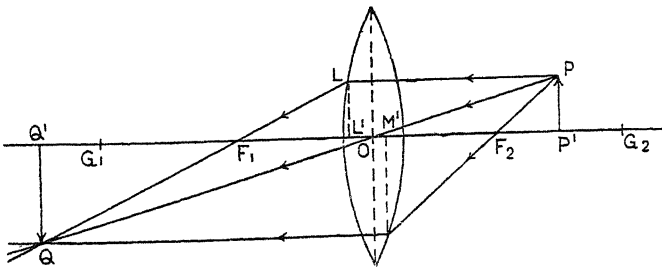
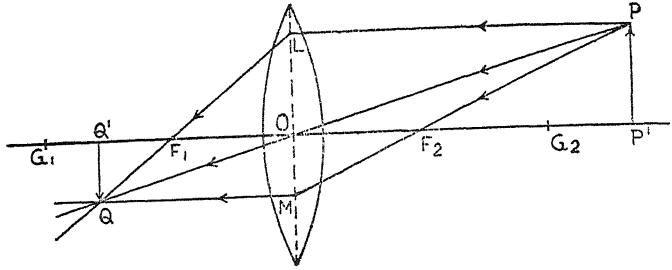
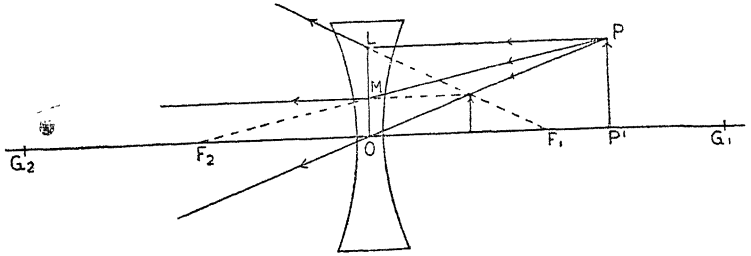
यह स्पष्ट है कि जिस प्रकार आयताकार शीशे की पटिया में निर्गत और आपतित किरणों समान्तर होती हैं, पर उनमें शीशे की मोटाई के अनुसार पार्श्विक स्थानान्तर (lateral displacement) होता है, उसी प्रकार प्रकाश केन्द्र से गुजरने वाली किरणों में भी पार्श्विक स्थानांन्तर लैंस की मोटाई के अनुसार होता है। पतले लैंस के लिए हम मान सकते हैं कि प्रकाश केन्द्र से गुजरने वाली या गुजरती हुई प्रतीत होने वाली किरणें अविचलित चली जाती हैं।

लैस, त्रिपार्श्वों का सुनियमित समूह होता है—

चित्र 65

यदि किसी उतल लैंस पर अक्ष के समान्तर किरणें डाली जायें, तो वे आवर्तन के पश्चात् दूसरी ओर एक विन्दु पर संसृत (converge) होती हैं, जिसे लैंस का मुख्य अथवा प्रथम संगम कहते हैं। यह विंदु लैंस से आपतित किरणों की दिशा में रहता है। इसलिए उतल लैंस का संगमान्तर ऋणात्मक होता है। लैंस के दूसरी ओर उतनी ही दूर पर स्थित विन्दु को गौण या द्वितीय संगम कहते हैं।

इसी प्रकार अवतल लैंस में अक्ष के समान्तर किरणें उसी ओर के एक विन्दु से अपसृत (diverge) होती हुई प्रतीत लैंस के दूसरी ओर उतनी ही दूर पर द्वितीय संगम पर मिलती हैं। प्रथम संगम की स्थिति के अनुसार अवतल लैंसों के संगमान्तर धनात्मक माने जाते हैं। संसृत या अपसृत करने वाले गुण को समझने के लिए हम लैंस को दो त्रिपार्श्वमालाओं से मिल कर बना हुआ समझ सकते हैं। संसृतिकारक (convergent) लैंस में दो त्रिपार्श्वमालाएं होती हैं, जिनका आधार एक रेखा पर मिलता है; ऊपर नीचे की ओर इन त्रिपार्श्वों का कोण बड़ा हो जाता है। इस रेखा से दूर होने पर त्रिपार्श्वों का कोण और विचलन भी बढ़ता जाता है। त्रिपार्श्वों की संख्या बढ़ने से और उनकी ऊंचाई क्रमशः कम होने से लैंसों की आकृति प्राप्त हो जाती है।

इसी प्रकार अवतल लैंस का अनुच्छेद इस प्रकार का माना जा सकता है कि वह वहुत से त्रिपार्श्वों से मिलकर बना है, जिनका कोण अक्ष की ओर हैं।

लैंस में प्रतिबिम्बों का निर्माण :—

चित्र 83 (i)

चित्र 83 (ii)

चित्र 83 (iii)

चित्र 83 (iv)

यहां हम तीन प्रकार की किरणों को बनाएंगे—

(i) जो किरण प्रधान अक्ष के समानान्तर लैंस पर L विन्दु पर पड़ती है, वह आवर्तन के पश्चात् प्रथम संगम F_1 से गुजरती है, अथवा गुजरती हुई प्रतीत होती है। L' प्रधान अक्ष पर L का प्रक्षिप्त विन्दु है।

(ii) जो किरण द्वितीय संगम F_2 से गुजरती है, अथवा गुजरती हुई प्रतीत होती है, वह M विन्दु पर लैंस से टकराती है और आवर्तन के पश्चात् प्रधान अक्ष के समान्तर हो जाती है। M' प्रधान अक्ष पर M का प्रक्षिप्त विन्दु है।

(iii) जो किरण प्रकाश-केन्द्र से होकर जाती है, वह अविचलित चली जाती है। L', M' और O को हम संपातित (coincident) मानेंगे।

यहां हम पतले लैंसों पर विचार करेंगे। लैंस के भीतर किरणों के मार्गों की लंबाइयां त्याज्य मानी जा सकती हैं। मान लीजिए PP' प्रधान अक्ष के लंबवत् कोई वस्तु रखी है, और QQ' उसका प्रतिबिम्ब है। G_1 और G_2, प्रधान अक्ष पर, लैंस से प्रथम संगम और द्वितीय संगम की दूरियों से दुगनी दूर स्थित विन्दु हैं।

उतल लैंस में वस्तु की तीन स्थितियों पर विचार किया गया है (i) जब वस्तु, प्रकाश केन्द्र O और द्वितीय संगम F_2 के बीच व्यवस्थित है। इस स्थिति में प्रतिबिम्ब

प्रतीयमान, सीधा और वस्तु से बड़े आकार का होता है। जिस ओर वस्तु रखी जाती है, उसके दूसरी ओर से देखने पर यह वस्तु की ओर बना हुआ प्रतीत होता है। (ii) जब वस्तु F_2 और G_2 के बीच रहती है, तो प्रतिबिंब दूसरी ओर वास्तविक, उल्टा और वस्तु से बड़ा होता है, तथा G से परे होता है। (iii) जब वस्तु G_2 से परे होती है, तो प्रतिबिम्ब वास्तविक, उल्टा और वस्तु से छोटा होता है, तथा दूसरी ओर F_1 एवं F_2 के बीच बनता है।

अवतल लैंस में प्रतिबिम्ब सदैव प्रतीयमान, सीधा और वस्तु से छोटे आकार का होता है, तथा O एवं F_1 के बीच उसी ओर बनता हुआ प्रतीत होता है। और सब स्थितियां इन्हीं के सीमांत उदाहरण हैं।

वस्तु एवं प्रतिबिम्ब की लैंस से दूरियों को क्रमशः u और v द्वारा प्रकट किया जाता है। यदि दूरियों को संगमों से लिया जाय, तो द्वितीय संगम से वस्तु की दूरी को x तथा प्रथम संगम से प्रतिबिंब की दूरी को x' द्वारा व्यक्त करते हैं। यहां पूर्वनिर्दिष्ट पुरानी चिह्न प्रणाली का प्रयोग किया गया है। लैंसों के विवर (aperture) छोटे माने गए हैं।

(i) समान त्रिभुजों में POP' और QOQ' द्वारा उतल लैंस के,

पहले चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'}=m=\frac{OQ'}{OP'}=\frac{v}{u}$

द्वितीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'}=-m=\frac{OQ'}{OP'}=\frac{-v}{u}$ या, $m=\frac{v}{u}$

तृतीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'}=-m=\frac{OQ'}{OP'}=\frac{-v}{u}$ या, $m=\frac{v}{u}$

चतुर्थ चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'}=m=\frac{OQ'}{OP'}=\frac{v}{u}$

$\therefore$ प्रत्येक स्थिति में, $m=v/u$

(ii) समान त्रिभुजों में $MM'.F_2$ और $PP'F_2$ के द्वारा,

प्रथम चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'}=m=\frac{MM'}{PP'}=\frac{OF_2}{P'F_2}=\frac{-f}{u-f}=\frac{-f}{-x}$

अर्थात, $m=\frac{f}{u+f}=\frac{f}{x}$.

द्वितीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'}=-m=\frac{MM'}{PP'}=\frac{OF_2}{F_2P'}=\frac{-f}{u-(-f)}=\frac{-f}{x}$

अर्थात, $m=\frac{f}{u+f}=\frac{f}{x}$

तृतीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{MM'}{PP'} = \frac{OF_2}{F_2P'} = \frac{-f}{u-(-f)} = \frac{-f}{x}$

$$\therefore \quad m = \frac{f}{u+f} = \frac{f}{x}.$$

चतुर्थ चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{MM'}{PP'} = \frac{OF_2}{F_2P'} = \frac{f}{x}$

$\therefore$ प्रत्येक स्थिति में, $m = f/x$

(iii) समान त्रिभुजों $LL'F_1$ और $QQ'F_1$ द्वारा,

प्रथम चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{QQ'}{LL'} = \frac{F_1Q'}{F_1L'} = \frac{-f+v}{-f} = \frac{x'}{-f}$

$$m = \frac{f-v}{f} = \frac{x'}{f}$$

द्वितीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{QQ'}{LL'} = \frac{F_1Q'}{F_1L'} = \frac{-v-(-f)}{-f} = \frac{-x}{-f}$

$$m = \frac{f-v}{f} = \frac{-x}{f}.$$

तृतीय चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = -m = \frac{QQ'}{LL'} = \frac{F_1Q'}{F_1L'} = \frac{-v-(-f)}{-f} = \frac{x'}{-f}$

$$m = \frac{f-v}{f} = \frac{x'}{-f}$$

चतुर्थ चित्र में, $\frac{QQ'}{PP'} = m = \frac{QQ'}{LL'} = \frac{F_1Q'}{F_1L'} = \frac{f-v}{f} = \frac{-x'}{f}$

$$m = \frac{f-v}{f} = \frac{-x'}{f}.$$

$\therefore$ प्रत्येक स्थिति में, $m = \frac{f-v}{f} = \frac{-x'}{f}.$

इन सब सूत्रों को संयुक्त करने पर हम इस परिणाम पर पहुंचते हैं कि लैंसों के लिए

$$m = \frac{v}{u} = \frac{f}{u+f} = \frac{f}{x} = \frac{f-v}{f} = \frac{-x'}{f}$$

ये सूत्र दो प्रकार के हैं। यदि हम वे सूत्र लें, जिनमें u, v तथा f में संबंध व्यक्त है, और किन्हीं दो का संयोजन करें, तो u, v तथा f में संबंध प्रकट करने वाला सूत्र मिलता है।

उदाहरणार्थ, $\frac{v}{u}=\frac{f}{u+f}$ अर्थात $v(u+f)=fu$

या, $vu+fv=fu$

$\therefore fu-fv=uv$

uvf से भाग देने पर,

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f}.$$

वे सूत्र जिनमें दूरियां संगमों से ली गई हैं, न्यूटन के सूत्र कहलाते हैं।

$$\because m=\frac{f}{x}=\frac{-x'}{f}$$

$$\therefore xx'=-f^2 \quad \text{अर्थात,} \; x'=\frac{-f^2}{x} \; \text{और} \; m=\frac{f}{x}$$

इन सूत्रों द्वारा प्रतिबिंब की स्थिति, प्रकृति एवं आकार का कलन सुगमता से किया जाता है :

यहां हम कुछ स्थितियों में प्रतिबिंब का आकार और स्वरूप बताएंगे।

(i) जब वस्तु की दूरी, (प्रकाश-केन्द्र से) संगमान्तर से कम होती है, तो एक प्रतीयमान, बड़ा और सीधा प्रतिबिंब बनता है।

(ii) जब वस्तु की दूरी संगमान्तर से अधिक और उसके दुगने से कम होती है, तो प्रतिबिंब उल्टा, वास्तविक और वस्तु से बड़े आकार का होता है। उसकी स्थिति लैंस के दूसरी ओर संगमान्तर की दुगुनी दूरी से अधिक होती है।

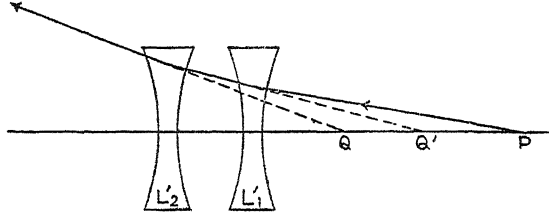
(iii) जब वस्तु संगम पर होती है, तो प्रतिबिंब अनंत आकार का अनंत पर बनता है।

(iv) जब वस्तु संगमान्तर से दुगनी दूरी पर होती है, तो प्रतिबिंब लैंस के दूसरी ओर संगमान्तर की दुगनी दूरी (उतनी ही दूरी पर) पर उल्टा वास्तविक और बराबर आकार का बनता है।

(v) जब वस्तु की दूरी संगमान्तर के दुगने से अधिक होती है, तो प्रतिबिंब लैंस के दूसरी ओर संगमान्तर की दुगनी से कम दूरी पर बनता है। वह वास्तविक, उल्टा और वस्तु से कम आकार का होता है।

(vi) जब वस्तु अनंत पर होती है, तो उसका प्रतिबिंब संगम पर विन्दु के रूप में बनता है।

अवतल लैंसों में प्रतिबिंब सदैव प्रतीयमान और वस्तु से छोटे आकार का लैंस के उसी ओर बनता है। उसकी लैंस से दूरी संगमान्तर से कम होती है।

दो पतले लैंसों का संयोजन (Combination of Lenses)—मान लीजिए L_1 और L_2 दो एक ही अक्ष पर व्यवस्थित अक्षों को संस्पर्श में रखा गया है और इनके

चित्र 84

संगमान्तर क्रमशः f_1 एवं f_2 हैं। अक्ष पर रखी हुई किसी विन्दु स्रोत P से निकलने वाली किरणें एक लैंस पर आवर्तित होकर प्रतिबिंब Q' का निर्माण करती हैं। यह प्रतिबिंब दूसरे लैंस के लिए, प्रतीयमान वस्तु (virtual object) का काम करता है। अंतिम प्रतिबिंब Q, संयोजित लैंस द्वारा बने प्रतिबिंब को व्यक्त करता है।

मान लीजिए v' और v, Q' तथा Q की लैंस-पुंज से दूरियां हैं, औंर f_1 तथा f_2 क्रमशः लैंसों के संगमान्तर हैं। संयुक्त लैंस का संगमान्तर F माना जा सकता है।

पहले लैंस के लिए, $1/v'-1/u=1/f_1$

दूसरे लैंस के लिए, $1/v-1/v'=1/f_2$

इन दोनों को जोड़ने से, $1/v-1/u=1/f_1+1/f_2$

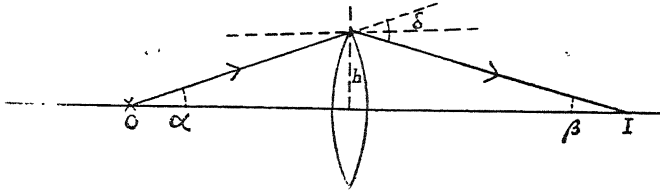
संयुक्त लैंस के लिए, $1/v-1/u=1/F$

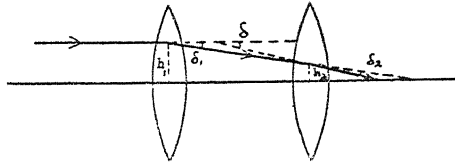
$$\therefore \quad 1/F=1/f_1+1/f_2$$

इसी प्रकार, यदि $f_1, f_2, \ldots f_n$ संगमान्तर के n लैंस प्रयुक्त हों तो संगमान्तर F निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त होगा : $1/F=1/f_1+1/f_2 \ldots\ldots 1/f_n$

मान लीजिए किसी लैंस में प्रधान अक्ष के किसी विन्दु O का प्रतिबिंब I है। लैंस पर पड़नेवाली किसी आपतित किरण का विचलन δ दोनों तलों के विचलनों, α और β के योग के बराबर होता है। दक्षिणावर्त (clock-wise) विचलन को, सुविधा के लिए धनात्मक माना जा सकता है। यदि आपतित किरण, प्रधान अक्ष से f ऊंचाई पर टकराती है, और कोणों को रेडियनों में व्यक्त किया जाय, तो प्रचलित संकेतों के अनुसार,

$$\delta=\alpha+\beta=\frac{h}{u}=\left(\frac{h}{-v}\right)=-h\left(\frac{1}{v}-\frac{1}{u}\right)=-\frac{h}{f}$$

अस्तु, किसी किरण का लैंस द्वारा विचलन केवल आपतन-विन्दु की ऊंचाई और लैंस के संगमान्तर ही पर निर्भर होता है, और आपतित किरण की दिशा का उस पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

चित्र 84(i)

अब मान लीजिए कि दो लैंस (जिनके संगमान्तर क्रमशः f_1 और f_2 हैं), एक दूसरे से d दूरी पर हैं, उनसे विचलन क्रमशः δ_1 और δ_2 हैं, तथा प्रधान-अक्ष के समान्तर किसी किरण के आपतन-विन्दु, अक्ष के सापेक्ष क्रमशः h_1 और h_2 ऊंचाइयों पर पड़ते हैं। संयुक्त लैंस का संगमान्तर पूर्ववत् F द्वारा व्यक्त करो। सब कोण रेडियनों में व्यक्त होना चाहिये।

चित्र 84(ii)

चित्रानुसार, $h_1 - h_2 = d.\delta_1$ ... ... (i)

संपूर्ण विचलन, $\delta = \delta_1 + \delta_2$ ... ... (ii)

$\therefore \frac{-h_1}{F} = \frac{-h_1}{f_1} - \frac{h_2}{f_2}$, अर्थात् $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{h_2}{h_1} \cdot \frac{1}{f_2}$ ... (iii)

प्रथम समीकरण से, $h_1 - h_2 = d\delta_1 = d.\left(\frac{f_1}{-h_1}\right)$, अर्थात् $h_1\left(1 + \frac{d}{f_1}\right) = h_2$

$$\text{या,} \quad \frac{h_2}{h_1} = 1 + \frac{d}{f_1}$$

समीकरण (iii) में यह मान रखने पर,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \left(1 + \frac{d}{f_1}\right) \cdot \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{d}{f_1 f_2}$$

यह सूत्र किसी भी प्रकार के दो लैंसों के लिए लागू होता है।

लैंस की क्षमता (Power of a Lens)—लैंस की क्षमता, संगमान्तर के विलोम (reciprocal) को कहते हैं। यदि इसे मीटरों में व्यक्त किया जाय, तो क्षमता डायोप्टर (Dioptres) इकाइयों में निकलती है।

प्रकाशविदों (opticians) के अनुसार अवतल लैंसों की क्षमता ऋणात्मक और उतल लैंसों की क्षमता धनात्मक होती है (यह हमारी चिह्न-प्रणाली के विपरीत है।)

यदि दो लैंसों को संयुक्त किया जाय, और यदि P_1 तथा P_2 उनकी क्षमताओं को व्यक्त करें, तो

$P = P_1 + P_2$ (यहां P, संयुक्त लैंस की क्षमता है।)

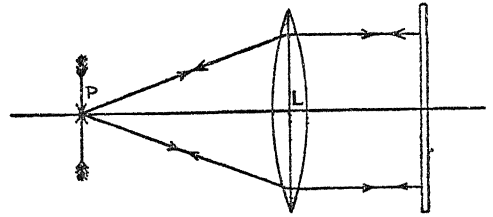
यदि विपरीत प्रकार के दो लैंस लिए जाएं, जिनके संगमान्तरों का (अर्थात् क्षमताओं का) संख्यात्मक मान बराबर हो, तो,

$P = O$, अस्तु संयुक्त लैंस, बिना क्षमता वाली शीशे की प्लेट की भांति कार्य करता है।

उतल लैंसों का संगमान्तर निकालने की विधियां—

मोटे रूप से, लैंस को धूप में रख कर, सूर्य का (अथवा किसी अन्य दूर की वस्तु का) प्रतिविम्ब पर्दे पर ले आते हैं (लैंस को धूप में रखने पर यदि किसी कागज को संगम पर रखा जाय तो वह जल उठेगा।) पर्दे से लैंस की दूरी, संगमान्तर को प्रकट करेगी।

मूलतः निम्न विधियों का प्रयोग किया जाता है।

(1) लैंस को प्रकाश मंच में लगाकर उसके पीछे एक समतल दर्पण को लगा देते हैं। फिर एक पिन को आगे पीछे खिसका कर इस प्रकार व्यवस्थित करते हैं कि उसका उल्टा प्रतिबिम्ब वहीं पर बने। इस स्थिति में पिन के प्रतिबिंब की नोक उल्टी होकर पिन की नोक से मिल जाती है। दर्पण की लैंस से दूरी का विशेष महत्व नहीं है। इसके दूर होने से प्रतिविम्ब धुंधला बनेगा, पर उसकी स्थिति में कोई परिवर्तन नहीं होगा। पिन से लैंस की दूरी संगमान्तर को प्रकट करेगी, क्योंकि लैंस से निर्गत किरणें समान्तर होकर दर्पण पर लंबवत् टकराती हैं और उसी मार्ग से लौट आती हैं।

चित्र 85

अंधेरे कमरे में पिन की बजाय एक स्वस्तिका सूत्र को लैंस के आगे रखा जाता है और उसे मोमबत्ती से दीप्त किया जाता है। फिर लैंस को आगे पीछे करके इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि सूत्र का स्वच्छ प्रतिविम्ब उसके पास ही बन जाये।

एक संशोधित विधि मे निर्गत किरणों का समान्तर होना दूसरे प्रकार से देखा जाता है। एक दूरबीन के अन्दर से दूर की किसी वस्तु की ओर देखा जाता है और उपनेत्र को बाहर की ओर खींच कर ऐसा आयोजित किया जाता है कि वस्तु साफ दिखाई देने लगे। कोई दूसरी वस्तु तभी साफ देखी जा सकती है जबकि उससे समान्तर किरणें आ रही हों। दूरबीन के उपदृश्य लैंस के सामने अपना लैंस रख कर उसके पीछे एक छपा हुआ

कागज रख देते हैं और दूरबीन के अन्दर से उसे देखते हैं। आगे पीछे सरका कर उसे इस प्रकार व्यवस्थित करते हैं कि वह साफ दिखाई दे। दूरबीन से कागज की दूरी, उपदृश्य लैंस का संगमान्तर प्रकट करती है।

इन विधियों में लैंस को वस्तु से थोड़ी ही दूर रखने पर काम चल जाता है। इसलिए अधिक संगमान्तर वाले लैंस के लिए ये उपयोगी हैं।

u–v विधि :—

(2) लैंस को प्रकाश मंच पर रख देते हैं। फिर एक पिन को एक ओर इस प्रकार रख देते हैं कि उसका उल्टा प्रतिबिंब दूसरी ओर दिखाई देने लगे। एक दूसरी पिन को खिसका कर उसे वस्तु-पिन (object) के प्रतिबिंब से संपातित (coincide) करा देते हैं। लैंस से दोनों पिनों की दूरी निकाल कर सूत्र $1/v-1/u=1/f$ द्वारा संगमान्तर की गणना करते हैं। अंधेरे में लैंस के एक ओर दीप्त स्वस्तिका सूत्र रख कर दूसरी ओर किसी पर्दे पर उसका स्वच्छ प्रतिबिम्ब प्राप्त किया जाता है।

कलन करने के लिए लेखाचित्रों का उपयोग लाभप्रद है। यदि संख्यात्मक मानों को प्रयोग किया जाय, तो वास्तविक प्रतिबिंब के लिए उतल लैंस का सूत्र, अवतल दर्पण का सूत्र हो जाता है। (यदि U, V, F क्रमश: u, v एवं f के संख्यात्मक मान हों, तो

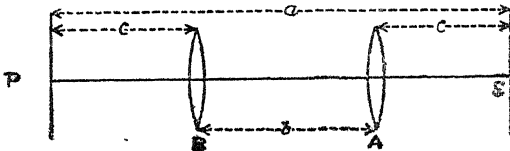
$u=u,\ v=-V$ और $f=-F$.

$$\therefore\ \frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f} \quad \text{इसलिए} \quad \frac{-1}{V}-\frac{1}{U}=\frac{-1}{F}$$

अर्थात्, $$\frac{1}{V}+\frac{1}{U}=\frac{1}{F}$$

लेखाचित्रों की विवेचना के लिए अवतल दर्पण के संगमान्तर निकालने की विधियां देखो

(3) स्थानान्तर विधि (Displacement method)—

जब किसी वस्तु की उतल लैंस से दूरी, संगमान्तर के दुगने से कम होती है (और संगमान्तर से अधिक होती है) तो उसका उल्टा और बड़ा प्रतिबिम्ब बनता है। प्रकाश का

चित्र 86

मार्ग उत्क्रमणीय (reversible) होता है, इसलिए, यदि वस्तु को उस स्थान पर रख दें, जहां प्रतिबिम्ब बनता है, तो उसका प्रतिबिम्ब उस स्थान पर बनेगा, जहां वस्तु पहले रखी हुई थी। यह प्रतिबिम्ब वस्तु से छोटा होगा। u और v के संख्यात्मक

मानों के व्युत्क्रम के कारण, इस दशा में अभिवर्धन, पिछली दशा के अभिवर्धन का विलोम (reciprocal) होगा। (अर्थात् इस दशा में वस्तु की लंबाई, प्रतिबिंब की लंबाई से उतना ही गुना बड़ी होगी, जितना गुना पहली दशा में प्रतिबिंब, वस्तु से बड़ा था) यदि वस्तु को हटाने की बजाय, लैंस ही को दूर हटाकर इस प्रकार आयोजित कर दें कि अब लैंस की वस्तु से, दूरी पिछली स्थिति में लैंस और पर्दे की दूरी के बराबर हो, तो दूसरी दशा में बननेवाला प्रतिबिंब अब पर्दे की प्रथम स्थिति पर बनेगा। स्पष्ट है कि यदि वस्तु और पर्दे को स्थिर रखा जाय, तो लैंस की प्रथम स्थिति की वस्तु से दूरी और दूसरी स्थिति में लैंस की पर्दे से दूरी, दोनों बराबर होंगी।

मान लीजिए कि ये बराबर दूरियां c हैं, और लैंस की दोनों स्थितियों में अन्तर b है। यदि a वस्तु और पर्दे के बीच की दूरी हो, तो $a=b+2c$ अर्थात् $c=(a-b)/2$.

मान लो कि x, y, z क्रमशः वस्तु की लंबाई तथा पहली और दूसरी स्थितियों में प्रतिबिम्बों की लम्बाई को सूचित करते हैं, और u, v के मान इन स्थितियों में क्रमशः u_1, v_1 तथा u_2, v_2 हैं।

$$u_1=c=\frac{a-b}{2} \qquad v_1=-(b+c)=-\left\{b+\frac{a-b}{2}\right\}=-\frac{a+b}{2}$$

$$u_2=b+c$$

$$=b+\frac{a-b}{2}=\frac{a+b}{2}, \quad v_2=-c=-\frac{a-b}{2}$$

लैंस के सूत्र $1/v-1/u=1/f$ में u, v के स्थान पर u_1, v_1 अथवा u_2, v_2 के मान रखने पर निम्न व्यंजक मिलता है।

$$-\frac{1}{(a+b)/2}-\frac{1}{(a-b)/2}=\frac{1}{f}$$

या, $$\frac{1}{f}=-2\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}\right)=-2\frac{\{(a-b)+(a+b)\}}{a^2-b^2}$$

$$=-2\times\frac{2a}{a^2-b^2}=-\frac{4a}{a^2-b^2}$$

$$\therefore f=-\frac{(a^2-b^2)}{4a}$$

जब, $b=0$, तो $u_1=a/2, \quad v_1=-a/2$

तथा, $u_2=a/2, \quad v_2=-a/2$

और $f=-a^2/4a = -a/4.$ अर्थात $a=-4f.$

$\therefore u_1=u_2=-2f.=a/2.$

अस्तु, जब वस्तु और पर्दे की दूरी, लैंस के संगमान्तर के संख्यात्मक मान की चौगुनी होगी, तो लैंस की एक ही स्थिति (दोनों के ठीक बीचोबीच) संभव है। इस समय वस्तु और उसका प्रतिबिंब समान आकार के होंगे।

अब यदि m_1 तथा m_2 लैंस की पहली और दूसरी स्थितियों में अभिवर्धनों को सूचित करें, तो,

$$m_1 = \frac{v_1}{u_1} = -\frac{(a+b)/2}{a-b/2} = -\left(\frac{a+b}{a-b}\right) = -\frac{y}{x}$$

$$m_2 = \frac{v_2}{u_2} = -\frac{(a-b)/2}{(a+b)/2} = -\left(\frac{a-b}{a+b}\right) = -\frac{z}{x}.$$

$$\therefore\ m_1 m_2 = \frac{yz}{x^2} = 1$$

$$\therefore\ x = \sqrt{yz}$$

प्रयोग करते समय यह ध्यान रखना चाहिए कि वस्तु और पर्दे की दूरी लैंस के संगमान्तर के संख्यात्मक मान के चौगुने से काफी अधिक होना चाहिए। अंधेरे कमरे में प्रयोग के लिए एक दीप्त स्वस्तिक सूत्र का प्रतिबिम्ब किसी पर्दे पर डालना चाहिए। उजाले में दीप्त वस्तु और पर्दे की बजाय दो पिनों का प्रयोग किया जाता है। लैंस को इस प्रकार खिसकाते हैं कि एक पिन का उल्टा प्रतिबिंब दूसरी पिन पर पड़े।

लैंस के प्रकाश-केन्द्र की स्थिति का परिणाम पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। सूत्र में u और v नहीं रहता। इसलिए लैंस की मोटाई के कारण उत्पन्न अशुद्धि नहीं रहती। इस कारण यह विधि उत्तम मानी गई है।

(4) **अभिवर्धन (magnification) के अनुसार प्रतिबिंब की दूरी विस्थापन की विधि —**

लैंस को स्थिर रख कर उसके एक ओर एक झिरी रखते हैं, जो ठीक एक सें० मी० चौड़ी होती है। प्रतिबिम्ब कागज के पर्दे पर लेते हैं, जिस पर मिलीमीटर के चिह्न अंकित होते हैं, जिससे अभिवर्धन का संख्यात्मक मान पढ़ लिया जा सके। यदि प्रतिबिम्ब, पैमाने के n खानों को छा लेता है, तो अभिवर्धन $m = n/20$ (क्योंकि एक खाने का मान $= \frac{1}{10}$ सें० मी०)

पहले, झिरी और पर्दे को इस प्रकार आयोजित करते हैं कि प्रतिबिंब के अभिवर्धन का संख्यात्मक मान एक हो जाय। अर्थात् प्रतिबिम्ब पैमाने के 10 खाने छा ले (प्रयोग में अभिवर्धन सदैव ऋणात्मक होगा, क्योंकि वास्तविक प्रतिबिंब उल्टा होता है)। फिर झिरी और पर्दे को आगे पीछे सरका कर ऐसा कर लो कि प्रतिबिम्ब क्रमशः दुगना, तिगुना इत्यादि क्रमशः बने (प्रतिबिम्ब क्रमशः 20, 30, 40 आदि खाने ढक ले)।

मान लो कि लेंस से पर्दे की दूरियां क्रमशः d_1, d_2, d_3 आदि हैं। अस्तु, $v_1 = -d_1, v_2 = -d_2, v_3 = -d_3$ आदि। सूत्र $m = (f-v)/f$ में इन मानों को रखने से निम्न व्यंजक मिलते हैं :—

$$-1 = \frac{f+d_1}{f}, \quad -2 = \frac{f+d_2}{f}, \quad -3 = \frac{f+d_3}{f}, \quad -4 = \frac{f+d_4}{f} \text{ आदि}$$

अर्थात् $f+d_1 = -f$, $f+d_2 = -2f, f+d_3 = 3f$.

$\therefore f = d_1 - d_2 = d_2 - d_3$ आदि।

(5) **टॉमसन की विधि** (Thomson's Method)—पिछली विधि के उपकरण का उपयोग इसमें भी किया गया है। इस विधि में पैमाना ठीक एक मीटर की दूरी पर रख दिया जाता है और झिरी को सरका कर एक साफ प्रतिबिम्ब बनाया जाता है। मान लो यह प्रतिबिम्ब n सें० मी० लम्बा है ; अस्तु अभिवर्धन $= -n$

$$\because m = \frac{f-v}{f}; \text{ यहां } v = -1 \text{ मीटर}; \quad \therefore -n = \frac{f+1}{f} = 1 + \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{1}{f} = -n-1, \text{ या } \frac{1}{f} = -(n+1), \text{ अर्थात् क्षमता (Power)}, P = n+1$$

इस प्रकार क्षमता बिना किसी कलन के निकाली जा सकती है। यह डाक्टरों के लिए सुविधाप्रद है।

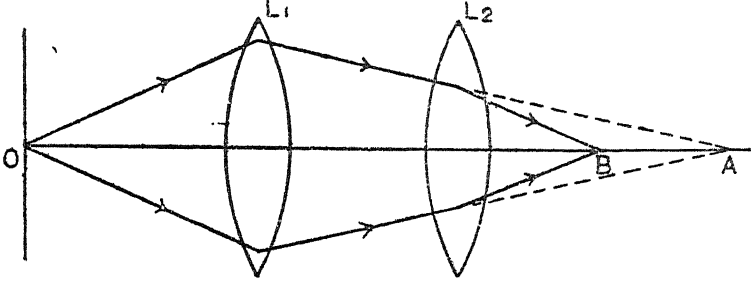
(6) **संयुक्त लेंस विधि** :—संगमान्तर कई मीटर होता है, तो यह विधियां बेकार हो जाती हैं। ऐसी स्थिति में उतल लेंस के साथ एक दूसरा कम संगमान्तर वाला उतल लेंस मिला देते हैं। इसे सहायक लेंस कहते हैं। संयुक्त लेंस का संगमान्तर, दिए हुए लेंस से कम हो जाता है। यदि f_1, f_2 एवं f प्रयोगात्मक, सहायक और संयुक्त लेंसों के संगमान्तर हों, तो,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

प्रयोग द्वारा (u–v विधि अथवा अथवा अन्य विधि से) f (संयुक्त लेंस का संगमान्तर) का मान निकाला जाता है। यदि सहायक लेंस का संगमान्तर f_2 ज्ञात हो तो f_1 का मान निकाला जा सकता है (यहां f_1, f_2 एवं f सब रिणात्मक हैं।) यदि लेंसों के बीच में दूरी d हो, तो निम्न-सूत्र मिलता है :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

(7) **सहायक स्थानान्तर विधि** (Auxiliary Displacement Method) :— पहले सहायक लेंस L_1 द्वारा किसी स्रोत O का प्रतिबिंब दूसरी ओर A पर प्राप्त किया

जाता है। फिर प्रयोगात्मक लैंस L_2 लगाने से प्रतिबिंब लैंस की ओर सरक कर B पर आ जाता है। प्रयोगात्मक लैंस L_2 के लिए A प्रतीयमान वस्तु (virtual object)

चित्र 87

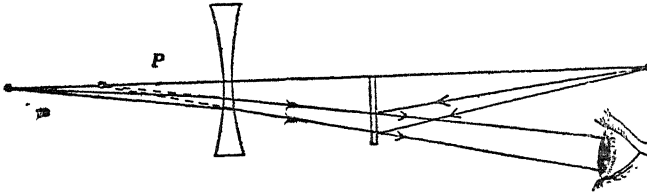
का काम करता है जिसका वास्तविक प्रतिबिंब B पर बनता है। मान लीजिए कि प्रयोगात्मक लैंस से A और B की दूरियां क्रमशः d_1 तथा d_2 हैं, और लैंस का संगमान्तर f है।

$$\because \quad \frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f}. \quad \text{यहां } u=-d_1,\ v=-d_2$$

$$\therefore \quad -\frac{1}{d_2}-\left(\frac{-1}{d_1}\right)=\frac{1}{f} \quad \text{या } \frac{1}{f}=\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}=\frac{d_2-d_1}{d_1 d_2}$$

$$\therefore \quad f=-\left(\frac{d_1 d_2}{d_1-d_2}\right)$$

अवतल लैंस के संगमान्तर निकालने की विधियां—

(1) **समतल दर्पण द्वारा**—किसी पिन को अवतल लैंस के पीछे रखने पर उसका प्रतीयमान प्रतिबिम्ब उसी ओर बनेगा जिसे दूसरी ओर से देखा जा सकता है। इसकी

चित्र 88

स्थिति निर्धारित करने के लिए दूसरी ओर एक समतल दर्पण इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि उसका परावर्तक तल, लैंस की ओर अभिमुख न हो। अब एक दूसरी पिन दर्पण के सामने इस प्रकार आयोजित करो कि उसका दर्पण में प्रतीयमान प्रतिबिंब, पहली

पिन के लैंस में प्रतीयमान प्रतिबिंब पर संपातित (coincide) हो। दर्पण को खिसका कर वह स्थिति प्राप्त कर लो कि दोनों प्रतिबिम्बों में लम्बन दूर हो जाये।

दूसरी पिन की दर्पण से दूरी, इन संपातित प्रतिबिंबों की दर्पण से दूरी के बराबर होगी क्योंकि समतल दर्पण में प्रतिबिंब उतना ही पीछे बनता है, जितनी दूर वस्तु उससे आगे की ओर रखी होती है। यदि प्रथम पिन की लैंस से दूरी a हो, तथा b और c क्रमशः द्वितीय पिन और लैंस की दर्पण से दूरियां हों, तो $u=a$, संपातित प्रतिबिंबों की दर्पण से दूरी $=b$, तथा प्रतिबिंबों की लैंस से दूरी$=b-c$.

$$\therefore v = +(b-c)$$

सूत्र $1/v-1/u=1/f$ में u और v के मान रखने पर

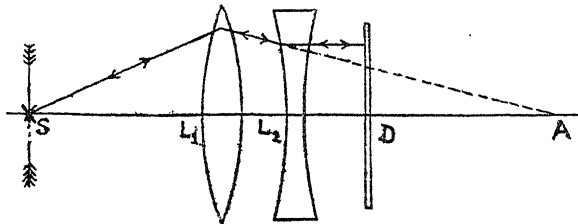
$$\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a}=\frac{1}{f} \quad \text{या} \quad \frac{1}{f}=\frac{a-(b-c)}{a(b-c)}=\frac{a-b+c}{a(b-c)}$$

$$\therefore \quad f=\frac{a(b-c)}{a-b+c}$$

(2) **संयुक्त लैंस विधि** (Combination Method)—कम संगमान्तर के किसी उतल लैंस को अवतल लैंस से मिलाने पर उतल संयुक्त लैंस बन जाता है। अकेले उतल लैंस और संयुक्त लैंस के संगमान्तर f_1, एवं F ज्ञात होने पर अवतल लैंस का संगमान्तर f_2 ज्ञात हो सकता है। सूत्र $1/F=1/f_1+1/f_2$ में f_1 तथा F ऋणात्मक होंगे।

यह ध्यान रहे कि संयुक्त लैन्स, उतल होना चाहिए। इसके लिए यह आवश्यक है कि उतल लैन्स की क्षमता अधिक होना चाहिए (क्योंकि लैंसों के संयोजन से क्षमताएं बीजगणितीय रूप से जुड़ जाती हैं)। अर्थात् उतल लैंस कम संगमान्तर का होना चाहिए।

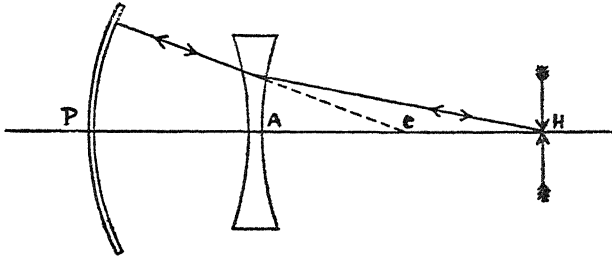
(3) **सहायक लैंस विधि** (Auxiliary lens Method) :—इसका विवरण सहायक उतल लैंस के संगमान्तर निकालने वाली विधियों के शीर्ष vii के अंतर्गत देखिए।

पहले सहायक लैंस के द्वारा प्रतिबिंब प्राप्त कर लो। फिर प्रयोगात्मक लैंस लगाने पर प्रतिबिंब लैंस से दूर हट जाता है। शेष कलन उसी प्रकार करते हैं।

चित्र 89

यदि अवतल लैंस को सरका कर ऐसे स्थान पर ले आवें कि L_2A उसके संगमान्तर के बराबर हो, तो निर्गत किरणें अक्ष के समान्तर हो जाती हैं। इस स्थिति में यदि किसी

समतल दर्पण को प्रकाश के मार्ग में अवतल लैंस के आगे लगा दें तो प्रकाश-स्रोत का उल्टा प्रतिबिम्ब, स्रोत ही पर बनेगा। इस स्थिति में L_2A अवतल ताल का संगमान्तर होगा।

दोनों प्रकार के लैसों का संगमान्तर गोलायमान (spherometer) द्वारा निकाला जा सकता है।

(4). अवतल दर्पण की सहायता से अवतल लैंस का संगमान्तर ज्ञात करना—

चित्र 90

एक अवतल दर्पण लेकर प्रकाश मंच पर एक पिन इस प्रकार व्यवस्थित करो कि उसका उल्टा प्रतिबिंब वहीं पर वन जाये। यह विन्दु दर्पण का वक्रता केन्द्र होगा। अब इस विन्दु और दर्पण के बीच किसी अवतल लैंस को व्यवस्थित कर दें, तो पिन को अपने प्रतिबिंब से पुनः संपादित कराने के लिए दर्पण से दूर ले जाना पड़ता है। अवतल लैंस के अभाव में यदि पिन की लैंस से दूरी को a द्वारा प्रकट करें और पिन की अंतिम स्थिति की लैंस से दूरी b हो, तो, $u=-a,\ v=-b.$

$$\therefore \frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f} \quad ; \quad \therefore -\frac{1}{b}-\left(-\frac{1}{a}\right)=\frac{1}{f}$$

या, $\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{b-a}{ab}$

घटिका कांच (Watch-glass) **द्वारा किसी द्रव का वर्त्तनांक निकालना**—एक बड़े घटिका कांच में द्रव भर लो और उसके ऊपर एक कांच की प्लेट रख दो। फिर घटिका कांच को किसी समतल दर्पण पर रख दो। अब एक क्षैतिज दिशा में व्यवस्थित पिन को ऊपर नीचे सरका कर अपने ही प्रतिबिम्ब से संपातित कर लो। इस स्थिति में द्रव के समोतल लैंस (plano-conxex) से निकल कर प्रकाश की किरणें समतल से टकराती हैं, और लंबवत् आपतित होकर उसी रास्ते से लौट आती हैं। अस्तु, पिन से घटिका कांच की दूरी द्रव लैंस के संगमान्तर के संख्यात्मक मान के बराबर होगी। फिर

घटिका कांच को जल से भर कर क्रिया दुहराने से जल के लैंस का संगमान्तर निकल आता है।

अब, $\frac{1}{f'}=(\mu'-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=-\left(\frac{\mu'-1}{r_2}\right)$

$$\frac{1}{f}=(\mu-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=-\left(\frac{\mu-1}{r_2}\right)$$

(यहां μ' और μ क्रमश: द्रव और जल के वर्तनांक हैं।)

$\therefore f'/f=(\mu-1)/(\mu'-1.)$ पानी का वर्त्तनांक μ मान कर μ' का मान निकाला जा सकता है।

समतल दर्पण और उतल लैंस द्वारा द्रव का वर्तनांक निकालना—पहले उतल लैंस को समतल दर्पण पर रख कर एक स्टैण्ड में किसी क्षैतिज पिन को ऊपर नीचे सरकाओ, जिससे पिन और उसके प्रतिबिम्ब में लंबन दूर हो जाय। फिर लैंस और दर्पण के बीच द्रव की कुछ बूंदें डाल दी जाती हैं और पिन को सरका कर पुन: उसमें और उसके प्रतिबिम्ब में लंबन दूर कर लेते हैं। मान लीजिए लंबन क्रमश: h_1 और h_2 ऊंचाइयों पर दूर होता है। यदि अकेले कांच के उतल लैंस तथा कांच और द्रव के उतल लैंसों से निर्मित लैंस के संगमान्तर क्रमश: f_1 और F द्वारा व्यक्त हों, तो $f_1=-h_1$ और $F=-h_2$.

यदि r_1 एवं r_2 क्रमश: कांच के युगलोतल (Bi-convex) लैंस के वक्रता अर्ध-व्यास हों, तथा r_1' एवं r_2' द्रव के समोतल (Plano-convex) लैंस के अर्धव्यास हों, तो $r_1'=r_2'$ एवं $r_2=\infty$

$$1/f_1=(\mu_{ag}-1)(1/r_1-1/r_2) \quad ...(i)$$

$$1/f_2=(\mu_{al}-1)(1/r_1'-1/r_2')=(\mu_{al}-1)(1/r_2-1/\infty)$$
$$=(\mu_{al}-1)./r_2$$

(यहां f_2, द्रव के लैंस का संगमान्तर है)

$$\because \ 1/F=1/f_1+1/f_2$$

$$\therefore \ 1/f_2=1/F-1/f_1=(\mu_{al}-1)/r_2.$$

$$\therefore \ \mu_{al}-1=r_2(1/F-1/f_1)=r_2 \ (1/h_1-1/h_2)$$

अर्थात्, $\mu_{al}=1+r_2(1/h_1-1/h_2)$ ... ... (ii)

r_2, द्रव के संस्पर्श में रखे हुए कांच के लैंस का वक्रता अर्धव्यास है। इस सूत्र द्वारा द्रव का वर्त्तनांक निकाल लेते हैं। यदि R_1' और R_2' क्रमश: r_1 एवं r_2 के संख्यात्मक मानों को व्यक्त करें, तो $r_1=-R_1$ एवं $r_2=+R_2$

$$\therefore \ 1/f_1=(\mu_{ag}-1)(-1/R_1-1/R_2)=-(\mu_{ag}-1)(1/R_1+1/R_2) \ (iii)$$

यदि R_1 और R_2 वराबर हैं, और उनको हम R द्वारा व्यक्त करें, तो

$R_1=R_2=R$

$\therefore\ 1/f_1=-(\mu_{ag}-1)(1/R+1/R)=-2/R\ (\mu_{ag}-1)$

यदि हम μ_{ag} को 1·5 मान लें, तो

$1/f_1=-2/R\times(1{\cdot}5-1)=-2\times{\cdot}5/R=-1/R$

$\therefore\ f_1=-R$ (iv)

अब, $\because\ r_1=-R$ एवं $r_2=+R$; $\therefore\ r_2=R=-f_1=b_1$.

समीकरण (ii) में यह मान रखने पर,

$\mu_{al}=1+b_1(1/b_1-b_2)=(2-b_1/b_2)$ (v)

सूत्र (v) द्वारा हम केवल b_1 और b_2 के मान निकालने पर द्रव का वर्तनांक निकाल सकते हैं। यह सूत्र कई मान्यताओं के आधार पर निकाला गया है, जो पूर्णतः ठीक नहीं उतरतीं। इसलिए उसमें त्रुटि आ जाती हैं। सूत्र (ii) से परिणाम अधिक शुद्ध निकलेगा, पर उसमें गोलायमान से r_2 (द्रव तल के संस्पर्शक कांच के लैंस के निम्न वक्रतल का अर्धव्यास) का मान निकालना पड़ जाता है।

नवीन चिह्न-प्रणाली (New convention of signs) :—यह प्रणाली 1934 में फिजिकल सोसाइटी (Physical Society) ने स्वीकृत की थी। इसके अनुसार वास्तविक दूरियां (अर्थात् वे दूरियां, जो वास्तव में प्रकाश किसी वास्तविक वस्तु से चल कर आने में अथवा किसी वास्तविक प्रतिविंब तक जाने में तै करता है) धनात्मक ली जाती है और सब प्रतीयमान दूरियां (अर्थात् जो दूरियां प्रकाश प्रतीयमान रूप से तै करता है—चाहे वह किसी प्रतीयमान वस्तु की ओर जाती हुई अथवा किसी प्रतीयमान प्रतिबिंव से आती हुई प्रतीत हों—ऋणात्मक ली जाती हैं। इसके अनुसार, लैंसों के लिए सूत्र $1/v+1/u=1/f$ लागू होगा। इस प्रणाली में उतल लैंस का संगमान्तर, और अवतल लैंस का ऋणात्मक होगा। इसी प्रकार अवतल दर्पण का संगमान्तर धनात्मक और उतल का ऋणात्मक होगा।

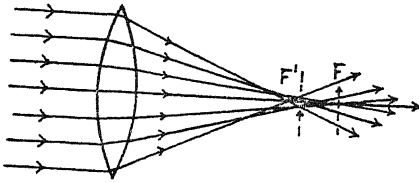
इस प्रणाली में ये लाभ हैं: (i) दर्पणों और लैंसों के लिए एक ही सूत्र $1/v+1/u=1/f$ होता है। (ii) यह प्रकाशविदों (opticians) द्वारा व्यवहृत प्रणाली के अनुरूप है।

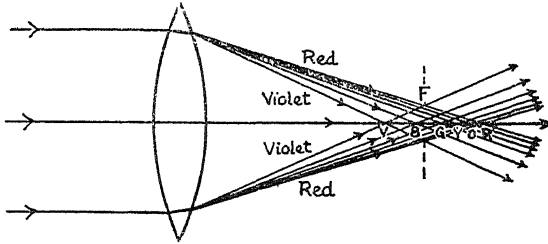
यह विद्यार्थी स्वयं ज्ञात करें कि क्यों प्रत्येक स्थिति में लैंसों और दर्पणों के लिए एक ही सूत्र प्रकट होता है।

लैंसों के प्रतिबिम्बों के दोष—

लैंसों में सामान्यतः ये दोष होते हैं (i) गोलापेरण (spherical aberration),

(ii) वर्णपेरण (chromatic aberration), (iii) व्याकृति (distortion) और (iv) वक्रता (curvature)

गोलापेरण (Spherical aberration)—जब किसी उतल लैंस पर समान्तर किरणें पड़ती हैं, तो केवल केन्द्र भाग से जाने वाली किरणों मुख्य संगम पर संचित होती हैं। प्रधान अक्ष से दूर लैंस के किनारों के निकट से जानेवाली किरणें मुख्य संगम से कम दूरी पर प्रधान अक्ष को काटती हैं। इसके अलावा वेअक्ष तक पहुंचने से पहले आपस में एक दूसरे को काटती हैं। ये कटान-विन्दु एक तीक्ष्ण-वक्र (caustic) पर पड़ते हैं। इस कारण पर्दे पर कहीं भी दूरस्थ वस्तु का सुस्पष्ट प्रतिबिंब नहीं प्राप्त होता। इस दोष के कारण वस्तु का टेढ़ा प्रतिबिंब मिलता है। इसे दूर करने के लिए लैंस के आगे एक गोल डायफ्रैम (diaphragm) लगा देते हैं, जिससे किरण पुंज, केन्द्रीय भाग से ही आर्वातत हो। इस प्रकार प्रभावकारी व्यास घटाने से प्रकाश-संचय की शक्ति क्षीण हो जाती है।

चित्र 91

वर्णापेरण (Chromatic aberration) :—जब श्वेत प्रकाश लैंस के किनारों के भाग पर पड़ता है, तो वह काफी मात्रा में विश्लेषित होता है (जैसा कि बड़े कोण के त्रिपार्श्व में होता है)। इस कारण प्रतिबिंब अस्पष्ट और रंगीन मिलता है। लाल किरणों का संगमान्तर सबसे अधिक और बैंगनी का सबसे कम होता है, क्योंकि लाल रंग सबसे कम विचलित होता है।

चित्र 92

इस दोष को दूर करने के लिए क्राउन कांच के उतल लैंस को फ्लिंट कांच के एक समुचित अवतल लैंस से मिलाते हैं।

मान लीजिए पीले रंग के लिए उतल लैंस का संगमान्तर f और दूसरे लैंस का f' और दोनों के समूह का F है, बैंगनी और लाल रंगों के लिए पहले लैंस के संगमान्तर क्रमशः

f_v और f_r हैं, और दूसरे के f_v' और f_r' हैं। इसी प्रणाली के अनुसार उतल लैंस के वक्रता अर्धव्यास क्रमशः r_1 और r_2 हैं, तथा दूसरे लैंस के अर्धव्यास r_1' और r_2' हैं,। पहले लैंस के लिए μ_v, r_r और μ क्रमशः बैंगनी, लाल और पीले रंग के वर्तनांक हैं और दूसरे के लिए ये राशियां μ_v', μ_r' और μ हैं,

$\therefore\ 1/f_v=(\mu_v-1)(1/r_1-1/r_2), \quad 1/f_r=(\mu_r-1)(1/r_1-1/r_2)$ और

$1/f=(\mu-1)(1/r_1-1/r_2)$

$\therefore\ 1/f_v-1/f_r=(\mu_v-\mu_r)(1/r_1-1/r_2)$

$=1/f(\mu-1)\cdot \quad \mu_v-\mu_r=w/f$

यहां $w=(\mu_v-\mu_r)/(\mu-1)$ एक स्थिरांक है, जिसे विश्लेषकता कहते हैं।

इसी प्रकार, $1/f_v'-1/f_r'=w'/f'$

$\therefore\ (1/f_v-1/f_r)+(1/f_v'-1/f_r')=w/f+w'/f'$

अर्थात $(1/f_v-1/f_v')-(1/f_r+1/f_r')=w/f+w'/f'$.

या, $1/F_v-1/F_r=w/f+w'/f'$.

(यहां f_v और f_r समूह के लिए बैंगनी और लाल रंगों के संगमान्तर हैं)

अवर्णकता (Achromatism) के लिए, $F_v=F_r$.

$$\therefore\ \frac{w}{f}+\frac{w'}{f'}=0 \quad \text{या,}\ \frac{f'}{f}=-\frac{w'}{w}.$$

इसलिए, दोनों के संगमान्तरों का संख्यात्मक मान वही है, जो विश्लेषकताओं का है।

भिन्न भिन्न पदार्थों के नियत वक्रताओं के लैंसों के आयोजन से गोलापेरण और वर्णापेरण दोनों दूर हो सकते हैं।

हल किये हुये प्रश्न

1. 4 इंच व्यास वाले कांच के गोले में हवा के एक बुलबुले को यदि इस प्रकार देखें कि गोले का केन्द्र और बुलबुला आंख की सीध में हों, तो वह सतह से 1 इंच पर दिखाई पड़ता है। वस्तु की यथार्थ दूरी क्या है ? (लंदन, 1887)

अकेले वक्र तल पर आवर्तन का सूत्र यह है :—

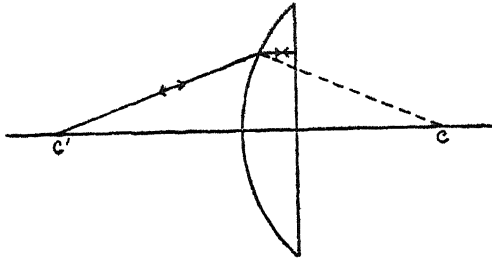
$$\frac{\mu_{12}}{v}-\frac{1}{u}=\frac{\mu_{12}-1}{r}; \quad \text{यहां}\ \mu_{12}=\mu_{ga}=\frac{1}{\mu_{ag}}$$

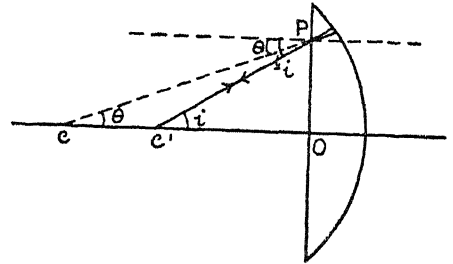
$\therefore \frac{\mu_{ga}}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu_{ga}-1}{r}$, μ_{ag} से दोनों ओर गुणा करने पर,

$\frac{1}{v} - \frac{\mu_{ag}}{u} = \frac{1-\mu_{ag}}{v}$ $\mu_{ag} = 1{\cdot}5, v = 1'', r = 2''$

$\therefore \frac{1}{1} - \frac{1{\cdot}5}{u} = \frac{1-1{\cdot}5}{r} = -\frac{{\cdot}5}{2} = -\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{1{\cdot}5}{u} = 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ या, $u = \frac{1{\cdot}5 \times 4}{5} = 1{\cdot}2''$

2. एक समोतल (Plano-convex) लैंस के समतल पर कलई की जाती है, और तब लैंस एक 20 सें० मी० संगमान्तर के अवतल दर्पण की भांति कार्य करता है। जब उतल धरातल पर कलई की जाती है, तो वह 7 सें० मी० संगमान्तर के अवतल दर्पण का कार्य करता है। लैंस का वर्तनांक ज्ञात करो। (यू० पी० बोर्ड, 1954)

चित्र 93 (i)

दोनों रीतियों में कलई करने से अवतल दर्पण की भांति आचरण होने से यह स्पष्ट है कि जब किसी वस्तु को तुल्य दर्पण के संगमान्तर से दुगनी दूर रखा जाता है, तो कलई किए जाने वाले तल से परावर्तित होकर प्रकाश की किरणें प्रत्यावर्तित होती हैं, और वस्तु की स्थिति पर ही उल्टा प्रतिबिंब बनता है।

चित्र 93 (ii)

पहली स्थिति में, वस्तु को लैंस से ·40 सें० मी० की दूरी पर आयोजित करने से उसका उल्टा प्रतिबिंब वहीं पर बनता है, अस्तु 40 सें० मी० दूर रखने पर प्रकाश की किरणें समतल पर लंबवत् टकराती हैं, अर्थात् प्रधान अक्ष के समान्तर हो जाती हैं। यदि समतल पर कलई न की जाती, तो ये किरणें अक्ष के समान्तर सीधी लैंस के आगे चली जातीं। **अस्तु, 40 सें० मी० लैंस का संगमान्तर है।**

अब सूत्र $1/f=(\mu-1)(1/r_1-1/r_2)$ में $r_1=-R$ (यहां R, उतल धरातल की वक्रतात्रिज्या का संख्यात्मक मान है, $r_2=\infty$, $f=-40$ सें० मी० ।

$$\therefore -\frac{1}{40}=(\mu-1)\left(-\frac{1}{R}-\frac{1}{\infty}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{40}=\frac{\mu-1}{R} \quad (1)$$

दूसरी स्थिति में समतल पर आवर्तन होता है। यदि वस्तु को 14 सें० मी० पर रख दिया जाय, तो समतल से आवर्तित किरणें वक्रतल पर अभिलंब की दिशा में टकरा कर उसी दिशा में लौट आयेंगी, और वस्तु की ही स्थिति पर उल्टा प्रतिबिंब बनेगा।

चित्र से स्पष्ट है कि $\mu=\dfrac{\sin i}{\sin r}=\dfrac{OP/C'P}{OP/CP}=\dfrac{CP}{C'P}$

$$=\frac{CO}{C'O}\ (\text{लगभग})=\frac{R}{14}.$$

$\therefore R=14\mu$

$\therefore \frac{1}{40}=(\mu-1)/14\mu$ या, $7\mu=20(\mu-1)$

$\therefore 13\mu=20$, अर्थात् $\mu=\frac{20}{13}=1.54$ (लगभग)

3. एक लैंस समूह 5 सें० मी० संगमान्तर के एक उतल लैंस को 10 सें० मी० संगमान्तर के एक अवतल लैंस से मिलाकर बनाया जाता है। इस समूह से 15 सें० मी० की दूरी पर व्यवस्थित किसी वस्तु से निकल कर प्रकाश की किरणें, 200 सें० मी० वक्रता त्रिज्या के एक अवतल दर्पण पर टकराती हैं, जो समूह से 5 सें० मी० दूर पर व्यवस्थित है। प्रतिबिंब की अंतिम स्थिति निकालो। (**यू० पी० बोर्ड**, '47)

मान लो कि f_1, f_2 और F क्रमशः उतल लैंस, अवतल लैंस और संयुक्त लैंस के संगमान्तर हैं, तथा f अवतल दर्पण का संगमान्तर है।

$\therefore 1/F=1/f_1+1/f_2 = \frac{1}{5}+\frac{1}{10}=-\frac{1}{10}$

$\therefore F=-10$ सें० मी०

संयुक्त लैंस के सूत्र $1/V-1/V=1/F$ में, $u=15$, $F=-10$

$\therefore 1/V-\frac{1}{15}=-\frac{1}{10}$, या $1/V=\frac{1}{15}-\frac{1}{10}=-\frac{1}{30}$

$\therefore V=-30$ सें० मी०; अर्थात् लैंस से बनने वाला प्रतिबिंब दूसरी ओर, लैंस से 30 सें० मी० पर, व्याधा के अभाव में बनेगा, पर दर्पण से व्याधित होकर, प्रकाश की किरणें पीछे लौट आयेंगी और यह प्रतिबिम्ब नहीं बन पायेगा। हम मान सकते हैं कि दर्पण से (30–5=25 सें० मी०) की दुरी पर व्यवस्थित एक प्रतीयमान स्रोत (वस्तु) है।

यदि u_1 और v_1 क्रमशः दर्पण से इस प्रतीयमान वस्तु की और उसके वास्तविक प्रतिबिंब (दर्पण से परावर्तित होकर किरणें पीछे लौट कर एक प्रतिबिंब बनाती हैं) की दूरियां प्रकट करें, तो $1/v_1 + 1/u_1 = 1/f$; यहां $u_1 = -25$ सें० मी० (क्योंकि प्रतीयमान वस्तु, दर्पण से आगे आपतित किरणें की दिशा में स्थित है) और $f = +100$ सें० मी०

$\therefore\ 1/v_1 + (-\frac{1}{25}) = \frac{1}{100}$

या, $1/v_1 = \frac{1}{100} + \frac{1}{25} = \frac{1+4}{100} = \frac{1}{20}$

$\therefore\ v_1 = 20$ सें० मी० ।

अर्थात् दर्पण से किरणें लौटकर पीछे की ओर 20 सें० मी० (दर्पण से) की दूरी पर प्रतिबिंब वनाती हैं। यह उल्टा प्रतिबिंब वस्तु पर ही बनता है। यह प्रतिबिंब उन किरणों से बनता है, जो परावर्तन के पश्चात् लैंस से नहीं गुजरतीं। जो किरणें लौटकर लैंस पर टकराती हैं, उनसे एक और क्षीण प्रतिबिंब बनता है।

इस दूसरे प्रतिबिंब के लिए हम मान सकते हैं कि वस्तु की स्थिति पर एक प्रतीयमान वस्तु रखी हुई है। इस बार आपतित प्रकाश की दिशा परावर्तन के कारण उलट गई है। यदि u_2 और v_2, क्रमशः इस प्रतीयमान वस्तु और उसके (अंतिम) प्रतिबिंब की, लैंस से दूरियां हों, तो

$$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{u_2} = \frac{1}{F}$$; यहां $u_2 = -15$ सें० मी०

$\therefore\ 1/v_2 - (-\frac{1}{15}) = -\frac{1}{10}$ या, $1/v_2 = \frac{1}{10} - \frac{1}{15}$

$= -\frac{3-2}{30} = -\frac{1}{6}$.

$\therefore\ v_2 = -6$ सें० मी० ।

यह अंतमि प्रतिबिंब, लैंस से, वस्तु की ओर 6 सें० मी० दूरी पर बनता है।

4. पर्दे से निश्चित् दूरी पर एक दमकता हुआ पदार्थ रखा गया है, और उतल लैंस की सहायता से एक प्रतिबिंब मिलता है। लैंस को हटाने पर, पर्दे पर एक और प्रतिबिंब मिलता है। यदि दोनों स्थितियों में प्रतिबिंबों के आकार क्रमशः 2 और 8 इंच हों, और पर्दे से वस्तु की दूरी 9 इंच हो, तो वस्तु का आकार ज्ञात करो। (**यू०पी०बोर्ड**,'31)

यह प्रश्न संगमान्तर की स्थानान्तर विधि पर आधारित है।

यदि वस्तु का आकार x हो, तो $x = \sqrt{2 \times 8} = 4''$.

$v_1/u_1 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} = -(a-b)/(a+b)$ (स्थानांतर विधि के अंतर्गत देखिए।) यहां पहली स्थिति वह है,, जो हमने विवरण में दूसरी स्थिति मानी थी।

$\therefore \frac{a+b}{a-b} = \frac{2}{1}$ या $\frac{a}{b} = \frac{3}{1}$

$\therefore\ a=3b=9$ अर्थात् $a=9,\quad b=3.$

$$\therefore f=-\frac{(a^3-b^2)}{4a}=-\frac{(9^2-3^2)}{4\times 9}=-\frac{72}{4\times 9}=-2 \text{ इंच।}$$

5. किसी उतल लैंस के सामने एक वस्तु इस प्रकार रखी जाती है कि उसी आकार का एक वास्तविक उल्टा प्रतिबिंब बनता है। तब उसे 16 इंच लैंस के निकट लाया जाता है, जिससे वस्तु से तिगुना बड़ा वास्तविक प्रतिबिंब बनता है। लैंस का संगमान्तर निकालो। (यू० पी० बोर्ड, '46)

पहली स्थिति में वस्तु की लैंस से दूरी $=-2f$

दूसरी स्थिति में वस्तु की दूरी $=-2f-16$

सूत्र $m=\dfrac{f}{u+f}$ में, $m=-3,\ u=-2f-16$

$$\therefore -3=\frac{f}{(-2f-16)+f}=\frac{f}{-f-16}$$

$\therefore\ 3f+48=f$ या $f=-24$ इंच।

6. 3 और 4 सें० मी० संगमान्तर के दो उतल लैंस, 8 सें० मी० की दूरी पर व्यवस्थित हैं, और उनके उभयनिष्ट अक्ष पर 1 सें० मी० पर 1 सें० मी० लम्बा एक दीप्त पदार्थ, कम संगमान्तर वाले लैंस के सामने 4 सें० मी० की दूरी पर व्यवस्थित है। प्रतिबिंब की स्थिति और आकार ज्ञात करो। (यू० पी० बोर्ड, 1941)

यदि u_1 और v_1 क्रमशः वस्तु और उसके प्रतिबिंब की पहले लैंस से दूरियां हों, तो

$$\frac{1}{v_1}-\frac{1}{u_1}=\frac{1}{f_1}.$$ यहां $u_1=4$ सें० मी०, $f_1=3$ सें० मी०

$$\therefore \frac{1}{v_1}-\frac{1}{4}=-\frac{1}{3} \text{ या, } \frac{1}{v_1}=\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{12}$$

$\therefore\ v_1=-12$ सें० मी०। यह प्रतिबिंब, दूसरे लैंस के लिए, प्रतीयमान वस्तु का कार्य करता है। इस प्रतीयमान वस्तु की दूसरे लैंस से दूरी $=4$ सें० मी०।

यदि u_2 और v_2 क्रमशः इस प्रतीयमान वस्तु और उसके प्रतिबिंब (अंतिम) की दूसरे लैंस से दूरियां हों, तो

$$\frac{1}{v_2}-\frac{1}{u_2}=\frac{1}{f_2}$$ यहां $u_2=-4$ सें०मी०, $f_2=-4$ सें० मी०

$$\therefore \frac{1}{v_2}-\left(-\tfrac{1}{4}\right)=-\tfrac{1}{4}$$

या $\frac{1}{v_2} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}$, अर्थात $v_2 = -2$ से० मी०

अर्थात् अंतिम प्रतिबिंब दूसरे लैंस के आगे (वस्तु से परे) 2 सें० मी० की दूरी पर बनेगा। यदि m_1 और m_2 क्रमशः पहले और दूसरे लैंस द्वारा प्राप्त अभिवर्धन हों, तो संपूर्ण अभिवर्धन, $m = m_1 \times m_2 = (v_1/u_1)(v_2/u_2) = -\frac{12}{4} \times -\frac{2}{4} = -\frac{3}{2}$.

∵ वस्तु की लम्बाई = 1 सें० मी० है,

∴ अंतिम प्रतिबिंब की लंबाई $= -1 \times -\frac{3}{2}$ सें० मी० $= -1\frac{1}{2}$ से0 मी0।

ऋणात्मक चिह्न से यह लक्षित होता है कि वस्तु का अंतिम प्रतिबिंब उल्टा और $1\frac{1}{2}$ सें० मी० लम्बाई का होगा।

प्रश्नावली

1. लैंस के प्रकाश-केन्द्र (optical centre) से क्या अभिप्राय है? क्या वह लैंस के बाहर भी पड़ सकता है? प्रत्येक स्थिति में सिद्ध करो कि प्रकाश-केन्द्र लैंस की मोटाई को वक्रता त्रिज्याओं के अनुपात में बांटता है।
2. लैंस के लिए सूत्र $1/v - 1/u = 1/f$ का व्युत्पादन करो।
   20 सें० मी० संगमान्तर के एक अवतल लैंस पर एक संसृत (convergent) प्रकाश-दंड गिरता है, और वह लैंस से 1.5 सें० मी० की दूरी पर पीछे की ओर संगमित होता है। लैंस न होने पर यह प्रकाश-दंड कहां संगमित होगा?
   (उत्तर, लैंस से $\frac{60}{43}$ सें० मी० दूर) (यू० पी० बोर्ड, '35)
3. 'अनुबद्ध संगम' (conjugate foci) से क्या अभिप्राय है? किसी उतल लैंस से 20 सें० मी० की दूरी पर व्यवस्थित वस्तु का प्रतिबिंब, लैंस से, 20 सें० मी० की दूरी पर बनता है। जब उतल लैंस से 5 सें० मी० की दूरी पर एक अवतल लैंस रखा जाता है, तो प्रतिबिंब 10 सें० मी० खिसक जाता है। अवतल लैंस का संगमान्तर निकालो। (उत्तर, 37.5 सें०मी०) (यू० पी० बोर्ड, 1937)
4. सिद्ध करो कि यदि f_1 और f_2 क्रमशः दो लैंसों के संगमान्तर हों, तो समूह का संगमान्तर F, निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त होगा, $F = f_1 f_2/(f_1 + f_2)$.
   (यू० पी० बोर्ड, '47)

   सूर्य के प्रकाश का एक दंड, 10 इंच संगमान्तर के एक अपसृत (divergent) लैंस पर पड़ता है। इससे 20 सें० मी० परे, 15 इंच संगमान्तर का एक अभिसृत (convergent) लैंस व्यवस्थित है। तो अंतिम प्रतिबिंब प्राप्त करने के लिए पर्दे को कहां रखना चाहिए?
   (यू० पी० बोर्ड, '39) (उत्तर, उतल लैंस से 30 इंच दूर)
5. अवतल लैंस के संगमान्तर निकालने की विधियों का तुलनात्मक विवरण दीजिए।

उस लैंस का संगमान्तर क्या होगा, जिसकी शक्ति (power) 2 डायोप्टर है ? यह लैंस अवतल है, या उतल ?
(यू० पी० बोर्ड, '50) **(उत्तर, –50 सें० मी०)**

6. 20 सें० मी० संगमान्तर का एक उतल लैंस और 10 सें० मी० संगमान्तर का एक उतल दर्पण, एक ही अक्ष पर व्यवस्थित हैं। एक छोटी वस्तु, लैंस के सामने, उभयनिष्ट अक्ष पर रखी हुई है। वस्तु से निकल कर किरणें, लैंस से गुजरती हैं और दर्पण से परावर्तित होकर, वस्तु से संपादित होने वाला एक वास्तविक प्रतिबिंब बनाती हैं। चित्र द्वारा समझाओ कि ऐसा किन परिस्थितियों में होगा। लैंस और दर्पण के बीच की दूरी निकालो।
(यू० पी० बोर्ड '42) $\left(\text{उत्तर} \frac{400}{u-20}\right)$

7. अकेले लैंस से बनने वाले प्रतिबिंबों में कौन से दोष हैं ? इन्हें किस प्रकार कम किया जा सकता है ? **(यू० पी० बोर्ड, '43)**

8. लैंस और त्रिपार्श्व के व्यवहार में क्या अन्तर है ? **(पटना, '37)**
वस्तु को किसी उतल लैंस से कितनी दूर रखा जाय कि लैंस से 1 फुट की दूरी पर (क) एक वास्तविक प्रतिबिंब (ख) एक प्रतीयमान प्रतिबिंब बनें। चित्र बना कर प्रतिबिंब के निर्माण को समझाओ
(यू० पी० बोर्ड '44) **(उत्तर,** (क) लैंस से $\frac{12}{11}''$ (ख) लैंस से $\frac{12}{13}''$ दूर पर)

9. एक समतल दर्पण पर उतल लैंस रख कर उसके ठीक ऊपर से एक पिन का प्रतिबिंब देखते हैं, तो लैंस से 20 सें० मी० की ऊंचाई पर पिन रखने से, पिन और उसके प्रतिबिंब में स्थानान्तर नहीं रहता। अब समतल दर्पण और उतल लैंस के बीच में कुछ कार्बन-डाइ-सल्फ़ाइड डाल दी जाती है, तो पिन और उसके प्रतिबिंब में स्थानांतर दूर करने के लिए पिन को 5 सें० मी० ऊपर करना पड़ता है। यदि समतल दर्पण को स्पर्श करने वाले उतल लैंस की वक्रता त्रिज्या 64 सें० मी० हो, तो कार्बन-डाइ-सल्फाइड का वर्तनांक निकालो। **(उत्तर,** 1.61)

10. 10 सें० मी० संगमान्तर का एक उतल लैंस, 20 सें० मी० गहरे तालाब को भरने वाले द्रव के धरातल के ठीक ऊपर क्षैतिज स्थिति में व्यवस्थित है। इस लैंस के केन्द्र से 30 सें० मी० ऊपर स्थित किसी विन्दु का प्रतिबिंब, तालाब की पेंदी पर संगमित किया जाता है। किरण मार्ग को एक चित्र द्वारा प्रकट करो, और द्रव का वर्तनांक ज्ञात करो। **(लंदन,** 1908) **(उत्तर,** 1.33)

11. किसी उतल लैंस का संगमान्तर 10 इंच है। वह समान्तर भुजाओं वाले एक जलाशय में रखा हुआ है। यदि जलाशय को क्रमशः (i) जल (ii) 1.63 वर्तनांक के द्रव से भर दें, तो किसी दूरस्थ वस्तु का प्रतिबिंब कहां बनेगा ? लैंस और जल के वर्त्तनांक क्रमशः 1.53 और 1.33 हैं।
(उत्तर, (i) लैंस से -35·2″ दूर, (ii) लैंस से 86·39″ दूर)

12. उतल लैंस के संगमान्तर निकालने की स्थानांतर विधि का वर्णन करो। इस विधि को क्यों श्रेष्ठ माना जाता है ?
जब किसी दीप्त वस्तु को किसी उतल लैंस के प्रधान अक्ष पर रखा जाता है, तो लैंस से दूसरी ओर 10″ की दूरी पर एक प्रतिबिंब बनता है। यदि इस लैंस के

निकट दूसरा लैंस रखा जाता है, तो प्रतिबिंब 15 इंच दूर बनता है। दूसरे लैंस का संगमान्तर निकालो। (लन्दन, 1885) (उत्तर, 30")

13. एक दो फीट लम्बा तीर, 12" संगमान्तर के उतल लैंस के प्रधान अक्ष पर इस प्रकार पड़ा हुआ है कि उसका मध्य विन्दु, लैंस से 30 इंच की दूरी पर स्थित है। यदि तीर को अपने मध्य विन्दु पर 90° घुमा दिया जाय, तो पहली और दूसरी स्थितियों में प्रतिबिंब कहां बनेगा ? (लन्दन, 1899)
(उत्तर, प्रतिबिंब के निकटस्थ सिरे की दूरी 1.4 फीट और उसकी लम्बाई 1.6 फीट, लैंस से 1.66 फीट दूर, उसकी लंबाई $1\frac{1}{3}$ फीट)

14. तुम्हें 6 इंच संगमान्तर वाला एक लैंस और 15 फुट वर्ग का एक पर्दा दिया हुआ है और 3 इंच वर्ग की लालटेन की एक स्लाइड का प्रतिबिंब ऐसा बना है कि वह पूरा पर्दे में समा जाय। लैंस और स्लाइड कहां रखी जायं ?
(कल०,'51) (उत्तर, पर्दे से 30.5 फीट दूर, स्लाइड, लैंस से 6.1 इंच की दूरी पर)

15. निम्नलिखित अवलोकनों से ग्राफ द्वारा उतल लैंस का संगमान्तर निकालो :—
u=20.9, 22, 24, 26, 28, 30, 32,
v=(संख्यात्मक मान) 41.5, 33.5, 30, 27, 28.7, 22, 21, (पटना, '21)

16. उतल लैंस के संगमान्तर निकालने की विभिन्न विधियों का तुलनात्मक वर्णन करो।

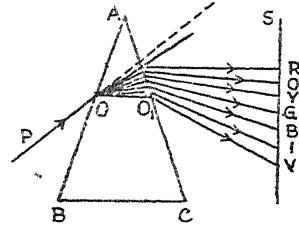
17. एक 20 सें० मी० संगमान्तर का उतल लैंस और 10 सें० मी० संगमान्तर का उतल दर्पण एक ही अक्ष पर व्यवस्थित हैं। लैंस के सामने उभयनिष्ट अक्ष पर एक छोटी वस्तु रखी हुई है, और वस्तु से निकलनेवाली किरणें लैंस से गुजर कर दर्पण पर परावर्तित होती हैं, जिससे वस्तु से संपातित होना वाला एक प्रतिबिंब बनता है। चित्र द्वारा समझाओ कि यह किन परिस्थितियों में संभव होगा, और लैंस तथा दर्पण के बीच की दूरी ज्ञात करो। (यू० पी० बोर्ड, '42) (उत्तर, $400/u-20$)

18. अवतल दर्पण से 25 सें० मी० दूर पर एक पिन रखने से पिन का प्रतिबिंब पिन पर ही पड़ता है। तब एक अवतल लैंस पिन और दर्पण के बीच, दर्पण से 20 सें० मी० की दूरी पर रखने से, जब पिन को खिसका कर दर्पणें से 35 सें० मी० दूर लाया जाता है, तो उसका प्रतिबिंब फिर पिन पर पड़ता है। लैंस की शक्ति निकालो ?
(उत्कल, '47) (उत्तर, $13\frac{1}{3}D$)

19. किसी अकेले वक्र तल पर आवर्तन के सूत्र $\mu/v-1/u=\mu-1/r$ का व्युत्पादन करो। इसके द्वारा लैंस के संगमान्तर का सूत्र निकालो। (यू०,पी०बोर्ड '21, मध्य भारत, '52) तुम लैंस को बिना छुए केवल देख कर किस प्रकार ज्ञात करोगे कि लैंस, उतल है, अथवा अवतल ? (पटना, '29, '40)

अध्याय 6

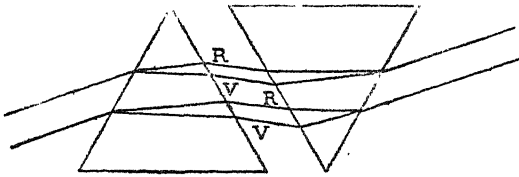
रंगावलीक्षा (Spectroscopy)

जब किसी त्रिपार्श्व के एक फलक पर श्वेत रंग का प्रकाश डाला जाता है, तो निर्गत किरण पुंज आधार की ओर मुड़ता है और उसमें सात रंग दिखाई देते हैं। आवर्तक कोर से आधार की ओर जाने में वर्णों का क्रम यह होगा—लाल, नारंगी, पीला, हरा, आसमानी, नीला और बैंगनी। अंग्रेजी में इन्हें प्रथम अक्षरो *V I B G Y O R* द्वारा सूचित करते हैं। इससे प्रकट है कि सबसे कम विचलन लाल रंग का और सबसे अधिक बैंजनी का हो रहा है।

चित्र 94

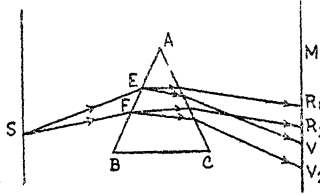
प्रश्न उठता है कि क्या प्रकाश स्वयमेव इन रंगों की उत्पत्ति करता है अथवा केवल उन्हें पृथक् करता है। एक आसमानी कांच के टुकड़े को झिरी और त्रिपार्श्व के बीच खड़ा करने से वर्णपट का केवल बैंगनी किनारा दिखाई देता है; लाल कांच का टुकड़ा रखने से केवल लाल किनारा दिखाई देता है। इस कारण त्रिपार्श्व न लाल को नीले में, और न नीले को लाल में बदल सकता है। इससे स्पष्ट है कि ये रंग पहले से ही सफेद प्रकाश में थे, और त्रिपार्श्व उन्हें केवल पृथक् कर देता है।

यदि अवयव रंगों को संयोजित कर दिया जाय, तो पुनः श्वेत प्रकाश मिल जाता है। इसे कई प्रकार से कर सकते हैं।

यदि दो समान त्रिपार्श्व इस प्रकार व्यवस्थित किए जाएं कि उनके वर्त्तक कोण विप-

चित्र 95

रीत दिशाओं में हों, तो पहले त्रिपार्श्व का विश्लेषण दूसरे त्रिपार्श्व द्वारा काट (annul) दिया जाता है और अंतिम निर्गत किरण श्वेत रंग की होती है। दोनों त्रिपार्श्व मिल कर एक समान्तर कांच की प्लेट का काम करते हैं। आपतित और अंतिम निर्गत किरणें समान्तर होती हैं।

एक गोल गत्ते का टुकड़ा लेकर उसे सात भागों में बांट लो और प्रत्येक भाग पर निर्दिष्ट एक-एक रंग लगा लो। इसे एक धुरी पर तेजी से घुमाते हैं। सब रंगों के सामूहिक प्रभाव से पुनः श्वेत रंग प्राप्त होता है। आंख के सामने एक के बाद दूसरा रंग शीघ्रता से आने पर दृष्टि निर्बंध (Persistence of Vision) के कारण वे सब एक साथ मस्तिष्क पर अनुभति उत्पन्न करते हैं; इस संयुक्त अनुभूति से श्वेत रंग का आभास मिलता है।

शुद्ध और अशुद्ध वर्णपट—यदि एक पतली श्वेत किरणावलि त्रिपार्श्व पर डाली जाय, तो पर्दे पर प्रत्येक किरण के कारण एक वर्ण-क्रम प्राप्त होता है और विभिन्न विश्लिष्ट रंग एक दूसरे पर आंशिक रूप में अतिछादित (overlap) होते हैं। इस प्रकार का वर्णाक्रम अशुद्ध कहा जाता है। जिस वर्णक्रम में प्रारंभिक रंग स्पष्ट रूप से पृथक् हो जाते हैं, उसे शुद्ध वर्णक्रम कहते हैं।

चित्र 96

चित्र से यह स्पष्ट है कि यदि वर्णक्रम, एक चौड़ी किरणावलि द्वारा उत्पन्न हो, तो वह अशुद्ध होगा, क्योंकि रंगों का बहुत अतिछादन होता है। आपतित किरणावलि के छोर की दो किरणों द्वारा R_1V_1 और R_2V_2 का निर्माण होता है। दूसरी किरणों के वर्ण-क्रम उनके बीच में बनेंगे। R_1R_2 और V_1V_2 की लंबाइयां, आपतित किरणावलि की चौड़ाई पर निर्भर होंगी। इसलिए शुद्ध वर्णक्रम प्राप्त करने के लिए पतली झिरी का होना आवश्यक है।

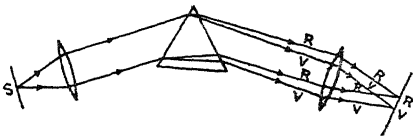
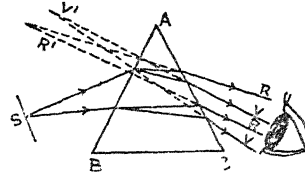
शुद्ध वर्णक्रम के लिए, विभिन्न रंगों की किरणें, पर्दे के भिन्न भिन्न स्थलों पर पड़ना चाहिए। उतल लेंस के प्रयोग द्वारा यह तभी हो सकता है जब प्रत्येक रंग के अनुरूप निर्गत किरणें, समान्तर हों। इसके लिए आपतित किरणें समान्तर होना चाहिए। एक ही पर्दे पर सब वर्णक्रमों को एक साथ संगमित करने के लिए, सब किरण-पुंजों का विचलन लगभग बराबर होना चाहिए। इसके लिए त्रिपार्श्व के न्यूनतम विचलन की स्थिति (मध्यमान रंग-पीले रंग के लिए) सबसे अधिक अनुकूल होगी। इस स्थिति में, अन्य रंगों की किरणें भी लगभग न्यूनतम विचलन की अवस्था में होंगी।

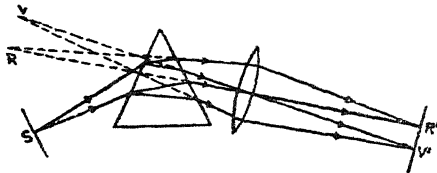
शुद्ध वर्णक्रम प्राप्त करने के लिए आवश्यक शर्तें—

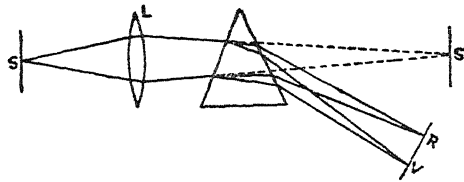
(*i*) झिरी पतली होना चाहिए
(*ii*) त्रिपार्श्व न्यूनतम विचलन की स्थिति में होना चाहिए
(*iii*) आपतित किरणें लगभग समान्तर होना चाहिए
(*iv*) निर्गत किरणों को लेंस द्वारा संगमित करना चाहिए

(v) त्रिपार्श्व की वर्त्तक कोर, (Refracting edge) झिरी के समान्तर होना चाहिए

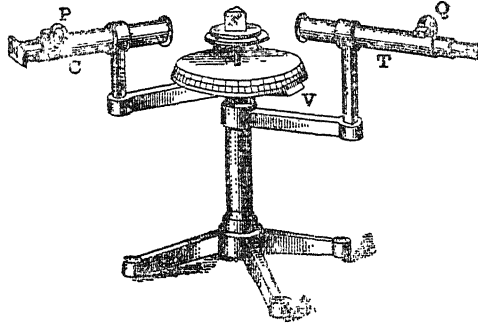
शुद्ध वर्णक्रम प्राप्त करने की विधियां—(1) एक पतली उदग्र झिरी पर श्वेत प्रकाश डालते हैं। झिरी, एक उतल लैंस के मुख्य संगम पर व्यवस्थित रहती है, जिससे लैंस पर पड़नेवाली किरणें समान्तर हो जाती हैं। त्रिपार्श्व की आवर्त्तक कोर, न्यूनतम विचलन की स्थिति में उदग्र होती है। पर्दे और त्रिपार्श्व के बीच में एक दूसरे लैंस को व्यवस्थित करते हैं जिससे पर्दे पर भिन्न भिन्न रंग, भिन्न भिन्न संगमों पर एकत्र हो जायें।

उपरोक्त व्यवस्था श्रेष्ठ होती है। पर शुद्ध वर्णक्रम, निम्न विधियों से भी प्राप्त हो सकता है। (जिनमें केवल एक लैंस का प्रयोग किया जाता है)।

चित्र 97 (a)   चित्र 97 (b)

(2) एक पतली झिरी पर तीव्र श्वेत प्रकाश को डालकर, त्रिपार्श्व को पीले रंग के लिए न्यूनतम विचलन की स्थिति में रखते हैं। तब किसी विशेष रंग की किरणें झिरी के ओर के किसी विन्दु से अपसृत (diverge) होती हुई प्रतीत होती हैं। लाल किरणें R' से और बैंगनी किरणें V' से अपसृत होती हुई मालूम होती हैं। इस व्यवस्था द्वारा एक प्रतीयमान प्रतिबिंब प्राप्त होता है, जिसमें वर्णों का व्युत्क्रम होता है।

चित्र 97 (c)

अब यदि एक वर्णपिरण से मुक्त लैंस को त्रिपार्श्व और पर्दे के बीच इस प्रकार आयोजित किया जाय कि लैंस से झिरी की दूरी उसके संगमान्तर से अधिक हो, तो R' और V' के बीच प्रत्येक रंग के कारण एक पृथक् वास्तविक प्रतिबिंब पर्दे पर बनेगा और प्रतीयमान वर्णक्रम का एक वास्तविक प्रतिबिंब, पर्दे पर बनेगा।

चित्र 97 (d)

(3) झिरी और पर्दे के बीच एक निर्वर्ण उतल लैंस को व्यवस्थित करके, पतली झिरी का एक सुस्पष्ट वास्तविक चित्र पर्दे पर प्राप्त किया जाता है। झिरी पर तीव्र प्रकाश डाला जाता है। गैस और पर्दे के बीच एक त्रिटार्श्व को आयोजित करते हैं। इस प्रकार पर्दे पर एक वास्तविक शुद्ध प्रतिबिंब प्राप्त होता है।

वर्णक्रममापक (Spectrometer):—इस यंत्र द्वारा विशुद्ध (Pure) वर्णक्रम प्राप्त किया जा सकता है, और बहुत प्रकार के वर्णक्रमों का अध्ययन और मापन किया जा सकता है। इसके द्वारा बहुत से पदार्थों का वर्त्तनांक निकाला जा सकता है। इसमें एक विभक्त क्षैतिज वृत्त के अक्ष पर एक संधानकारक (Collimator)

चित्र 98

और एक दूरबीन घूम सकती है। संधानकारक, एक नली होती है, जिसके एक सिरे पर एक उतल लैंस, और दूसरे पर एक झिरी रहती है, जो लैंस के संगम पर व्यवस्थित होती है। झिरी में से निकलनेवाली प्रकाश की किरणें, लैंस से निकल कर समान्तर हो जाती हैं और फिर एक त्रिपार्श्व अथवा अन्य किसी वर्णक्रम के उत्पादक से गुजर कर दूरबीन में प्रविष्ट करती हैं, और एक वास्तविक प्रतिबिंब बनाती हैं, जिसे एक उपनेत्र द्वारा देखा जा सकता है। त्रिपार्श्व, एक मेज पर टिकी रहती है, जो विभक्त वृत्त की अक्ष पर घूम सकती है, और जिसका घुमाव एक वर्नियर द्वारा लिया जा सकता है। एक वर्नियर द्वारा दूरबीन की स्थिति भी विभक्त वृत्त पर पढ़ी जा सकती है। वर्णक्रम प्राप्त करने के लिए त्रिपार्श्व को सदैव न्यूनतम विचलन की स्थिति में रखा जाता है। संधानकार और दूरबीन को एक सीधी रेखा में होना चाहिए।

दूरबीन को किसी सफेद धरातल (जैसे दीवाल) की ओर घुमाकर उपनेत्र को इस प्रकार नियंत्रित करते हैं कि स्वस्तिका सूची स्पष्ट दिखाई देने लगे। दूरबीन को किसी सुदूर वस्तु पर संगमित (focus) कर लो, जिससे वह समान्तर किरणों के लिए संगमित हो जाय। नमक के घोल में भीगे हुए ऐस्बेस्टस (Asbestos) की पत्ती को भिगो कर एक बुन्सन ज्वालक में गर्म करते हैं, और झिरी के सामने रख देते हैं।

दूरबीन और संधानकारक को एक ही अक्ष पर व्यवस्थित करते हैं, और दूरबीन से झिरी का निरीक्षण करते हैं। आगे पीछे करके सोडियम के प्रकाश से दीप्त झिरी का एक तीक्ष्ण (sharp) प्रतिबिंब दूरबीन में देख लेते हैं। अब संधानकारक से निकलने वाली किरणें समान्तर हो जाती हैं। फिर त्रिपार्श्व को मेज पर रख कर उसकी ऊंचाई ठीक से नियंत्रित कर लेते हैं।

वर्णक्रममापक द्वारा त्रिपार्श्व का वर्तनांक निकालना—त्रिपार्श्व को मेज पर इस प्रकार व्यवस्थित कर दो कि उसके एक फलक पर आपतित प्रकाश, दूसरे फलक से निर्गत होकर दूरबीन में झिरी का एक आवर्तित प्रतिबिंब बना दे। अब त्रिपार्श्व-संधारक मेज को इस प्रकार घुमाओ कि प्रतिबिंब एक निश्चित् दिशा में चलता हुआ ठहर जाय और फिर विपरीत दिशा में फिर जाय। यदि प्रकाश-दंड विषमांगी (heterogeneous) है, तो प्रत्यक रंग के लिए भिन्न भिन्न न्यूनतन विचलन की स्थिति होगी। त्रिपार्श्व को हटा देने से यह प्रतिबिंब हट जाता है। दूरबीन को घुमाकर संधानकारक की सीध में ले आओ जिससे झिरी का प्रतिबिंब पुनः दूरबीन के स्वस्तिका सूत्र पर आ जाये। दोनों अवलोकनों के अंतर से न्यूनतम विचलन कोण ज्ञात किया जाता है।

त्रिपार्श्व का कोण निकालने के लिए, त्रिपार्श्व को इस प्रकार व्यवस्थित करो कि संधान-कारक से निकलनेवाली समान्तर किरणें वर्त्तक कोर पर संमितीय रूप से (symmetri-cally) पड़ें। दूरबीन को घुमाकर पहले एक फलक से परावर्तित किरणों द्वारा झिरी का प्रतिबिंब प्राप्त कर लो और फिर वही प्रतिबिंब दूसरे फलक से प्राप्त कर लो। प्रतिबिंबों को प्रत्येक स्थिति में स्वस्तिका सूत्र पर लाना चाहिए। फिर इन दोनों अव-लोकनों के अंतर से त्रिपार्श्व के कोण का दुगना मान प्राप्त होता है (इसे वर्त्तन संबंधी अध्याय में सिद्ध किया गया है।) इसका आधा करने से त्रिपार्श्व का कोण निकल आता है। फिर सूत्र $\mu=\frac{\sin\ (A+\delta_{min})/2}{\sin A/2}$ द्वारा μ का निर्धारण किया जाता है।

वर्ण विश्लेषण का महत्व :—वर्णक्रम का अध्ययन विशेष महत्व का है। इस अध्ययन से बहुत थोड़ी मात्रा में रहनेवाले तत्वों को भी पहचाना जा सकता है। मिश्रण के संघटक सभी अवयवों का वर्णक्रम एक साथ प्राप्त होता है, जिससे उसके वास्तविक स्वरूप का निर्धारण हो सकता है। इस विधि से आकाश के पिंडों के विषय में भी बहुत सी ज्ञातव्य बातें मालूम होती हैं। सौर वर्णपट के अध्ययन द्वारा सबसे पहले हीलियम गैस का पता चला। पहले यह धारणा थी कि यह गैस पृथ्वी के वातावरण में नहीं मिलती। बाद में यह मालूम हुआ कि यह थोड़ी मात्रा में भूमंडल पर भी विद्यमान है। नवीन तत्वों की खोज में इस प्रकार का अध्ययन विशेष सहायक हुआ है। बहुत से जटिल रासायनिक स्वरूपों, और बन्धनों के रहस्योद्घाटन का यह प्रमुख साधन है।

कोणीय वर्ण विश्लेषण और विचलन—जब त्रिपार्श्व पर श्वेत प्रकाश पड़ता है, तो भिन्न भिन्न वर्ण भिन्न भिन्न मात्रा में विचलित होते हैं। दो वर्णों की किरणों के बीच के कोण को कोणीय वर्ण-विश्लेषण (angular dispersion) कहते हैं। रैखिक वर्ण-क्रम की लम्बाई पर्दे की दूरी पर निर्भर होती है, पर किनारे की किरणों का कोणीय पार्थक्य, कोणीय वर्ण-विश्लेषण कहलाता है। यदि δ_r, δ_v और δ, क्रमशः लाल, बैंजनी और मध्यमान किरणों के न्यूनतम विचलन को सूचित करें, और μ_r, μ_v, μ द्वारा क्रमशः उनके वर्त्तनांक व्यक्त किए जाएं तथा A त्रिपार्श्व का कोण हो, तो

$$\delta r=(\mu_r-1)A,\ \delta_v=(\mu_v-1)A,\ \delta=(\mu-1)A$$

[$\because$ त्रिपार्श्व के लिए $\mu=\dfrac{\sin\,(A+\delta)/2}{\sin A/2}=\dfrac{(A+\delta)/2}{A/2}$ जब कि त्रिपार्श्व का कोण बहुत कम हो; $\therefore\ \mu=\dfrac{A+\delta}{A}=1+\dfrac{\delta}{A}$ अथवा, $\dfrac{\delta}{A}=(\mu-1)$ या $\delta=(\mu-1)A$]

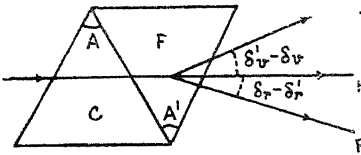
वर्ण-विश्लेषण (पूर्ण) $\theta=\delta_v-\delta_r=(\mu_v-1)A-(\mu_r-1)A$
$=(\mu_v-\mu_r)A$

विचलन (अर्थात् मध्यमान किरण का विचलन), $\delta=(\mu-1)A$

पूर्ण-वर्ण विश्लेषण और मध्यमान विचलन के अनुपात को (जब त्रिपार्श्व का कोण छोटा हो), वर्ण-विश्लेषकता (Dispersive Power) कहते हैं।

अस्तु, वर्ण-विश्लेषकता, $\omega=\dfrac{\delta_v-\delta_r}{\delta}=\dfrac{(\mu_v-\mu_r)A}{(\mu-1)A}=\dfrac{(\mu_v-\mu_r)}{\mu-1}$.

इससे स्पष्ट है कि वर्ण-विश्लेषकता केवल त्रिपार्श्व के पदार्थ के गुण पर निर्भर है, उसके कोण पर नहीं। भिन्न-भिन्न प्रकार के कांचों की भिन्न भिन्न विश्लेषकता होती है। फ्लिंट कांच की विश्लेषकता क्राउन कांच से अधिक होती है। लंबा वर्णक्रम प्रक्षिप्त करने के लिए कार्बन डाइ-सल्फाइड के त्रिपार्श्व का उपयोग किया जाता है, क्योंकि उसकी विश्लेषकता बहुत अधिक होती है।

विचलन बिना विश्लेषण (Dispersion without deviation)—मान लीजिए क्राउन कांच के त्रिपार्श्व में बैंगनी, लाल और मध्यमान (पीली) किरणों के लिए वर्त्तनांक क्रमशः μ_v', μ_r और μ हैं, तथा फ्लिंट कांच के त्रिपार्श्व में इन रंगों के लिए वर्तनांक क्रमशः μ_v', μ_r' और μ' हैं।

चित्र 99

इस संकेत प्रणाली के अनुसार δ_v, δ_r और δ, पहले त्रिपार्श्व के बैंगनी लाल और मध्यमान रंगों के विचलन तथा δ_v', δ_r'

और δ' दूसरे त्रिपार्श्व के लिए तत्संगत राशियां हैं। इसी प्रकार θ और θ' इन त्रिपार्श्वों के विश्लेषण हैं; इन त्रिपार्श्वों के कोण क्रमश: A और A' हैं।

हम देख चुके हैं कि $\theta/\delta = (\mu_v - \mu_r)/(\mu - 1) = \omega.$

अर्थात् $\theta = \dfrac{(\mu_v - \mu_r)\delta}{\mu - 1}$. इसी प्रकार $\theta' = \dfrac{(\mu_v' - \mu_r')\delta'}{\mu' - 1}$.

अब यदि इन दो त्रिपार्श्वों को इस प्रकार व्यवस्थित करें कि दोनों के कोण विपरीत दिशाओं में हों, तो इस प्रकार का आयोजन किया जाता है कि दोनों के विपरीतात्मक मध्यमान किरण के विचलन एक दूसरे को काट दें। इस स्थिति में $\theta' > \theta$ (फ्लिट कांच की विश्लेषकता अधिक होती है। इसलिए $\omega' > \omega$, अर्थात् $\theta'/\delta' > \theta/\delta$, अस्तु, यदि $\delta = \delta'$, तो $\theta' < \theta$.) फ्लिट कांच में अधिक कोणीय पार्थक्य होने के कारण

$\delta' - \delta_r' > \delta - \delta_r$. यहां $\delta = \delta'$; इसलिए $\delta_r > \delta_r'$.

$\delta_v' - \delta' > \delta_v - \delta$ अर्थात् $\delta_v' > \delta_v$.

यदि क्राउन कांच के त्रिपार्श्व का आधार नीचे की ओर हो, (और फ्लिट का आधार ऊपर की ओर हो) तो लाल किरणों का संयुक्त विचलन क्राउन कांच के त्रिपार्श्व के आधार की ओर $\delta_r - \delta_r'$ होगा, और बैंगनी किरणों का संयुक्त विचलन $\delta_v' - \delta_v$ (फ्लिट कांच के आधार की ओर) होगा। इस कारण संयुक्त विश्लेषण (कोणीय)

$$= (\delta_v' - \delta_v) +) (\delta_r - \delta_r') = (\delta_v' - \delta_r') - (\delta_v - \delta_r) = \theta' - \theta$$

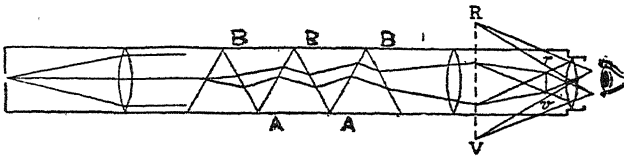
$$= \frac{(\mu_v' - \mu_r')\delta'}{\mu' - 1} - \frac{(\mu_v - \mu_r)\delta.}{\mu - 1}$$

$= \omega'\delta' - \omega\delta . = (\omega' - \omega)\delta_y$ (यदि $\delta = \delta' = \delta_y$ मान लिया जाय)

इस प्रकार के आयोजन के लिए त्रिपार्श्वों के कोणों का अनुपात निश्चित् होगा। यहां $\delta = \delta'$ अर्थात् $(\mu - 1)A = (\mu' - 1)A'$.

$$\frac{A'}{A} = \frac{\mu - 1}{\mu' - 1}.$$

यदि इस प्रकार के कई विपरीतात्मक त्रिपार्श्वों को लिया जाय, तो समतुल्य प्रभाव और बढ़ जायगा, अर्थात् मध्यमान किरण के विचलन बिना संयुक्त विश्लेषण बढ़ जायगा।

इसी सिद्धान्त पर समक्ष दृष्टि वर्णपट दर्शक (Direct Vision Spectroscope)

चित्र 101

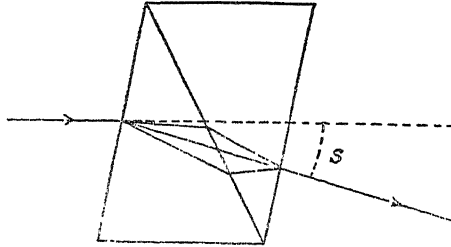
की रचना की गई है। इस यंत्र में एक बाहरी नली के भीतर उसी अक्ष पर एक भीतरी

खिसकने वाली नली का आयोजन रहता है। बाहरी नली के एक छोर पर एक पतली उदग्र झिरी रहती है। भीतरी नली के झिरी की ओर अभिमुख सिरे पर एक उतल लैंस रहता है जो संधानक का कार्य करता है। पर (भीतरी नली को खिसका कर झिरी को इस लैंस के संगम पर लाया जाता है) भीतरी नली में क्राउन कांच और फ्लिंट कांच के त्रिपार्श्वों को इस प्रकार एकान्तर क्रम में व्यवस्थित किया जाता है कि उनके वर्त्तक कोण भिन्न भिन्न दिशाओं में मुड़े हों। सामान्यत: तीन क्राउन कांच और दो घने फ्लिंट कांच के त्रिपार्श्व लिए जाते हैं। भीतरी नली के दूसरे सिरे पर एक दूरबीन होती है, जिसके द्वारा निर्गत वर्णक्रम देखा जाता है।

विश्लेषण बिना विचलन (Deviation without dispersion)—दो त्रिपार्श्वों के वर्त्तक कोणों को विपरीत दिशाओं में इस प्रकार आयोजित किया जा सकता है कि एक अवर्णक (achromatic) जोड़ा बन जाय। इस स्थिति में $\theta=\theta'$,

अर्थात् $(\mu_v-\mu_r)A=(\mu_v'-\mu_r')A'$

$$\therefore \frac{A'}{A}=\frac{\mu_v-\mu_r}{\mu_v'-\mu_r'}.$$

हम जानते हैं कि $\theta'/\delta'>\theta/\delta$, अब, $\because \theta=\theta'$, इसलिए $\delta>\delta'$. इसलिए, विचलन, क्राउन कांच के त्रिपार्श्वों के आधार की ओर होगा।

चित्र 102

परिणामी विचलन $=\delta-\delta'=(\mu-1)A-(\mu'-1)A'$

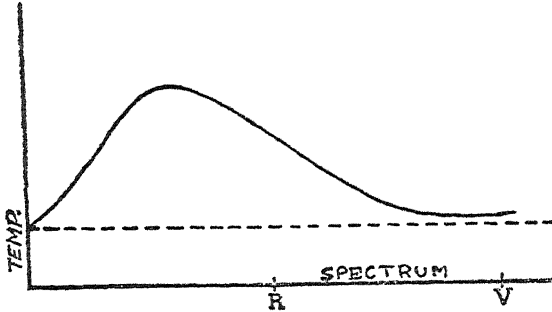
उपरोक्त विवेचना के अनुसार $\theta=(\mu_v-\mu_r)A=\omega\delta$

$\therefore\ A=\dfrac{\theta}{\mu_v-\mu_r}$. इसी प्रकार $A'=\dfrac{\theta'}{\mu_v'-\mu_r'}$. यदि $\theta=\theta'=\theta_0$ मान लें, तो

परिणामी विचलन $=(\mu-1)A-(\mu'-1)A'=\dfrac{(\mu-1)\theta}{\mu_v-\mu_r}-\dfrac{(\mu'-1)\theta'}{\mu_v'-\mu_r'}$

$$=\left[\frac{\mu-1}{\mu_v-\mu_r}-\frac{\mu'-1}{\mu_v'-\mu_r'}\right]\theta_0=\left[\frac{\mu-1}{\mu_v-\mu_r}-\frac{\mu'-1}{\mu_v'-\mu_r'}\right](\omega\delta_0)[\theta_0=(\omega\delta)_0]$$

व्यापक वर्णक्रम—सूर्य के वर्णक्रम का दृश्य भाग, कुल वर्णक्रम का बहुत थोड़ा अंश होता है। वर्णक्रम के लाल भाग के परे एक अदृश्य प्रकार की किरणें मिलती हैं, जिन्हें उपरक्त (Infra-red) किरणें कहते हैं, और बैंगनी के परे दूसरे प्रकार की किरणें होती हैं, जिन्हें पार बैंगनी (Ultra violet) कहते हैं।

उपरक्त वर्णक्रम के भाग में किरणों के प्रभाव से तीव्र उष्मा उत्पन्न होती है। एक उष्माचिति (thermopile) या काले रंग से पुती हुई घुंडी को वर्णक्रम के भिन्न

चित्र 102

भिन्न स्थानों पर ले जाकर यह सिद्ध किया जा सकता है कि वर्णक्रम के बैंगनी भाग से लाल भाग की ओर जाने में उष्मा का प्रभाव क्षीणतर होता जाता है। कांच इन किरणों को शोषित करता है। शिला के नमक (Rock salt) के एक त्रिपार्श्व का प्रयोग करने से यह शोषण नहीं होता और उष्मा का प्रभाव बढ़ जाता है।

भिन्न भिन्न लंबाइयों की तरंगों की क्रिया से लवणों का विबन्धन (decomposition) तरंगों के रासायनिक प्रभाव का परिचायक है। रासायनिक क्रिया का प्रभाव, लाल सिरे से बैंगनीं सिरे की ओर बढ़ता जाता है। पार-बैंगनी वर्णक्रम को कांच शोषित करता है। इसलिए इसका अध्ययन करने के लिए क्वार्ट्ज या फ्लोरस्पार के त्रिपार्श्व का प्रयोग किया जाता है। पार-बैंगनी किरणें, चांदी के लवणों को विबन्धित (decompose) करती हैं। पार-बैंगनी किरणों के कारण चांदी के लवणों से रोपित फोटोग्राफिक प्लेटों पर विशेष प्रभाव पड़ता है। ये किरणें वनस्पतियों के विकास में विशेष सहायक होती हैं।

भिन्न-भिन्न प्रकार के वर्णक्रम—वर्णक्रम दो वर्गों में विभक्त किए जा सकते हैं (1) उत्सरण (Emission) वर्णक्रम (2) शोषण (absorption) वर्णक्रम।

(1) **उत्सरण वर्णक्रम**—यह निम्न तीन प्रकार के हो सकते हैं :—

(*a*) **निरंतर वर्णक्रम** (Continuous spectrum) किसी उत्तप्त ठोस के वर्णक्रम में लाल से बैंगनी तक सब रंग मिलते हैं। इनका विस्तार ठोस के ताप पर निर्भर होता है। इस प्रकार का वर्णक्रम 'निरंतर' कहलाता है। द्रव और अधिक दबाव पर गैसें भी इस प्रकार का वर्णक्रम देती हैं।

विद्युत् बल्ब, विद्युत् आर्क, चमकती हुई कोयले की गैस की लपट आदि का वर्णक्रम निरंतर होता है।

(*b*) **रेखा वर्णक्रम**—किसी वाष्प अथवा गैस का उत्तप्त अवस्था में वर्णक्रम, कई चमकीली रेखाओं से मिलकर बना होता है, जिनके बीच में काली रिक्तियां रहती हैं। यह वर्णक्रम, परमाणुओं की विशिष्टताओं को प्रकट करता है। सोडियम की वाष्प, ज्वलित (incandescent) अवस्था में दो उज्ज्वल पीली रेखाएं प्रकट करती है, जो सोडियम धातु की परिचायक हैं। इसी प्रकार हाइड्रोजन के वर्णक्रम में कई रेखाएं मिलती हैं, जिसमें तीन प्रमुख रेखाएं होती हैं, जो क्रमशः लाल, हरे और बैंगनी भाग में मिलती हैं। लोहे के वर्णक्रम में वहुत सी रेखाएं मिलती हैं।

हाइड्रोजन के वर्णक्रम की उत्पत्ति के विषय में बोर (Bohr) ने एक सिद्धान्त (theory) का प्रतिपादन किया। उसकी मान्यताएं ये हैं :—

(*i*) इलेक्ट्रन वृत्तीय पथ में न्यष्टि (Nucleu) के चारों ओर परिभ्रमण करता है। संतुलन की स्थिति में विद्युत् स्थैतिक (electrostatic) आकर्षण का बल, केन्द्रापसारी बल से संतुलित रहता है।

(*ii*) इलेक्ट्रन, कुछ निश्चित् वृत्तीय परिपथों में ही भ्रमण कर सकता है। इन मार्गों में वह बिना ऊर्जा को विकिरित करे टिका रह सकता है।

(*iii*) किसी उच्चतर (higher) कक्ष से निम्नतर में जाते समय इलेक्ट्रन कुछ ऊर्जा विकिरित करता है। इसी प्रकार निम्नतर कक्ष से उच्चतर में जाने के लिए, वह कुछ ऊर्जा शोषित करता है। यदि E_1 और E_2 निम्नतर और उच्चतर कक्षों में इलेक्ट्रान की ऊर्जाएं हों, और विकिरित प्रकाश का कंपनांक (frequency) u हो, तो

$E_2 - E = hu$, यहां h, एक सार्वभौमिक स्थिरांक है, जिसे प्लैंक का स्थिरांक (Planck's Constant) कहते हैं। इसका मान $6\ 60 \times 10^{27}$ है।

(*iv*) कोणीय संवेग (या संवेग का घूर्ण) सदैव $h/2\pi$ का पूर्णांकीय गुणज (integral multiple) होता है, अर्थात्, $mv.a = nh/2\pi$, या $ma^2\omega = nh/2\pi$

(यहां v, इलेक्ट्रान का वेग और w, कोणीय वेग है; a वृत्तीय पथ की त्रिज्या है और n एक पूर्णांक है।)

प्रथम मान्यता के अनुसार, $\frac{(Ze).e}{a^2} = \frac{m.v^2}{a} = mw^2 a$

(यहां Z, न्यष्टि प्रोटानों की संख्या है, और e किसी प्रोटान का धनात्मक आवेश अथवा इलेक्ट्रान का ऋणात्मक आवेश है। ये दोनों मात्रा में समान होते हैं। दो विपरीतात्मक आवेशों Ze एवं e के बीच आकर्षण का बल $Ze.e/a^2$ होगा।

अस्तु, $Z^2 ma^3\omega^2 = Ze^2$ (*i*)

चौथी मान्यता के अनुसार, $ma^2w = \frac{nh}{2\pi}$. (ii)

$$\therefore \frac{ma^3w^2}{ma^2w} = aw = \frac{Ze^2}{nh/2\pi} = \frac{2\pi Ze^2}{nh}. \quad (iii)$$

अव, किसी कक्ष में इलेक्ट्रान की संपूर्ण ऊर्जा, E

=गतिज ऊर्जा+स्थितिज ऊर्जा

$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze.e}{a} = \frac{1}{2}ma^2w^2 - \frac{Ze^2}{a} = \frac{1}{2}ma^2w^2 - ma^2w^2$—समीकरण (i) के अनुसार,

$\therefore E = -\frac{1}{2}ma^2\omega = -\frac{1}{2}m.\left(\frac{2\pi Ze^2}{nh}\right)^2$—समीकरण (iii) के अनुसार

$$= -\frac{1}{2}m.\frac{4\pi^2Z^2e^4}{n^2h^2} = -\frac{2\pi^2mZ^2e^4}{n^2h^2}.$$

यदि किसी निम्न स्तर के कक्ष की ऊर्जा E_1 और उच्च स्तर के कक्ष की ऊर्जा E_2 हो, तथा n_1 और n_2 तत्संगत क्वांटम (Quantum numbers) संख्याएं हैं, तो

$$E_1 = -\frac{2\pi^2mZ^2e^4}{n_1^2h^2} \quad \text{और} \quad E_2 = -\frac{2\pi^2mZ^2e^4}{n_2^2h^2}$$

$$\therefore E_2 - E_1 = hu = \frac{2\pi^2mZ^2e^4}{h_2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

$$\therefore u = \frac{2\pi^2mZ^2e^4}{h^3}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

{ R एक स्थिरांक है, जो रिडवर्ग का स्थिरांक (Rydberg's Constant) कहा जाता है }

जब किसी प्रकार बाहर से ऊर्जा पहुंचाकर (एक्स किरणें आदि भेजकर) किसी कक्ष में से इलेक्ट्रान को उन्मुक्त कर दिया जाय, तो रिक्त स्थान की पूर्ति के लिए, बाहरी कक्षों से कोई इलेक्ट्रान ऊर्जा को विकिरित करके रिक्त कक्ष में प्रविष्ट कर जाता है। इसीसे उत्सरण वर्णक्रम (Emission spectrum) की उत्पत्ति होती है। जब कोई इलेक्ट्रन, ऊर्जा देकर किसी बाहरी कक्ष में पहुंचाया जाता है, तो वह शोषण वर्णक्रम की उत्पत्ति करता है। इस प्रकार ऋणात्मक ऊर्जा की स्थितियों के आधार पर, परमाणु के लाक्षणिक वर्णक्रम (Characteristic spectrum of an atom) की उत्पत्ति को समझाया जा सकता है।

I. यदि $n_1=1$, तो n_2 का मान 2, 3, 4, आदि लिया जा सकता है।

$$\therefore \ \nu_{2,1}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right); \ \nu_{3,1}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2}\right), \ \nu_{4,1}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{4^2}\right)$$

आदि।

(यहां प्रयुक्त संकेत स्पष्ट हैं) इस प्रकार कई रेखाओं की उत्पत्ति होती है, जिन्हें लाइमन श्रेणी (Lyman Series) कहते हैं।

II. यदि $n_1=2$, तो n_2 का मान 3, 4, 5, आदि हो सकता है।

$$\therefore \ \nu_{3,2}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right); \ \nu_{4,2}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right); \ \nu_{5,2}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{5^2}\right)$$ आदि।

इस श्रेणी को बामर श्रेणी (Balmer Series) कहते हैं।

III. यदि $n_1=3$, तो $n_2=4, 5, 6$, आदि।

$$\therefore \ \nu_{4,3}=R\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}\right); \ \nu_{5,3}=R\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{5^2}\right)$$ आदि।

इस श्रेणी को पैशेन श्रेणी (Paschen Series) कहते हैं।

IV. यदि $n_1=4$, तो $n_2=5, 6, 7$, आदि।

$$\therefore \ \nu_{5,4}=R\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{5^2}\right); \ \nu_{6,4}=R\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{6^2}\right)$$ आदि।

इस श्रेणी को फुंड श्रेणी (Fund Series) कहते हैं।

V. यदि $n_1=5$, तो $n_2=6, 7, 3$, आदि।

$$\therefore \ \nu_{6,5}=R\left(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{6^2}\right); \ \nu_{7,5}=R\left(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{7^2}\right)$$ आदि।

इस श्रेणी को ब्रैकट श्रेणी (Brackett Series) कहते हैं।

बाद में सोमरफेल्ड (Sommerfeld) ने दीर्घवृत्तीय (elliptical) कक्षाओं की मान्यता के आधार पर बोर विवेचन में कुछ संशोधन किया। इन्हीं मौलिक आधारों पर अन्य जटिल परमाणुओं के वर्णक्रमों का विश्लेषण किया गया है।

(*c*) **धारीदार या पट्टी वर्णक्रम** (Fluted or Band Spectrum)—विशेष परिस्थियों में उत्तेजन (excitation) के कारण अणुओं से प्रकाश का विकिरण होता है। उत्तेजन के अनुसार अणुओं की परिभ्रामक गति में वृद्धि एवं आणविक मध्यमान उन्मुक्त मार्गों (mean free paths) की रेखाओं में आन्दोलन बढ़ जाता है। ऐसे वर्णक्रम भागों में चौड़ी चमकीली पट्टियां रहती हैं, जो एक सिरे पर सुस्पष्ट एवं तीक्ष्ण और दूसरे पर विच्छाय हो जाती हैं। अणुवीक्षण यंत्र द्वारा निरीक्षित करने से पता चलता है कि प्रत्येक पट्टी अनेकों रेखाओं से मिलकर बनी होती है, जिनके बीच में सबसे कम

दूरी उज्ज्वल सिरे पर और सबसे अधिक दूरी धुंधले सिरे पर होती है। धारीतार वर्ण-क्रम प्राप्त करने के लिए बहुधा गैस को गाइसलर नली (Geissler Tube) में कम दबाव पर बन्द किया जाता है, और अत्यन्त कम विभव पर विद्युत्-विसर्जन कराया जाता है। किसी कार्बन की छड़ में छिद्रों को किसी पदार्थ के चूर्ण से भर कर और छड़ को धनात्मक विद्युद्द्वार (positive electrode) बना कर सामान्यतः ठोस का पट्टी वर्णक्रम मिलता है।

(*d*) **शोषण वर्णक्रम** (Absorption Spectrum)—यदि श्वेत प्रकाश के मार्ग में किन्ही पारदर्शक पदार्थ को व्याधित कर दें, जो प्रकाश की कुछ किरणों को शोषित कर ले, तो प्रेषित प्रकाश के वर्णक्रम में कुछ रंगों का अभाव होगा। ऐसे वर्णक्रम को शोषण वर्णक्रम (Absorption spectrum) कहते हैं।

प्रत्येक पदार्थ अपने शोषण वर्णक्रम द्वारा पहचाना जा सकता है। ऐसे वर्णक्रम दो उपविभागों में बांटे जा सकते हैं, जिन्हें काली रेखा वर्णक्रम (Black line spectrum) और काली पट्टी वर्णक्रम (Black bond spectrum) कहते हैं।

(*i*) **काली रेखा वर्णक्रम** (Black line spectrum)—यदि किसी उष्मा के स्रोत से निकलने वाले श्वेत प्रकाश को, ठंडी वाष्प से गुजरने दिया जाय, तो वाष्प उन अवयवों को श्वेत प्रकाश में खींच लेती है, जिनको वह उदीप्त (incandescent) स्थिति में निकालती है। इसलिए परिणामी वर्णक्रम एक अविरल (continuous) वर्णक्रम होता है, जिसके बीच में कई काली रेखाएं पड़ी होती हैं। विद्युत् के प्रकाश को सोडियम वाष्प में गुजारने से इस प्रकार का वर्णक्रम मिल सकता है।

(*ii*) **काली पट्टी का वर्णक्रम**—यदि अविरल (continuous) वर्णक्रम प्रकट करने वाले स्रोत के प्रकाश को किसी ऐसे पदार्थ से व्याधित कर दें, जो वर्णक्रम के कुछ भाग को शोषित कर लें, तो इस प्रकार का वर्णक्रम मिलता है। पोटैशियम परमैंगनेट के हल्के घोल से वर्णक्रम के मध्य भाग का शोपण होता है। विद्युत् आर्क के प्रकाश को लाल कांच से व्याधित करने पर भी इस प्रकार का वर्णक्रम मिलता है।

सूर्य और तारों के वर्णक्रम—सूर्य का वर्णक्रम एक अविरल वर्णक्रम होता है, जिसे बीच में अनेकों काली रेखाएं काटती हैं। इन रेखाओं का सबसे पहले फ्रौनहोफ़र (Fraunhofer) ने पता चलाया, और यह उसी के नाम से प्रचलित हैं। इन्हें वर्णक्रम के *ABCDEFGH* अक्षरों से सूचित करते हैं।

इन रेखाओं की उत्पत्ति काफी समय तक नहीं समझी जा सकी। सूर्य के केन्द्र भाग में एक श्वेत-तप्त ठोस रहता है, (जिसका ताप करोड़ों डिग्री है) जिसे (Photosphere) कहते हैं, और उसके चारों ओर एक अपेक्षाकृत ठंडा आवरण रहता है, (6000° के लगभग ताप पर) जिसे वर्णमंडल (Chromosphere) कहते हैं। इस आवरण में **अधिकतर पार्थिव तत्वों की वाष्प रहती है। बुन्सेन और किर्चोफ के अनुसार, सूर्य से**

निकलने वाला श्वेत प्रकाश, आवरण की ठंडी वाष्प में से गुजर कर उन किरणों से वंचित हो जाता है, जो वाष्प के तत्वों द्वारा तापोज्वल (incandescent) अवस्था में निकाली जाती हैं। लुप्त वर्णक्रम (Missing spectra) के अध्ययन से पता चलता है कि काली रेखाएं उन्हीं स्थलों पर मिलती हैं, जहां कुछ पार्थिव पदार्थों के वर्णक्रम की उज्ज्वल (bright) रेखाएं होती हैं, जिससे प्रकट होता है कि सूर्य के वायुमंडल में पार्थिव पदार्थ विद्यमान हैं।

किर्चोफ नियम यह है "कम ताप पर किसी तत्व की वाष्प केवल उस प्रकाश को शोषित कर लेती है, जिसे वह स्वयं अधिक ताप पर निकालती है।"

अधिकतर स्थिर तारों के वर्णक्रम सूर्य के वर्णक्रम की भांति होते हैं। इन वर्णक्रमों की उज्ज्वल पृष्ठभूमि पर काली रेखाएं रहती हैं। धूम्रकेतु (nebulae) के उत्सरण वर्णक्रम (emission spectrum) में कुछ उज्ज्वल रेखाएं रहती है, जिनसे यह प्रकट होता है कि ये पिंड, बहुत कम दबाव पर पूर्णत: गैसीय हैं।

विकिरण के कुछ प्रभाव—(*i*) पार ऊष्मिकता (Calorescence):— आयडीन को कार्बन-डाइ-सल्फाइड में घोलने से वह एकदम काला हो जाता है, और दृष्टि-गोचर किरणों को रोक देता है। घोल में से उपरक्त (infra-red) किरणें पार हो जाती हैं। यदि उन्हें सेंधे नमक के एक लैंस द्वारा पतले काले प्लैटिनम के पत्र पर छोड़ा जाय तो प्लैटिनम चमक उठता है। इस प्रयोग में उपरक्त किरणों के संघात से प्लैटिनम छोटी लंबाइयों की तरंगे निकालता है। इस प्रभाव को सबसे पहले टिंडल (Tyndall) ने देखा था। जो पदार्थ उष्मा की लंबी तरंगों को छोटी तरंगों में परिणत करते हैं, उन्हें पार-ऊष्मिक (Calorescent) कहते हैं।

(*ii*) **स्फुरण** (Phosphorescence)—कुछ पदार्थ, विशेष प्रकार के प्रकाश डाले जाने पर, दूसरे प्रकार के प्रकाश को निकालते हैं। इस क्रिया में ताप नहीं बढ़ता। हीरे को यदि सूर्य के प्रकाश में रखने से कुछ देर बाद अंधेरे में ले जावें, तो वह घंटों तक चमकता रहता है। यही व्यवहार कैल्शियम सल्फाइड करता है। कुछ वस्तुएं उत्तेजक किरणों के बन्द करने पर घंटों तक चमकती रहती हैं, कुछ बाद में स्वल्प-काल ही तक चमकती रहती हैं।

कैल्शियम सल्फाइड के ऊपर सूर्य का या विद्युत् आर्क का प्रकाश एक मिनट के लिए पड़ने दो। अंधेरे कमरे में ले जाकर देखने से कुछ नीला सा प्रकाश निकलता हुआ दिखाई देगा। अब इसे बुन्सेन ज्वालक की लौ में गरम करने से, एक तेज चमक निकलती है। थोड़ी देर में सब प्रकाश निकल जाता है। यदि उत्तेजक किरणें फिर डाली जायं, तो वह फिर स्फुरित हो जायगा।

इस प्रकार के आचरण की उत्पत्ति मुख्यत: बैंगनी अथवा पार-बैंगनी किरणों के कारण होती है। **बालमेन के पेन्ट (कैल्शियम सल्फाइड) को गर्म करके सब प्रकाश निकल**

जाने देते हैं। फिर उसे कागज पर फैलाकर अंधेरे कमरे में आर्क प्रकाश का वर्णक्रम डालते हैं। पीले, हरे आदि रंगों का स्थान देखने के पश्चात् आर्क बन्द कर देते हैं। अब ध्यान से देखने पर यह प्रकट होता है कि जिन स्थानों पर बैंगनी अथवा पारबैंगनी किरणें पड़ी थीं, वहां सबसे अधिक स्फुरण होता है। लाल किरणों के पड़ने के स्थलों पर चमक बिल्कुल नहीं मालूम होती।

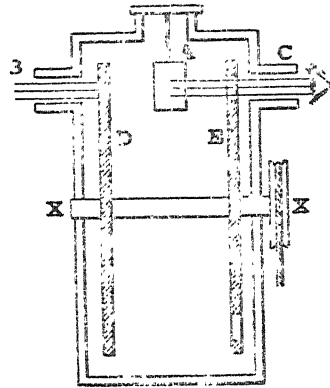
स्फुरित किरणें उत्तेजक किरणों से कम वर्त्तनीय (refrangible) होती हैं। उत्तेजक किरणें बैंगनी या पारबैंगनी होती हैं, पर निःसृत प्रकाश नीले-हरे रंग का होता है। यह नियम स्टोक्स (stokes) ने प्रतिपादित किया और प्रत्येक स्फुरण और प्रति-दीप्ति (आगे देखिए) के लिए लागू होता है। इसके कुछ अपवाद भी हैं ('पार ऊष्मिकता' देखिए)

गर्मी के कारण स्फुरण का नष्ट होना ऊपर बताया गया है। यदि स्फुरित बालमेन पेंट पर आर्क का वर्णक्रम डाला जाय, तो जिस भाग पर लाल और उपरक्त प्रकाश पड़ रहा है, वह तीव्रता से देदीप्यमान हो उठता है, पर शीघ्र ही चमक नष्ट हो जाती है। किरणों के कारण ताप बढ़ने से पहली शोषित शक्ति झट से निकल जाती है।

सामान्यतः स्फुरण केवल धरातल के निकटवर्ती प्रदेश से होता है। आपतित प्रकाश की ऊर्जा का अधिकतर भाग स्फुरण उत्पन्न करने में व्यय हो जाता है। शेष प्रकाश का माध्यम के भीतर शोषण शीघ्रता से हो जाता है।

यदि स्फुरण काल बहुत कम हो तो यह पता चलाने में कठिनाई होती है कि वास्तव में स्फुरण हुआ या नहीं। इस कठिनाई को दूर करने के लिए बेकरेल (Becquerel) ने एक स्फुरणदर्शक (Phosphorscope) का निर्माण किया। जिस पदार्थ का परीक्षण करना हो, उसे एक बक्स में A पर रखते हैं। एक खिड़की B द्वारा प्रकाश-दंड पदार्थ पर गिरने दिया जाता है। निरीक्षक की आंख उसके सामने दूसरे सिरे C पर रखी जाती है। एक क्षैतिज अक्ष पर दो गोल धातु के मंडलक D और E व्यवस्थित रहते हैं, जिनकी परिधि पर समान दूरी वाले बहुत से छेद बने होते हैं। ये छेद एक दूसरे के आमने-सामने नहीं होते, पर जैसे ही एक मंडलक का कोई छिद्र वस्तु के सामने से पूरा पार हो जाता है तैसे

चित्र 103

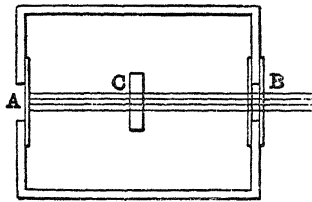
ही दूसरे मंडलक का तत्संगत छिद्र उसके पीछे उसी सीध में आ जाता है। पहले मंडलक D के किसी छिद्र में से प्रकाश वस्तु पर डाला जाता है। मंडलकों के घूमने के कारण

जैसे ही D से प्रकाश का अन्दर आना बन्द हो जाता है, तैसे ही वह दूसरे मंडलक के छिद्र द्वारा दिखाई देने लगता है। अब पदार्थ तभी दिखाई देगा, जब वह स्फुरित हो रहा हो। यदि मंडलकों की गति और छिद्रों के बीच की दूरी मालूम हो, तो स्फुरण-काल ज्ञात किया जा सकता है। इस प्रकार के उपकरण से बेकरल ने उन स्फुरणों तक का पता चलाया, जिनमें स्फुरण 1 सेकंड के केवल कुछ हजारवें हिस्सों तक होता है।

(*iii*) **प्रतिदीप्ति** (Fluorescence)—यदि उत्तेजक प्रकाश से विकिरित होने पर कोई पदार्थ किसी दूसरी तरंग-लंबाई के प्रकाश को निकाले और प्रकाश का निकलना उत्तेजक किरणों को बन्द करते ही, समाप्त हो जाय, तो ऐसी क्रिया को प्रतिदीप्ति (Fluorescent) और ऐसे पदार्थों को प्रतिदीप्त (Fluorescence) पदार्थ कहते हैं।

एक बड़े बीकर को पानी से भर कर उसमें इओसिन (Eosine) की अल्कोहल में घोल की दो चार बूंदें डाल दो। अब आर्क लैंप के प्रकाश को बीकर में भरे हुए द्रव के किसी विन्दु पर संसृत कर लो। हरी प्रतिदीप्ति के कारण किरणों का मार्ग स्पष्ट हो जायगा। बीच में अपारदर्शक पर्दा लगा देने से चमक फौरन नष्ट हो जाती है।

स्टोक्स का नियम प्रतिदीप्ति के लिए भी लागू होता है। आर्क के प्रकाश को कोबल्ट कांच में से गुजरने दो, जिससे केवल नीली बैंगनी किरणें पार हो जायं। अब इस प्रकाश को कैनारी कांच (Canary glass) के टुकड़े पर संसृत करो। यद्यपि उत्तेजक किरणें नीली हरी हैं, पर कांच में से देदीप्यमान हरा प्रकाश निकलता हुआ दिखाई देता है।

यदि इओसिन के ऊपर प्रकाश डाला जाय, तो किरणों का मार्ग समस्त घोल में दिखलाई देगा। यदि धीरे-धीरे और इओसिन डाला जाय, तो प्रतिदीप्ति केवल उसी स्थान पर दिखाई देगी, जहां से प्रकाश प्रवेश करता है। सक्रिय किरणें घोल में शीघ्रता से शोषित हो जाती हैं।

यदि प्रतिदीप्ति निर्बल हो, तो उत्तेजक किरणों की चमक के कारण वह दिखलाई नहीं देगी। इस कठिनाई को दूर करने के लिए स्टोक्स ने इस तथ्य का आश्रय लिया कि प्रतिदीप्त किरण, उत्तेजक किरणों से कम वर्त्तनीय होती हैं। जिस वस्तु की परीक्षा करना हो, उसे एक बक्स में एक स्थान C पर व्यवस्थित किया जाता है। बक्स को अन्दर से काला कर देते हैं और बक्स के दोनों ओर छिद्र कर देते हैं। एक ओर के छिद्र को दो कांच के टुकड़ों से ढक देते हैं, जिनमें एक गहरा नीला और दूसरा हरा होता है। इनसे जानेवाले प्रकाश का लाल, नीला और हरा भाग रुक जाता है। दूसरी ओर के छिद्र को एक पीले पर्दे से ढक देते हैं, जिससे नीला या बैंगनी प्रकाश न जा सके। यदि वस्तु में प्रतिदीप्ति नहीं होती तो नीला प्रकाश जो पहले छिद्र

चित्र 104

से गजरता है, वह दूसरे छिद्र द्वारा व्याधित होता है और वस्तु अदृश्य हो जायगी। यदि प्रतिदीप्ति हुई, तो नीला प्रकाश हरे में परिणत हो जाता है, और यह पीले कांच में से निकल जाता है, जिससे वस्तु दिखाई देगी।

इन्द्र-धनुष (Rainbow) :—जब सूर्य का प्रकाश वर्षा की बूंदों पर पड़ता है, तो परावर्तन, आवर्त्तन और विश्लेषण के कारण एक सुन्दर वर्णक्रम की उत्पत्ति होती है। सूर्य की ओर पीठ किए हुए व्यक्ति को आकाश में एक वर्णक्रम मिलता है जो वृत्तीय चाप पर व्यवस्थित होता है। बाहरी किनारे पर लाल रंग और भीतरी किनारे पर बैंगनी रंग प्रकट होता है। इस वर्ण-व्यवस्था को प्राथमिक इन्द्र-धनुष (Primary Rainbow) कहते हैं। कभी कभी इसके बाहर एक और चाप दिखाई देता है, जिसमें रंगों का व्युत्क्रम (inversion) होता है। यह द्वैतीयिक (secondary) इन्द्र-धनुष कहलाता है।

प्राथमिक धनुष उन किरणों से बनता है, जो बूंदों के भीतर एक बार परावर्तित होती हैं। मान लो सूर्य से निकल कर समान्तर किरणों में से एक किरण किसी बूंद के A स्थान पर आपतित होती है। वहां वह आवर्तित होकर अन्दर जाती है, और बूंद में चल कर बूंद के तल के विन्दु B पर पहुंचती हैं। प्रकाश का कुछ भाग बाहर निकल जाता है। शेष भाग परावर्तित होकर C पर पहुंचता है, और वहां आवर्तित होकर बाहर निकल जाता है।

यह मार्ग लाल रंग के लिए निर्दिशित किया गया है। अन्य रंगों का प्रकाश भी A पर पड़ने से दो बार आवर्तित और एक बार परावर्तित होगा, पर उसका मार्ग भिन्न होगा। निर्गत किरणों में बैंगनी रंग ऊपर की ओर और लाल नीचे की ओर होगा।

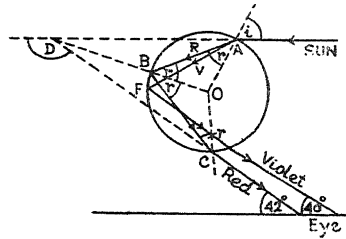
यदि किसी किरण $A\ B\ C$ के लिए आपतन कोण i और आवर्तन कोण r हो, तो चित्रानुसार आंतरिक परावर्तन के आपतन और परावर्तन कोण भी r होंगे, तथा निर्गत कोण i होगा।

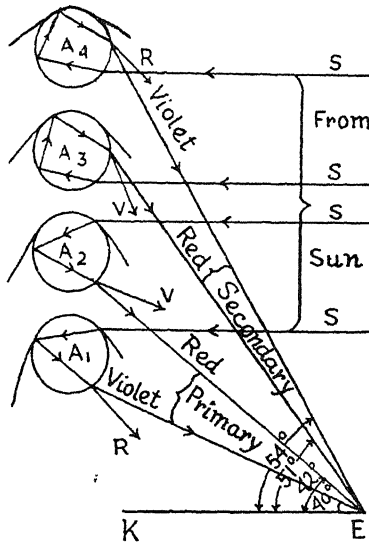
चित्र 105

अब यदि किसी किरण (चित्र में ABC) का विचलन कोण ज्ञात करें, तो चित्रानुसार,

$$D=\pi-ADC=\pi-2(ADO)$$

$$=\pi-2(ABO-BAD)=\pi-2\{r-(i-r)\}=\pi-2(2r-i)$$

$=\pi+2i-4r$. अब ∵ $\sin i/\sin r=\mu$, इसलिए i के मान से r के मान का निर्धारण किया जा सकता है। इस कारण i के संगत D का मान भी ज्ञात किया जा सकता है। यदि आपतन विचलन कोण का लेखाचित्र बनाएं, तो त्रिपार्श्व के वक्र से मिलता जुलता वक्र प्राप्त होता है। प्रत्येक रंग के लिये भिन्न भिन्न न्यूनतम विचलन होता है। लाल रंग के लिए न्यूनतम विचलन 138° होता है, और तत्संगत

आयतन कोण 61° होता है। बैंगनी के लिए न्यूनतम विचलन कोण 140° होता है, और तत्संगत आपतन कोण 61° होता है। जो किरणें अभिलंब की दिशा में बूंद पर टकराती हैं, वह उसी मार्ग से लौट भी आती हैं। अत: उनके लिए $D = 0$

जब किरणें बूंद में इस प्रकार चलती हैं कि विचलन न्यूनतम हो, तो आपतन कोण विशेष रूप से भिन्न होने पर भी निर्गत कोणों में विशेष अंतर नहीं होता, और किरणें आंख द्वारा देखी जा सकती हैं। सूर्य से निकले हुए प्रकाश-दंड की प्रत्येक किरण का विचलन भिन्न होता है। विश्लेषण के कारण एक वर्णक्रम बनता है। चित्रानुसार, निरीक्षक की आंख को सूर्य से मिलाने वाली रेखा से निर्गत लाल किरणें 180-138=42° का कोण बनाती हैं, और बैंगनी किरणें 180–140=40° का कोण बनाती हैं (यह न्यूनतम विचलन के लिए सत्य है, क्योंकि लाल और बैंगनी किरणों के विचलन क्रमश: 138° और 140° हैं।) यदि इस रेखा को अक्ष मान कर वे शंकु बनाए जाएं जिनके अर्ध-शीर्ष (Semi-Vertical) कोण, क्रमश: 42° और 40° हों, तो पहले शंकु पर शीर्ष E (आंख की स्थिति) से खींची गई प्रत्येक सरल रेखा की दिशा से लाल किरणें आकर आंख पर मिलती हैं। इसी प्रकार दूसरे शंकु की तत्संगत रेखाएं बैंजनी किरणों के आने की दिशाएं प्रकट करेंगी। अन्य सभी रंग इन दोनों के बीच के निश्चित शंकुओं पर पड़ेंगे। प्रत्येक रंग की किरणें उन बूंदों से चल कर निरीक्षक तक आती हैं, जो एक निश्चित् क्रम में व्यवस्थित हैं (जिससे निर्गत किरणें निर्दिष्ट शंकु पर पड़ सकें)। इससे प्रकट है कि प्राथमिक धनुष में लाल रंग ऊपर और बैंगनी नीचे पड़ता है।

चित्र 106

द्वैतीयिक धनुष, (Secondary Rainbow) बूंदों में दो आंतरिक परावर्तनों और सीमान्त दो आवर्तनों से उत्पन्न होता है। इससे बैंगनी निर्गत किरणें 54° के शंकु के तल पर और लाल किरणें 51° के शंकु के तल पर पड़ती हैं। इसे भी चित्रानुसार समझा जा सकता है।

वस्तुओं के रंग:—रंगीन वस्तुओं का अपना कोई रंग नहीं होता। उनके रंग इन बातों पर निर्भर होते हैं (*i*) आपतित प्रकाश की प्रकृति (*ii*) उनके द्वारा शोषित

प्रकाश की मात्रा और (*iii*) जो रंग शोषित नहीं होते, उनके द्वारा उत्पन्न आंख में अनुभूति ।

सूर्य का प्रकाश इसलिए श्वेत है कि उसमें भिन्न भिन्न रंग आवश्यक मात्रा में विद्यमान होते हैं, पर अधिकतर श्वेत प्रतीत होनेवाली कृत्रिम व्यवस्थाएं वास्तव में श्वेत नहीं होतीं। उनमें कुछ न कुछ अवयवों का अभाव होता है। विद्युत् लैंप के प्रकाश में लाल-गुलाबी रंग अधिक और नीला बैंजनी कम होता है; गैस लैंप के प्रकाश में नीला भाग अधिक और लाल-पीला कम होता है। इसीलिए कृत्रिम प्रकाश में नीला सूट काला मालूम होता है।

अपारदर्शक वस्तुओं के रंग—किसी अपारदर्शक वस्तु का रंग, आपतित और शोषित प्रकाश की प्रकृति पर निर्भर होता है। जो रंग वह परावर्तित करती है, उसी रंग की वस्तु भी मालूम होती है। श्वेत प्रकाश में लाल रंग के फूल की लाली वास्तव में इसी तथ्य में निहित है कि वह लाल रंग परावर्तित करता है, और अन्य रंगों को शोषित करता है। श्वेत प्रतीत होनेवाली वस्तु सब रंगों का परावर्तन करती है, और काली प्रतीत होने वाली वस्तु सब अवयवों को शोषण करती है। इसलिए परावर्तित प्रकाश का रंग आपतित प्रकाश में कुछ जुड़ने के कारण नहीं वरन् कुछ घटने के कारण उत्पन्न होता है।

किसी वस्तु को वर्णक्रम के भिन्न-भिन्न भागों से गुजारने से इस सिद्धान्त की पुष्टि की जा सकती है। श्वेत पुष्प हरे रंग में हरा और लाल में लाल प्रतीत होता है। हमें व्यवहार में शुद्ध रंग के पिंड बहुत कम मिलते हैं। जब कोई पिंड, वर्णक्रम में रखा जाता है, तो वह एक भाग में चमकीला, पर आसन्न भागों में पूर्णतः काला नहीं प्रतीत होता, क्योंकि वह कुछ हद तक इन रंगों को भी परावर्तित करता है।

पारदर्शक वस्तुओं के रंग—जब श्वेत प्रकाश को किसी पारदर्शक वस्तु पर डाला जाता है, तो वह कुछ अवयव शोषित करके शेष को प्रेषित करता है। लाल कांच का टुकड़ा लाल इसलिए दिखाई देता है कि वह केवल लाल रंग को ही जाने देता है, और अन्य रंगों को रोक लेता है। इसी प्रकार लाल मोम का टुकड़ा लाल कांच में से देखने पर लाल मालूम होगा, पर नीली या हरी वस्तु काली दिखाई देती है, क्योंकि लाल कांच में से होकर आनेवाला लाल रंग, नीली या हरी वस्तु से शोषित हो जाता है, और निरीक्षक तक कोई प्रकाश नहीं जा पाता।

पर बहुत से रंगीन कांचों का रंग शुद्ध नहीं होता। पीला कांच, पीले रंग को प्रेषित करता है, और साथ ही हरे और गुलाबी रंगों को भी जाने देता है, और नीला कांच, नीले रंग के अतिरिक्त नील का रंग (indigo) और हरा रंग भी जाने देता है। इसलिए इन दो कांचों के संयोजन से परिणामी हरा रंग निकलता हुआ प्रतीत होगा। वास्तव में शीशा और जल जैसे अच्छे पारदर्शक भी कुछ प्रकाश को शोषित करते हैं। पतले स्तरों (layers) में इस शोषण का प्रभाव नहीं मालूम होता, पर गहरी तहों में यह स्पष्ट

प्रभाव डालता है। सामान्यतः गहरा जल हरा मालूम होता है, पर अधिक गहराई में वह काला मालूम होने लगता है।

चूर्णों (Powders) **के रंग**—बहुत से पदार्थों के रंग, चूर्ण स्थिति में हल्के मालूम होते हैं, क्योंकि भिन्न-भिन्न तहों में लगातार परावर्तनों के कारण प्रकाश अधिक नीचे प्रविष्ट होकर शोषित नहीं हो पाता। पर यदि चूर्ण बहुत बारीक हो, तो शोषण बहुत कम होता है और छितरे प्रकाश के कारण चूर्ण, श्वेत दिखाई देगा।

रंग और उनके मिश्रण:—न्यूटन ने श्वेत प्रकाश को सात शुद्ध रंगों में विश्लेषित किया। वर्णक्रम-प्रणाली में लाल, हरे और नीले रंगों को उपयुक्त मात्रा में मिलाने से अन्य सब रंग प्राप्त हो जाते हैं। इन्हें प्राथमिक (Primary) माना जा सकता है। यदि वर्णक्रम के किन्हीं दो रंगों को मिलाने से श्वेत प्रकाश प्राप्त हो, तो उन्हें संपूरक (Complementary) कहा जाता है। इस प्रकार के अनेक जोड़े मिल सकते हैं (नीलिमामय हरे और लाल, पीले और नीले, हरित-पीत और बेंगनी रंग संपूरक हैं)।

यदि लाल और हरे रंगों को मिलाया जाय, तो परिणामी रंग पीला होगा, जिसे वर्ण-क्रम के पीले रंग से पृथक् पहचाना नहीं जा सकता; पर वर्णक्रम दर्शक में यह तुरन्त स्पष्ट हो जायगा, क्योंकि वर्णक्रम का पीला रंग तो पीला ही रहेगा, पर मिश्रण द्वारा बना हुआ पीला रंग, लाल और हरे अवयवों में पृथक् हो जायगा।

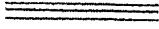
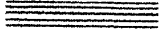
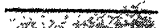
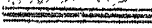
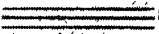
इस प्रकार तरंग की लम्बाई से रंग का निर्धारण होता है, पर रंग से तरंग की लंबाई नहीं निर्धारित होती।

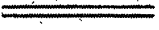
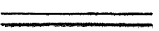
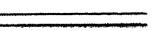
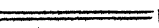
रंगाओं (Paints or Pigments) **के रंग और उनके मिश्रण**—रंगाओं के मिश्रण के रंग उन रंगों पर निर्भर होते हैं, जिन्हें वे शोषित करते हैं। वर्णक्रम की नीली और पीली किरणों के मिलने से श्वेत रंग की उत्पत्ति होती है, पर पीली और नीली रंगाओं का मिश्रण हरा प्रतीत होता है। इसका कारण यह है कि रंगा के पीले कण, पीले के अतिरिक्त सब रंगों का शोषण करते हैं और रंग के नीले और गहरे कण, हरे और नीले के अलावा सब रंगों का शोषण करते हैं। इसलिए मिश्रण केवल हरी किरणों को परावर्तित करता है, जो शोषित नहीं होतीं।

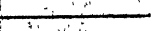
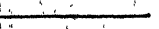
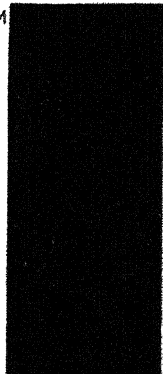
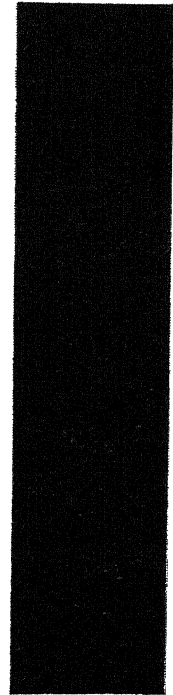
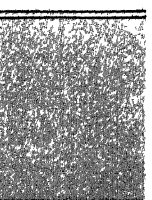
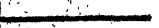
हम कह सकते हैं कि वर्णक्रम के रंगों को मिलाने से संयोजन (superposition) के प्रभाव मिलते हैं, और रंगाओं के मिलाने से शोषण या रंगों के निकल जाने (Sub-traction) का प्रभाव मिलता है।

हल किये हुए प्रश्न

1. क्राउन कांच के एक त्रिपार्श्व को, जिसका वर्तन कोण, 5°, वर्तनांक 1·5 और विश्लेषण सामर्थ्य ·21 है, एक दूसरे त्रिपार्श्व के साथ सटाया जाता है, जिसका वर्तनांक

CALCIUM

CALCIUM

HYDROGEN HYDROGEN

HYDROGEN HYDROGEN

Magnesium Magnesium

Mixed Gas

SODIUM SODIUM SODIUM SPECTRUM

HYDROGEN HYDROGEN

CALCIUM -

Mixed Gas -

Potassium -

1·6 और विश्लेषण सामर्थ्य ·42 है, जिससे कि एक अवर्णक समूह (Achromatic Combination) बन जाये। दूसरे त्रिपार्श्व का वर्तन-कोण ज्ञात करो।

अवर्णक समूह के लिए,

$$(\mu_v - \mu_r)A = (\mu'_v - \mu'_r)A'$$

$$\omega = \frac{\mu_v - \mu_r}{\mu - 1}; \therefore \mu_v - \mu_r = (\mu - 1)\omega = (1·5 - 1) \times ·21 = ·105$$

इसी प्रकार, $\mu'_v - \mu'_r = (\mu' - 1)\omega' = ·6 \times ·42 = ·252$

$$\therefore A' = \frac{(\mu_v - \mu_r)}{\mu'_v - \mu'_r}. A = \frac{·105}{·252} \times 5 = \frac{·525}{·252} = 2·08°.$$

2. एक समक्ष दृष्टि वर्णक्रम दर्शक (Direct Vision Spectroscope) में एक क्राउन कांच के त्रिपार्श्व का वर्तन कोण = 20°, वर्तनांक = 1·53, तथा फ्लिट कांच के त्रिपार्श्व का वर्तनांक 1·64 है। दूसरे (फ्लिट कांच के) त्रिपार्श्व का वर्तन-कोण निकालो।

यहां, $(\mu - 1)A = (\mu' - 1)A'$.

$$\therefore A' = \frac{\mu - 1}{\mu' - 1}. A = \frac{1·53 - 1}{1·64 - 1} \times 20 = \frac{20 \times 53}{64} = \frac{530}{32} = 16·562°.$$

3. क्राउन कांच का एक सम उभयोतल (Equi-biconvex) लैंस और फ्लिट कांच के एक अवतल लैंस को मिलाने से अवर्णक (achromatic) समूह बनता है। सम-उभयोतल लैंस का वक्रता अर्धव्यास 53·5 सें० मि० है। अवतल लैंस की विश्लेषण-सामर्थ्य निकालो। उतल लैंस के लिये, $\mu_v = 1·54$, $\mu_r = 1·53$, और समूह का संगमान्तर = $133\frac{1}{3}$ सें० मि०।

$$\text{उतल लैंस का } \mu = \frac{\mu_v + \mu_r}{2} = \frac{1·54 + 1·53}{2} = 1·535 \text{ सें० मी०}$$

$$\therefore \omega = \frac{\mu_v - \mu_r}{\mu - 1} = \frac{1·54 - 1·53}{1·535 - 1} = \frac{·01}{·535} = \frac{10}{535} = \frac{2}{107}$$

सूत्र $\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ में, उतल लैंस के लिए,

$\mu = 1·535, r_1 = -R, r_2 = +R$ (यहाँ R, वक्रता अर्धव्यास है; अर्थात् $R = 53·5$)

$$\therefore \frac{1}{f} = (1·535 - 1)\left(-\frac{1}{R} - \frac{1}{R}\right)$$

$$= -\frac{2\times \cdot 535}{R} = -\frac{1\cdot 070}{R} = -\frac{1\cdot 07}{53\cdot 5} = \frac{1}{50}$$

$\therefore\ f = -50$ सें० मी०

यदि अवतल लैंस का संगमान्तर f' हो, तो,

$$\therefore\ -\frac{1}{50} + \frac{1}{f'} = -\frac{3}{400}$$

$$\therefore\ \frac{1}{f'} = \frac{1}{50} - \frac{3}{400} = \frac{8-3}{400}$$

$\therefore\ f' = 80$ सें० मी० ।

अवर्णक समूह के लिए, $\frac{\omega}{f} + \frac{\omega'}{f'} = 0$

अर्थात्, $\frac{2}{107} \times \left(-\frac{1}{50}\right) + \frac{\omega'}{80} = O$

$$\omega' = \frac{8\times 2}{535} = \cdot 0299$$

प्रश्नावली

1. सफेद प्रकाश की संयुक्त प्रकृति पर प्रकाश डालो । न्यूटन ने इसे किस प्रकार सिद्ध किया ? (कलकत्ता, '51)
2. वर्णक्रम क्या है ? वास्तविक और अवास्तविक वर्णक्रम, शुद्ध और अशुद्ध वर्णक्रम में भेद करो। (पटना, '41)
3. विश्लेषण और विचलन में भेद करो । एक ऐसी व्यवस्था का विवरण दो, जिसके द्वारा तुम विना विचलन के विश्लेषण प्राप्त कर सकते हो । (यू० पी० बोर्ड, '21, '44, कलकत्ता, '22, '25, '46, पटना, '36)
4. एकवर्ण (Monocromatic) प्रकाश क्या है ? तुम कैसे जांच करोगे कि दिया हुआ प्रकाश एकवर्ण है या नहीं ? (यू० पी० बोर्ड, '45)
5. बिना विचलन के विश्लेषण किस प्रकार उत्पन्न करोगे ? इस सिद्धांत पर आधारित किसी यंत्र का अनुच्छेदीय चित्र सहित वर्णन करो ? (गोहाटी, '50)
6. तुम (क) दीप की लौ (घ) बिजली के बल्ब (ग) सोडियम लौ और (घ) सूर्य के वर्ण क्रम का किस प्रकार अध्ययन करोगें ? (यू० पी० बोर्ड, '50)
7. फ्रौनहोफर रेखाएं क्या हैं, और किस प्रकार उत्पन्न होती हैं ? उनसे सूर्य के विषय में क्या जानकारी प्राप्त होती है ? (यू० पी० बोर्ड, '48)

8. जब प्रकाश-स्रोत (क) लोहे का आर्क (ख) श्वेत गर्म कार्बन की ऐसी छड़ हो, जिसके सामने पोटैशियम परमैंगनेट के घोल से भरी हुई कांच की सैल हो, तो अवलोकित वर्णक्रम के स्वरूप का संक्षिप्त वर्णन करो।

   किन किन बातों में सौर वर्णक्रम, आर्क-लैंप द्वारा उत्पन्न वर्ण-क्रम से भिन्न होता है? इन अंतरों का कारण बताओ? (**पटना**, '38)

9. ऐसी किसी व्यवस्था का वर्णन करो, जिसके द्वारा पर्दे पर शुद्ध वर्णक्रम उत्पन्न हो सकता है। उपकरण के प्रत्येक भाग के महत्व पर प्रकाश डालो और चित्र द्वारा पर्दे पर रंगों का क्रम प्रदर्शित करो (**यू०पी०बोर्ड**, '16, '22, '23, '31, **ढाका**, '30, '32, '34, **कलकत्ता**, '11, '13, '14, '17, '22, '28, '31, '39, '44, '45, '47, '49, **पटना**, '20, '26, 28, '30, '31, 36)

10. शुद्ध वर्णक्रम क्या है, और उसे किस प्रकार उत्पन्न किया जाता है। प्रयोगों द्वारा किस प्रकार दिखाओगे कि वर्णक्रम एक सिरे पर लाल से परे और दूसरे पर बैंजनी से परे फैला हुआ है? (**पटना**, '31, **गोहाटी**, '49)

11. वर्णक्रममापक (spectrometer) का विवरण दो। प्रयोग में न्यूनतम विचलन कोण पर त्रिपार्श्व को क्यों आयोजित किया जाता है? (**कलकत्ता**, '37)

12. वर्णक्रमदर्शक (spectroscope) का वर्णन करो और उसकी उपयोगिता पर प्रकाश डालो। (**यू० पी० बोर्ड**, '48, **कलकत्ता**, '11, '16, '18, '46)

    उसको किस प्रकार लगाओगे? उसमें से समांगी (homogeneous) प्रकाश का रास्ता दिखाओ। (**कलकत्ता**, '35, **पटना**, '34, '46)

13. त्रिपार्श्व वर्णक्रममापक से शुद्ध वर्णक्रम किस प्रकार प्राप्त किया जा सकता है। आवश्यक व्यवस्थापनों का विस्तृत विवरण दो।

    (**यू० पी० बोर्ड**, '45, **उत्कल**, '44, '50, **राजस्थान**, '46)

14. (क) लाल फूल (ख) हरे फूल (ग) सफेद कागज के एक टुकड़े और (घ) एक काले पदार्थ को जब सफेद प्रकाश के वर्णक्रम के एक सिरे से दूसरे तक ले जाते हैं, तो उनके रूपों में क्या परिवर्तन मिलते हैं? (**पटना**, '33)

15. यदि झिरी के सामने (क) आर्क लैंप (ख) एक सोडियम लौ (ग) आर्क लैंप और उसके तथा झिरी के बीच एक सोडियम लौ व्यवस्थित किए जाएं, तो क्या दिखाई देगा? अंतिम स्थिति में यदि विशेषता हो, तो उसका कारण बताओ।

    (**उत्कल**, '44)

16. समक्ष दृष्टि वर्णक्रमदर्शक (Direct Vision Spectroscope) का स्वच्छ चित्र सहित वर्णन करो। उसकी उपयोगिता पर भी प्रकाश डालो।

    (**कलकत्ता**, '33, **यू० पी० बोर्ड**, '44, **राजस्थान**, '50)

17. वर्णक्रम मापक की सहायता से, किसी त्रिपार्श्व का वर्तनांक कैसे ज्ञात करोगे?

    (**यू० पी० बोर्ड**, '46, **कलकत्ता**, '37, **देहली**, '38)

18. सकारण समझाओ (क) पिसा हुआ रंगीन कांच सफेद दिखाई देता है।

    (**गोहाटी**, '50)

(ख) घूमनेवाल मंडलक पर नीले और पीले हिस्से सफेद रंग देते हैं, तथा नीले और पीले कांचों का मेल, गहरा हरा या कोई भी रंग संचारित नहीं करता। (**गोहाटी**, '50, **पटना**, '27)

(ग) साधारण नीले और पीले रंगों का मिश्रण हरा दिखाई देता है, (**पटना**, '40, **कलकत्ता**, '41)

(घ) गहरे नीले रवों को पीस कर चूरा बनाने से, चूर्ण का रंग हल्का नीला दिखाई देता है। (**पटना**, '40, **कलकत्ता**, '41)

19. साधारण नीले और पीले रंग मिलाए जाने पर हरे क्यों मालूम होते हैं? वे पदार्थ जो सफेद प्रकाश में रंग-बिरंगे दिखाई देते हैं, सोडियम लौ द्वारा प्रकाशित किए जाते हैं। तब क्या दिखाई देता है? अवलोकित परिणामों पर प्रकाश डालो। (**कलकत्ता**, '19, '44)

20. मोटे नीले कांच में से जब सफेद और पीले पदार्थ देखे जाते हैं, तो वे नीले क्यों दिखाई देते हैं? अपनी व्याख्या की सत्यता प्रकट करने के लिए कुछ प्रयोगों का वर्णन करो? (**ढाका**, '32)

21. सफेद गत्ते के एक टुकड़े पर पुते हुए लाल वर्ग को एक आदमी, कुछ समय तक ध्यान से देखता है। तब सफेद पर्दे की ओर देखने से उसे एक भिन्न रंग दिखाई देता है। वह कौन-सा रंग देखता है, और क्यों? यही प्रयोग लाल पर्दे पर पुते हुए नीले वर्ग से दुहराया जाता है। ठीक इसके पश्चात् सफेद पर्दे पर देखने से क्या दिखाई देता है? भलीभांति समझाओ। (**कलकत्ता**, '41)

22. स्फुरण और प्रतिदीप्ति में क्या अन्तर है? (**यू० पी० बोर्ड**, '21, **कलकत्ता**, '35)

23. टिप्पणियां लिखिए (क) इन्द्र धनुष (ख) फ्रौनहोफर रेखाएं (ग) निर्वर्ण समूह (achromatic Combination) (घ) रेखा वर्ण क्रम (च) परिपूरक रंग। (**यू० पी० बोर्ड**, '44, '46, **कलकत्ता**, '22)

24. वर्ण-क्रम उत्पन्न करने के लिए त्रिपार्श्व का क्यों प्रयोग किया जाता है। (**पटना**, '32)

वर्ण-क्रम में प्राप्त रंगों के पुनः संयोजन से श्वेत प्रकाश प्राप्त किरणें की किन्हीं दो विधियों का वर्णन करो। (**कलकत्ता**, '46, '49)

25. विचलन बिना विश्लेषण और विश्लेषण द्वारा विचलन में किस प्रकार भेद करोगे? विस्तृत विवरण दो।

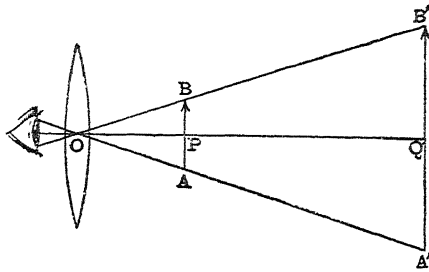
26. प्रमुख तथ्यों का उल्लेख करते हुए, वर्णक्रम के अध्ययन के महत्व पर प्रकाश डालो।

अध्याय 7

आलोक यंत्र और मनुष्य की आंख

(Optical Instruments & Human Eye)

अभिवर्धकता (Magnifying Power):—वस्तुओं के विस्तार का अनुभव केवल उनकी लंबाई चौड़ाई पर ही आधारित नहीं होता। वह दूरी पर भी निर्भर होता है। सूर्य, चन्द्रमा से वहुत वड़ा होने पर भी दोनों समान आकार के प्रतीत होते हैं। दूरवीन में बना प्रतिविंब सदैव वस्तु से छोटा होता है, पर देखने में वह बड़ा प्रतीत होता है। कुतुब मीनार दूर से छोटी दिखाई देती है, पर उसके निकट आते-आते वह बड़ी मालूम होती जाती है। प्रकाशीय यंत्रों की अभिवर्धकता का आभास हमको इस बात से होता है कि प्रतिविंव द्वारा आंख पर वनाया गया कोण, वस्तु द्वारा आंख पर वनाए गए कोण का कितना गुना है। परन्तु वस्तु जो कोण आंख पर बनाती है, वह उसकी दूरी पर भी निर्भर होता है। कोई प्रकाशीय यंत्र, जो उस कोण को बढ़ा दे, वह दूरवीन कहलाता है। अस्तु, दूरवीन की अभिवर्धकता उस निष्पत्ति को कहते हैं, जो प्रतिबिंब जितना कोण आंख पर बनाता है उसमें और वस्तु अपने स्थान से जितना कोण बनाती हो, उसमें हो।

सूक्ष्म दर्शक, यंत्रों में वस्तु, आंख के वहुत निकट होती है। यदि इन यंत्रों में कोई उपयोगिता हो, तो इनमें दिखाई देने वाले प्रतिबिंव का आंख पर बना हुआ कोण उस कोण से अधिक होना चाहिए, जो वस्तु अपने सबसे अच्छे स्थान, अर्थात् निकटतम स्पष्ट दृष्टि की दूरी से बनाती है।. इसलिएसूक्ष्मदर्शक की अभिवर्धकता, उस निष्पत्ति को कहते हैं, जो प्रतिबिंब जितना कोण आंख पर बनाता है, उसमें और वस्तु निकटतम स्पष्ट दृष्टि दूरी (Least distance of distinct vision) से जितना कोण बनाती है, उसमें हो।

चित्र 107

सरल पढ़नेवाला लैंस (Simple Reading Lens)—यह एक उतल लैंस होता है। वस्तु की लैंस से दूरी, संगमान्तर से कम होती है। मान लो कि प्रतिबिंब, आंख से निकटतम स्पष्ट दृष्टि की दूरी D पर व्यवस्थित है, और $A'B'$ तथा AB क्रमशः प्रतिबिंब की लंबाई और वस्तु की लंबाई को व्यक्त करते हैं।

प्रतिबिंब द्वारा आंख पर बनाया गया कोण, ∝ (रेडियनों में) $=\frac{A'B'}{D}$

स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर व्यवस्थित वस्तु द्वारा आंख पर बनाया गया कोण

β (रेडियनों में) $=\frac{AB}{D}$

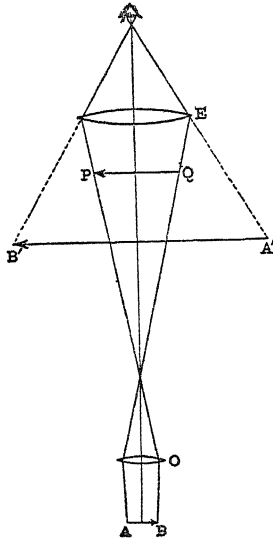
अस्तु, अभिवर्धकता, $M=\frac{\beta}{\alpha}=\frac{A'B'/D}{AB/D}=\frac{A'B'}{AB}=\frac{D-a}{u}$ (चित्रानुसार) यहां a लैंस और आंख के बीच की दूरी है, (अकेले लैंस के लिए, अभिवर्धकता और अभिवर्धन का संख्यात्मक मान, बराबर होते हैं।

यदि केवल संख्यात्मक मानों को प्रयुक्त किया जाय' तो प्रचलित संकेतों के अनुसार,

$$\frac{1}{D-a}-\frac{1}{u}=-\frac{1}{f}$$

$$\therefore\ 1-\frac{D-a}{u}=-\frac{D-a}{f},\quad \text{या,}\quad \frac{D-a}{u}=1+\frac{D-a}{f}$$

$$\therefore\ M=1+\frac{D-a}{f}$$

यदि आंख, लैंस से सटी हुई मान ली जाय, तो $a=0$, और $M=1+\frac{D}{f}$

इसलिए अभिवर्धन (कोणीय) के लिए आंख का सबसे अच्छा स्थान लैंस के बहुत पास है। देखते समय आंख को लैंस से मिलाकर रखना चाहिए।

चित्र 108

यौगिक सूक्ष्म दर्शक (Compound Microscope):—इसमें दो उतल लैंस होते हैं। जिस लैंस पर प्रकाश पहले पड़ता है, उसे उपदृश्य (objective) कहते हैं, और दूसरे लैंस को (जिसके द्वारा अंतिम प्रतिबिंब बनता है) उपनेत्र (Eyepiece) कहते हैं। वस्तु (AB) भलीभांति प्रदीप्त होना चाहिए, और उपदृश्य के संगम से थोड़ी अधिक दूरी पर होना चाहिए। उसका वास्तविक, उल्टा और बड़ा प्रतिबिंब PQ पर बनेगा। यदि दूसरे लैंस से इसकी दूरी, उस लैंस के संगमान्तर से कम हो तो, अंतिम प्रतिबिंब, **$A'B'$ पर प्रतीयमान और बड़ा होगा। मान लो**

दीर्घ अक्षर U और V क्रमशः पहले लैंस से AB और उसके प्रतिबिंब PQ की दूरियां व्यक्त करते हैं, और ह्रस्व अक्षर, तथा v क्रमशः दूसरे लैंस से PQ और $A'B'$ की दूरियां हैं, इन लैंसों के संगमान्तरों के u संख्यात्मक मान F और f हैं।

परिभाषा के अनुसार, $$M=\frac{A'B'/v}{AB/D}=\frac{A'B'}{AB}\cdot\frac{D}{v}$$
$$=\frac{A'B'}{PQ}\cdot\frac{PQ}{AB}\cdot\frac{D}{v}$$
$$=\frac{v}{u}\cdot\frac{V}{U}\cdot\frac{D}{v}=\frac{V}{U}\cdot\frac{D}{u}$$

सामान्यतः अंतिम प्रतिबिंब की अभीष्ट दूरी, स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी, अथवा अनंत होती है। जब आंख के स्नायु तंतुओं को शिथिल करके देखना होता है (viewing with relaxed accomodation) तो प्रतिबिंब, अनंत पर बनने देते हैं।

(1) यदि प्रतिबिंब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी D पर बने, तो $\frac{D}{u}=1+\frac{D}{f}$

(पढ़नेवाले लैंस के अंतर्गत देखिए)

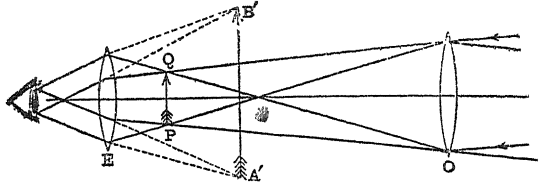
$$\therefore\quad M=\frac{V}{U}\left(1+\frac{D}{f}\right)$$

(2) यदि प्रतिबिंब अनंत पर बने, तो $v=\infty$ अर्थात् $u=f\left(\frac{D}{u}=\frac{D}{f}\right)$

$$\therefore\ M=\frac{V}{U}\cdot\frac{D}{f}.$$

दोनों अवस्थाओं में अभिवर्धकता बढ़ाने के लिए f और U कम करना चाहिए। उपनेत्र में स्वस्तिका सूत्र (cross-wire) अथवा पैमाना, PQ पर लगाया जाता है। U कम करने से प्रतिबिंब PQ स्वस्तिका सूत्र से आगे की ओर खिसक जायगा। यदि हम प्रतिबिंब PQ की स्थिति बतलाना न चाहें, तो U कम करने के लिए F को भी घटाना होगा। अस्तु, यौगिक सूक्ष्मदर्शक की अभिवर्धकता बढ़ाने के लिए उपदृश्य और उपनेत्र दोनों के संगमान्तर (F एवं f) कम होना चाहिए। असली सूक्ष्म दर्शक में कई और लैंस रहते हैं, पर मूल सिद्धान्त यही है। उपदृश्य और उपनेत्र दोनों कई लैंसों से मिलकर बनते हैं, जिससे वर्णापेरण और गोलापेरण के दोष दूर हो जावें।

ज्योतिषीय दूरबीन (Astronomical telescope)—इसमें भी दो उत्तल लैंस होते हैं, देखी जानेवाली वस्तुएं बहुत दूर होती हैं, और उनसे आनेवाली किरणें संगमान्तर होती हैं। उपदृश्य से बननेवाला प्रतिबिंब संगमीय तल (focal plane)

पर वास्तविक, उल्टा और छोटा बनता है। यह प्रतिबिंब, उननेत्र से, उसके संगमान्तर

चित्र 109

की दूरी से कम दूरी पर बनता है। अंतिम प्रतिबिंब, प्रतीयमान, उल्टा और बड़ा बनता है।

परिभाषा के अनुसार, $M=\frac{A'B'/v}{AB/(U+d)}$ (क्योंकि दोनों लैंसों के बीच की दूरी d, U के सापेक्ष नगण्य है) यहां AB अनंत पर स्थित वस्तु है।

$$\therefore \quad M=\frac{A'B'/v}{AB/U} \quad \text{(यदि } d \text{ को } U \text{ के सापेक्ष नगण्य मान लिया जाय)}$$

$$\therefore \quad m=\frac{A'B'}{AB}\cdot\frac{U}{v}=\frac{A'B'}{AB}\cdot\frac{U}{v}=\frac{A'B'}{PQ}\cdot\frac{PQ}{AB}\cdot\frac{U}{v}$$

$$=\frac{v}{u}\cdot\frac{V}{U}\cdot\frac{U}{v}\left(\because \frac{A'B'}{PQ}=\frac{v}{u} \text{ और } \frac{PQ}{AB}=\frac{V}{U}\right)=\frac{V}{u}=\frac{F}{u}$$

(i) यदि प्रतिबिंब अनंत पर बने, तो $u=f$

$$\therefore \quad M=\frac{F}{f}$$

(ii) यदि प्रतिबिंब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर हो, तो,

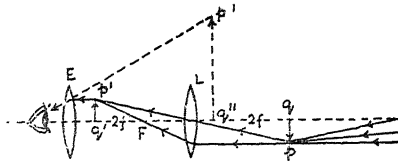
$$\frac{D}{u}=\left(1+\frac{D}{f}\right) \text{ या, } \frac{1}{u}=\frac{1}{D}\left(1+\frac{D}{f}\right)$$

$$\therefore \quad M=\frac{F}{u}=\frac{F}{D}\left(1+\frac{D}{f}\right)=\frac{F}{D}+\frac{F}{f}=\frac{F}{f}\left(1+\frac{f}{D}\right)$$

अभिवर्धकता बढ़ाने के लिए F बढ़ाना चाहिए, और f घटाना चाहिए। F बढ़ाने से यंत्र बहुत लम्बा हो जाता है। इस दोष के निवारण के लिए कुछ यंत्रों में पूर्ण परावर्तन त्रिपार्श्व की सहायता से किरणों को ऊपर नीचे तीन बार परावर्तित करते हैं, जिससे उल्टा प्रतिबिंब सीधा हो जाता है, पार्श्विक उत्क्रमण का दोष दूर हो जाता है, और ज्यामितीय लंबाई वही रहने पर भी प्रकाशिकीय लंबाई तिगुनी हो जाती है।

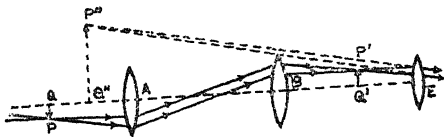
अभिवर्धन अधिक होने से प्रतिबिंब धुंधला पड़ जाता है। सुदूरवर्ती नक्षत्रों से आने-

वाले प्रकाश की मात्रा क्षीण हो जाने के कारण यह आवश्यक है कि उपदृश्य का व्यास बड़ा होना चाहिए।

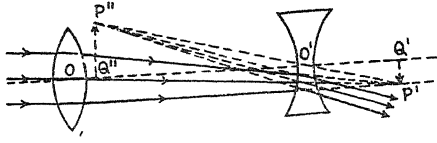
पार्थिव दूरबीन (Terrestrial Telescope):—ज्योतिषीय दूरबीन में प्रतिबिंब उल्टा बनता है। पर कुछ विशेष कार्यों के लिए सीधा प्रतिबिंब आवश्यक होता है। उदाहरणार्थ, जब उपकरण, नाविकों आदि द्वारा प्रयुक्त होता है, तो सीधा प्रतिबिंब आवश्यक होता है।

चित्र 110

इस कठिनाई को दूर करने के लिए पार्थिव दूरबीन में उपनेत्र के साथ एक उतल लैंस लगा देते हैं, जिससे उल्टा प्रतिबिंब सीधा हो जाय। इस व्यवस्था से उपकरण की लंबाई बढ़ जाती है। कुछ प्रकाश परावर्तित होकर नष्ट हो जाता है, जिससे अतिरिक्त लैंस के प्रयोग से चित्र अस्पष्ट हो जाता है।

एक वास्तविक उल्टा, प्रतिबिंब, उपदृश्य (objective) द्वारा बनता है। एक उतल लैंस, उपनेत्र और उपदृश्य के बीच में इस प्रकार व्यवस्थित रहता है कि इस प्रतिबिंब की लैंस से दूरी उसके संगमान्तर के दुगने के बराबर होती है। इस कारण इस लैंस के दूसरी ओर उसी दूरी पर पहले प्रतिबिंब का उल्टा और बराबर प्रतिबिंब बनता है। दो बार उलटने के कारण, यह प्रतिबिंब, वस्तु के सापेक्ष सीधा होता है। उपनेत्र इस प्रकार व्यवस्थित रहता है कि यह प्रतिबिंब उसके संगमान्तर के ठीक भीतर बनता है, जिसके कारण स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर एक प्रतीयमान, अभिवर्धित प्रतिबिंब बनता है। (चित्र में उपदृश्य नहीं दिखाया गया है)।

कभी कभी एक की बजाय दो लैंसों के समूह का प्रयोग किया जाता है। समूह का पहला लैंस, प्रतिबिंब PQ से संगमान्तर के बराबर दूरी पर रखा रहता है। इस लैंस से समान्तर किरणें निकल कर दूसरे लैंस पर पड़ती हैं। वहां से निकल कर वे प्रतिबिंब $p'q'$ बनाती हैं, जो उपनेत्र के संगमान्तर के ठीक भीतर होता है। अंतिम प्रतिबिंब प्रतीयमान और अभिवर्धित होता है। दोनों लैंसों के बीच की दूरी, उभयनिष्ट संगमान्तर के दुगने के बराबर होती है।

चित्र 111

गैलीलियो की दूरबीन (Galileo's Telescope) :—इसमें उपदृश्य, एक बड़े संगमान्तर का उतल लैंस और उपनेत्र, 0' एक अवतल लैंस होता है। उपदृश्य के

संगमीय तल पर, अवतल लैंस के अभाव में एक वास्तविक, उल्टा प्रतिबिंब $P'Q'$ बनता है। अवतल लैंस द्वारा किरणें संगम तक पहुंचने से रुक जाती हैं। इस लैंस के कारण वे समान्तर किरणावलि के रूप में निकलती हैं और आंख में एक प्रतीयमान, सीधा और अभिवर्धित प्रतिबिंब दिखाई देता है। चित्र से स्पष्ट है कि OQ' उपदृश्य और $O'Q'$ उपनेत्र के संगमान्तर हैं।

चित्र 112

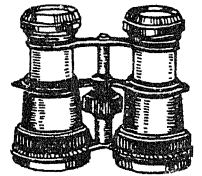
ज्योतिषीय और गैलीलियन दूरबीनों की तुलना—

(i) ज्योतिषीय दूरबीन में दोनों लैंसों के बीच की दूरी, उपदृश्य और उपनेत्र के संगमान्तरों के योग के बराबर होती है। गैलीलियन दूरबीन में यह दूरी दोनों के अन्तर के बराबर होती है। इसलिए उसमें कम लंबाई की आवश्यकता होती है।

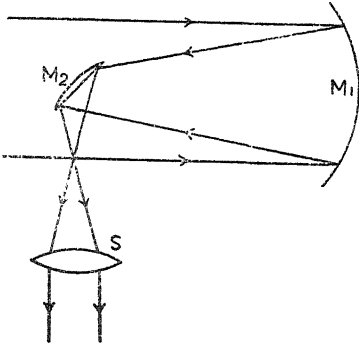
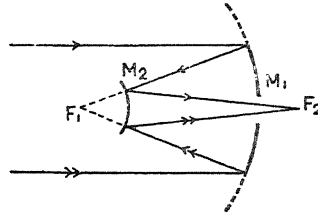
(ii) ज्योतिषीय दूरबीन में, अंतिम प्रतिबिंब उल्टा और गैलीलियन में, सीधा होता है।

(iii) ज्योतिषीय दूरबीन में अभिवर्धकता, और दृष्टि क्षेत्र (field of view) गैलीलियन दूरबीन की अपेक्षा कहीं अधिक होते हैं। गैलीलियन दूरबीन में प्रतिबिंब केवल उन्हीं किरणों से बनता है, जो केन्द्र के निकट से गुजरती हैं, इसलिए अंतिम प्रतिबिंब अस्पष्ट होता है।

(iv) ज्योतिषीय दूरबीन में स्वस्तिका सूत्र (cross-wire) होते हैं, पर गैलीलियन में कोई स्थिति ऐसी नहीं है, जहां स्वस्तिका सूत्र लगाए जाएं, क्योंकि उपनेत्र से बना हुआ अंतिम प्रतिबिंब और स्वस्तिका सूत्र का प्रतिबिंब संपातित नहीं हो सकते। उपदृश्य का संगमीय तल (focal plane) यंत्र के बाहर पड़ता है, इसलिए यदि आंख को उपदृश्य के ठीक पीछे रखा जाय, तो वहां स्वस्तिका सूत्र नहीं रखे जा सकते।

ऑपेरा कांच (Opera glasses):—यह यंत्र, दो समान्तर अक्षों की गैलीलियन दूरबीनों के अगल-बगल लगाने से बनता है। दूरबीन की नलियां छोटी होने के कारण, अभिवर्धन कम होता है। उनके बीच की दूरी न्यूनाधिक की जा सकती है, जिससे वे आंखों पर ठीक से लगाए जा सकें।

चित्र 113

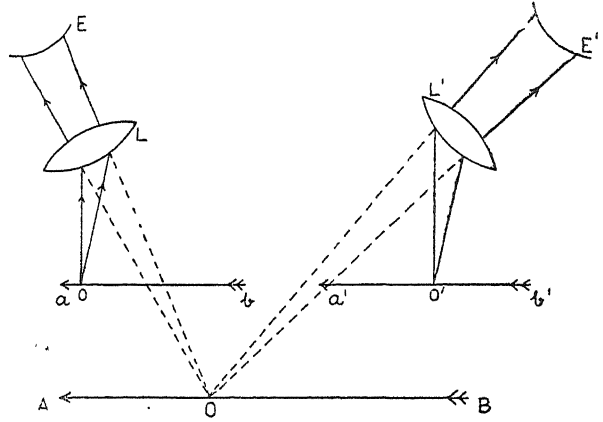
परावर्तक दूरबीन (Reflecting Telescope)—परावर्तन के सिद्धान्त पर आधारित दूरबीन, कई बातों में आवर्तक दूरबीनों से श्रेष्ठ होते हैं। ये विशेष कर दो प्रकार के होते हैं:— (चित्र 114 पृष्ठ ५०१ पर)

(i) **न्यूटन की दूरबीन**—किसी सुदूर वस्तु के सामने एक अवतल दर्पण को आयोजित किया जाता है। समान्तर किरणें, दर्पण पर टकराने के पश्चात् संसृत होने से पहले एक समतल दर्पण पर पड़ती हैं, जो अक्ष से 45° पर व्यवस्थित रहता है। समतल दर्पणसे परावर्तन के पश्चात् एक वास्तविक, उल्टा और छोटा प्रतिबिंब बनता है; यह एक उतल लैंस के पीछे संगमान्तर की दूरी पर बनता है। अंतिम प्रतिबिंब प्रतीयमान होता है, और अनंत पर बनता है।

चित्र 114

चित्र 115

(ii) **कैसीग्रानिय दूरबीन** (Cassegranian Telescope):—वस्तु से आने वाला समान्तर प्रकाश दंड, एक परवलीय (Parabolidal) उपदृश्य दर्पण पर पड़ता है। संसृत होने से पहले एक उतल अतिपरवलीय (Convex hyperboloidal) दर्पण द्वारा व्याधित होकर प्रतिबिंब, उपदृश्य के आगे बनता है। उपदृश्य में से किरणों को गुजारने के लिए एक छिद्र की व्यवस्था होती है। प्रतिबिंब को देखने के लिए एक उपनेत्र लगा देते हैं। चित्र 115.

लैंसों द्वारा प्रकाश का बहुत भाग शोषित होता है। दर्पणों के प्रयोग से प्रकाश का बहुत कम क्षय होता है, और प्रतिबिंब भी अधिक उज्ज्वल होता है। बड़े विवर के लैंसों का निर्माण, दर्पणों की अपेक्षा अधिक कठिन होना है। परावर्तक दर्पणों में वर्णदोष नहीं होता और गोलापेरण (Spherical aberration) को भी परवलीय दर्पणों के प्रयोग से दूर किया जा सकता है।

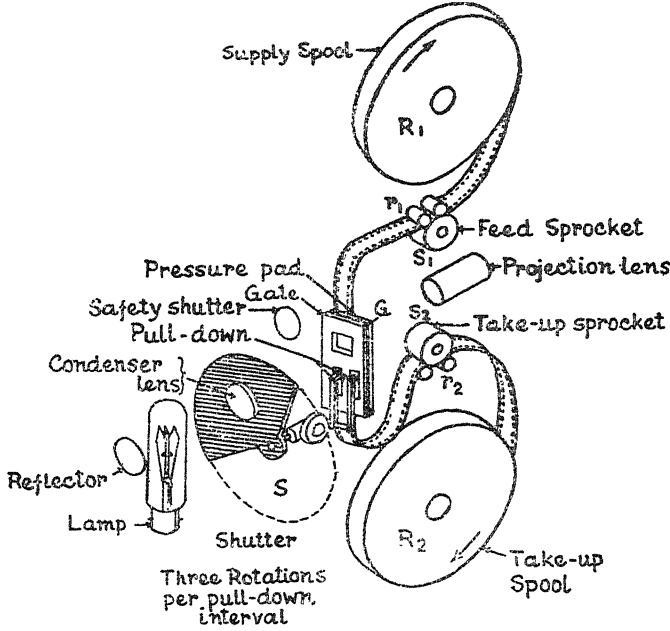
त्रिविपेक्ष (Stereoscope):—किसी वस्तु का फोटोग्राफ गहराई का आभास नहीं देता। यदि किसी वस्तु के दो चित्र, दो निकटवर्ती कोणों पर प्राप्त किए जाएं और उनको अगल बगल इस प्रकार रख दिया जाय, कि लैंसों अथवा नलियों से देखने पर प्रत्येक आंख के सामने एक एक चित्र पड़े, तो गहराई का भी आभास मिल सकेगा।

इस यंत्र में एक चौखटे में दो आधे उतल लेंस लगे होते हैं। किसी वस्तु के दो चित्र

चित्र 116

ab और *a'b'* अगल बगल इन लेंसों के सामने बनाये जाते हैं। इसके लिए किसी ऐसे केमरों (cameras) की जोड़ी का प्रयोग करते हैं, जो एक दूसरे पर थोड़ा झुके हों, जिससे चित्रों का पार्थक्य आंखों की दूरी के अनुरूप हो। लेंस L द्वारा निर्मित *ab* का प्रतीयमान चित्र आंख E से उसी स्थान पर दिखाई देता है, जहां लेंस L' में बना हुआ चित्र 'आंख, E' में दिखाई देता है। इस संयोजन को प्राप्त करने के लिये लेंसों के बीच की दूरी बदली जाती है। इस व्यवस्था से संश्लिष्ट अनुभूति वही होती है, जो वस्तु को स्वयं देखने से होती है।

सिनेमाटोग्राफी (Cinematography)—चलती फिरती वस्तुओं को गति चित्र रूप में प्रदर्शित करने के लिए, इस व्यवस्था का उपयोग करते हैं। यह दृष्टि निर्बन्ध (persistence of vision) के सिद्धान्त पर आधारित है। यदि लगभग $\frac{1}{20}$ सेकंड के अन्तर से किसी गतिशील पिंड के चित्र लिए जाएं, तो इन चित्रों को एक साथ किसी पर्दे पर फेंकने से संश्लिष्ट प्रभाव, निरंतरता की भ्रान्ति उत्पन्न करेगा।

किसी गतिशील पिंड की गति का क्रमिक निरूपण करने के लिए बहुत से चित्र लिए जाते हैं। इन चित्रों को शीघ्रता से एक प्रक्षेपक लालटैन के सामने लाते हैं, जिसमें प्रकाशिकीय लालटेन (Optical Lantern) जैसी व्यवस्था होती है। जिस फिल्म पर ये चित्र बने होते हैं, उसे संचक लेंस (condensing lens) के सामने इस प्रकार चलाते हैं कि 20 चित्र प्रति सेकंड, संचक के सामने से गुजरते हैं, और एक घड़ी की व्यवस्था से प्रत्येक चित्र प्रकाश के सामने $\frac{1}{20}$ सेकंड तक रुका रहता है। किन्हीं दो चित्रों के प्रकाशित होने के बीच एक छोटा-सा कालान्तर होता है जिसमें अन्धकार रहता है। चित्रों

की तीव्र प्रगति के कारण मस्तिष्क में एक अनुभूति समाप्त होने से पूर्व दूसरी अनुभूति की

चित्र 117

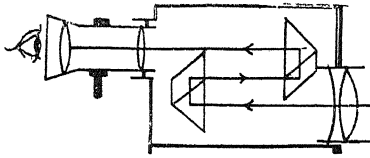
सृष्टि होती है और स्थिर चित्रों का नियम क्रम गति की भ्रांति उत्पन्न केर देता है। (आंख के पर्दे पर प्रत्येक प्रकाशिकीय अनुभूति लगभग $\frac{1}{10}$ सेकंड तक वनी रहती है)

फिल्म सामान्यत: 16 मिलीमीटर या 35 मिलीमीटर की होती है, जिस पर चित्रों के घनात्मक छाप (Positive Print) रहते हैं। ये फिल्म 50 फीट की रीलों में, एक पेटी (reel box) R पर लिपटी रहती है जिसे प्रदाय स्थूल (Supply Spool) कहते हैं। यह एक बेलन π द्वारा एक व समवेग से चलने वाले चक्र, S पर सटी रहती है। आगे चलकर वह एक विवर के सामने दबाव गद्दी के फाटक (Pressure pad gate) से गुजरती है। विवर पर एक प्रकाशिकीय लालटेन द्वारा तीव्र प्रकाश डाला जाता हैं। यह लालटेन एक तीव्र शक्ति ले लैंप या कार्बन आर्क से बनी होती है। इसके पीछे एक परावर्तक और सामने की ओर एक संचक लेंस होता है। बीच के एक दन्ति-चक्र (Sprocket) द्वारा (जिसे चित्र में (pull-down) से निरूपित किया गया है) फिल्म फाटक के सामने खिंच कर आती रहती है। विवर और संचक के बीच एक परिभ्रामी खिड़की (revolving shutter) प्रकाश को उस समय तक बंद रखती है, जब तक कि एक चित्र की स्थिति अनुवर्ती चित्र द्वारा न ग्रहण कर ली

जाय। गड़बड़ी होने पर एक सुरक्षा खिड़की (Safety Shutter) का आयोजन रहता है। दन्ति-चक्र S_2 द्वारा विरोपित फिल्म को इकट्ठा करके दूसरी पेटी R_2 पर चढ़ाया जाता है, जिसे ग्राहक स्पूल (take-up spool) कहते हैं। प्रक्षेपक लैंस L द्वारा एक दूर स्थित पर्दे पर एक वास्तविक अभिवर्धित चित्र प्राप्त किया जाता है।

हेलियोग्राफ और हेलियोस्टाट (Heliograph & Heliostat)—हेलियोग्राफ में एक समतल दर्पण इस प्रकार रहता है कि वह एक स्थान से बहुत दूर स्थित दूसरे स्थान पर सूर्य का प्रकाश परावर्तित करता है। दर्पण को आवश्यकतानुसार टेढ़ा किया जा सकता है, जिससे प्रकाश संकेतों का एक नियमित क्रम प्रेषित होता है।

हेलियोस्टाट में समतल दर्पण द्वारा परावर्तित प्रकाश को सदैव एक निश्चित दिशा में भेजने का आयोजन रहता है। इसके लिये एक घटिका-चक्र द्वारा दर्पण के फ्रेम को घुमाया जाता है।

त्रिपार्श्व द्विनेत्री (Prism Binocular):—इस यंत्र में दो पूर्ण परावर्तक त्रिपार्श्व रहते हैं। वस्तु से निकल कर किरणें पहले एक त्रिपार्श्व से गुजरती और उसके द्वारा आंतरिक रूप से परावर्तित होकर पीछे की ओर लौटती हैं; और सारी नली की लंबाई को पार करके वे एक दूसरे त्रिपार्श्व पर पड़ती हैं। फिर दूसरे त्रिपार्श्व में आंतरिक परावर्तन के पश्चात् वे नली की सारी लंबाई पार करके एक अभिनेत्र लैंस पर पड़ती हैं।

चित्र 118

इस प्रकार उपदृश्य से, अभिनेत्र लैंस तक पहुंचने के लिए किरणों को नली की तिगुनी लंबाई चलना पड़ती है। इस प्रकार नली की लंबाई विना वढ़ाये, उपदृश्य और अभिनेत्र लैंसों के बीच की दूरी बढ़ जाती है। इस कारण बड़े संगमान्तर के लैंस का प्रयोग किया जा सकता है, जिससे अभिवर्धक शक्ति बढ़ जाती है। पहले त्रिपार्श्व की आवर्तक कोर उदग्र और दूसरी की क्षैतिज होती है। पहले त्रिपार्श्व द्वारा बना हुआ प्रतिबिंब केवल पार्श्विक रूप से उत्क्रमित (laterally inverted) होता है, और दूसरे त्रिपार्श्व से बना हुआ प्रतिबिंब केवल उदग्र रूप से उत्क्रमित (vertically inverted) होता है। अंतिम प्रतिबिंब सीधा होता है, और उसमें किसी प्रकार का उत्क्रमण (inversion) नहीं रहता। इस यंत्र को द्विनेत्री इसलिए कहा जाता है कि इसमें प्रत्येक आंख के लिए एक एक दूरबीन रहता है।

फोटोग्राफिक केमरा (Photographic camera)—इस यंत्र द्वारा किसी वस्तु का स्थायी प्रतिबिंब किसी फोटोग्राफिक प्लेट या फिल्म पर बनाया जा सकता है। इसमें एक तहदार (folding) काले कपड़े, कागज या चमड़े का एक बक्स होता है,

जिसकी लम्बाई आवश्यकतानुसार घटाई बढ़ाई जा सकती है। बक्स का भीतरी भाग काला कर दिया जाता है जिससे आंतरिक परावर्तन न हो सकें। बक्स को एक त्रिपाद स्थाम (Tripod stand) में लगा दिया जाता है, जिसके द्वारा वह किसी वांछित ऊंचाई पर व्यवस्थित किया जा सकता है, अथवा उसे इधर उधर खिसकाया जा सकता है। बक्स के पीछे के भाग में एक स्लाइड रहती है, जिसमें एक सूक्ष्मग्राही प्लेट रखी रहती है। फोटो खींचते समय स्लाइड की खिड़की को हटाकर दीप्त वस्तु से प्रकाश प्लेट पर पड़ने दिया जाता है। प्लेट, सेलुलाइड या शीशे की बनी होती है, जिस पर जिलेटिन (gelatin) में चांदी के हैलाइड लवणों का लेप लगा होता है।

बक्स के आगे के भाग में एक लैंसों का समूह व्यवस्थित रहता है, जो रंग-दोष और गोलापेरण (spherical aberration) से मुक्त रहता है। लैंस-समूह को आगे पीछे करने के लिए एक दंड चक्री (Rack & Pinion)का आयोजन रहता है। इसी प्रकार की व्यवस्था बक्स के आधार में रहती है, जिससे आवश्यकतानुसार बक्स की लम्बाई घटाई बढ़ाई जा सकती है। लैंस का विवर भी एक खिड़की (shutter) के द्वारा नियंत्रित किया जा सकता है। विवर बड़ा करने से प्रतिबिंब की तीव्रता (intensity) बढ़ जाती है पर उसकी तीक्ष्णता (sharpness) कम हो जाती है। वस्तु की दीप्ति के अनुसार विवर का समुचित आकार निर्धारित किया जाता है। स्पष्ट प्रतिबिंब के लिए लैंस का मध्य भाग ही प्रयुक्त किया जाना चाहिए। दूसरे भागों को एक नियोजनीय झिल्ली (diaphragm) द्वारा ढक देते हैं, जिसे 'स्टाप'(stop) कहते हैं। विगोपन (exposure) का समय एक खिड़की (shutter) द्वारा नियंत्रित किया जा सकता है। आधुनिक यंत्रों में इसके लिए एक स्वचालित (automtic) व्यवस्था रहती है, जिसके द्वारा विगोपन काल $\frac{1}{10}$ सेकंड से $\frac{1}{200}$ सेकंड तक बदला जा सकता है। इन तात्क्षणिक (instantaneous) विगोपनों के अतिरिक्त सामयिक विगोपनों (time exposures) की भी व्यवस्था रहती है, जिससे आवश्यकतानुसार अभीष्ट दीर्घ कालों के लिए विगोपन जारी रखा जा सकता है।

पहले, बक्स के पीछे के भाग में एक घर्षित कांच का पर्दा लगा देते हैं, और वस्तु को इस पर संगमि (focus) करते हैं। निलय दन्तिकाओं द्वारा पर्दे और दृश्य लैंस के बीच की दूरी को आयोजित करके वस्तु का स्वच्छ प्रतिबिंब बना लेते हैं। फिर पर्दे को निकाल कर स्लाइड को लगा देते हैं, और खिड़की निकाल कर प्लेट को विगोपित (expose) करते हैं। फिर खिड़की लगाकर स्लाइड को निकाल लेते हैं, और अंधेरे में खोल कर प्लेट को एक रासायनिक घोल में धोते हैं, जिसे विकासक (developer) कहते हैं।

दीप्त वस्तु के भिन्न-भिन्न अवयवों से प्रकाश की भिन्न-भिन्न मात्राएं निकल कर प्लेट पर

पड़ती हैं। इन्हीं के अनुसार, विकासक की क्रिया से प्लेट के चांदी के लवण अवकारित (reduce) होकर धातुमय (metallic) अवस्था में परिणत होते रहते हैं।

प्लेट के जिन भागों पर अधिक प्रकाश पड़ता है, वह अधिक काले और अन्य भाग कम काले रहते हैं। एक अधिक प्रचलित विकासक MQ विकासक कहलाता है, जिसके एक लिटर जल के घोल में निम्न पदार्थ रहते हैं :—

मेटाल (Metol)— 20 ग्रेन — मुख्य विकासक

हाइड्रोक्सीक्विनोन (Hydroxyquinone)—80 ग्रेन–तीव्रताकारक (intensifier)

सोडियम सल्फाइड (Sodium Sulphide)—1 औंस

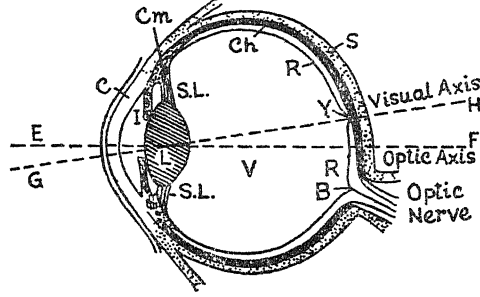
सोडियम कार्बोनेट (Sodium Carbonate)—1 औंस

पोटैशियम ब्रोमाइड (Patassium Bromide)—20 ग्रेन अवमन्दक (retarder)

पानी में थोड़ा धोकर, प्लेट को विकासक में कुछ देर रखा जाता है। फिर पानी में धोकर उसे एक 'स्थापक' (Fixer) में घुमाते हैं, जिससे एक स्थायी प्रतिबिंब अंकित हो जाता है, जिसे 'निगेटिव' कहते हैं क्योंकि उसमें दीप्ति का व्युत्क्रम (inversion) हो जाता है। स्थापक में मुख्यतः हाइपो–सोडियम थायोसल्फेट–(Hypo–Sodium thio-sulphate) का घोल रहता है, जिसमें कुछ सोडियम मेटाबाइसल्फाइट (Sodium Metabisulphite) मिला रहता है।

वास्तविक चित्र प्राप्त करने के लिए, प्लेट की भांति एक ओर रासायनिक पदार्थों से रोपित कागज का प्रयोग किया जाता है। कागज के रोपित तल को 'निगेटिव' (Negative) के रोपित तल से दबाकर एक विशेष प्रकार के चौखटे (frame) में व्यवस्थित कर दिया जाता है, और फिर निगेटिव के निम्न तल से प्रकाश को कागज पर पड़ने दिया जाता है। अब अधिक काले भागों से कम प्रकाश कागज पर पहुंचता है। इस कारण पुनः काले और सफेद भागों के व्युत्क्रम से, 'पाजिटिव' (positive) प्राप्त होता है। अब कागज को विकासक, जल और स्थापक घोलों में क्रमशः चला कर हल्की जलधारा में (जिसमें एक दो बूंदें सिर के तेजाब की छोड़ देते हैं) धो देते हैं। फिर पानी छुड़ाने के लिए इन चित्रों को उल्टा करके एक धातु के निकिल रोपित तल पर चिपका कर उनके ऊपर सोख्ता कागज रख देते हैं, और एक बेलन ऊपर चला देते हैं। फिर इन चिपके हुए चित्रों को एक 'ग्लेजर' (Glazer) में बन्द करके सुखाया जाता है। अन्त में कागज को काट छांट कर वास्तविक फोटोग्राफ तैयार किया जाता है।

मनुष्य की आंख—यह लगभग गोलीय होती है। इसके चारों ओर एक कठोर श्वेत झिल्ली, शुभ्र पटल (seleroctic) होती है। यह आंख के गोले की रक्षा करती है। सामने की ओर यह पारदर्शक और उभरी हुई होती है, और इसे कनीनिका (cornea) कहते हैं। स्केलरा के भीतरी ओर एक झिल्ली (membrane) होती है, जिसे श्याम पटल (choroid) कहते हैं। कौर्निया के ठीक पीछे कौरोइड

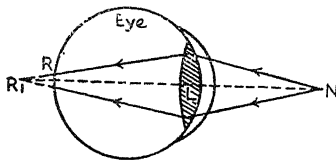
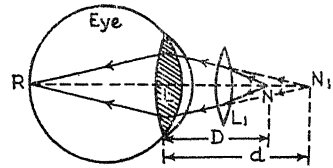
(choroid) रंगीन होता है : इस भाग को उपतारा (Iris) कहते हैं। इसके कारण आंख का भिन्न-भिन्न रंग होता है। यह रंग, देश, जलवायु और मां बाप के ऊपर निर्भर होता है। अंग्रेजों की आंख नीली और स्काट लोगों की भूरी होती हैं। उपतारा के बीच में एक छिद्र रहता है, जिसे नयनतारा (Pupil) कहते हैं। यह अपने आप छोटा बड़ा होता रहता है। अधिक प्रकाश से उपतारा फैल जाता है, और छेद छोटा होता जाता है, और कम प्रकाश से वह सिकुड़ जाता है और छेद बढ़ जाता है। इस क्रिया से आंख के सुग्राहक भाग की रक्षा होती है। भीतरी भाग को देखने के लिए डॉक्टर लोग दवा डालकर छिद्र को बड़ा कर देते हैं। दृष्टि स्नायु (optic nerve) आंख के पीछे कौरोइड और शुभ्र-पटल (seleroctic) के बीच में होती हुई जाती है और कौरोइड के ऊपर रंगों के रूप में फैली रहती है। इसे कृष्ण पटल (retina) कहते हैं। तारे के पीछे आंख का लैंस रहता है, जो मांस-पिंडों का बना होता है, और सिलि-यरी (ciliary) पट्ठों के लटकाने वाले तंतुओं (suspensory ligaments) से लटका रहता है। इन्हीं पट्ठों से उपतारा लटका रहता है। लैंस के आगे और पीछे के तलों का अर्धव्यास क्रमशः 11 मि० मी० और 8 मि० मी० के लगभग होता है। पट्ठों को दबाने से लैंस का संगमान्तर बदला जा सकता है। कनीनिका (cornea) और उपतारा के बीच की रिक्ति को अग्र-कोष्ठ (Anterior chamber) कहते हैं, और उपतारा तथा लटकानेवाले तंतुओं के बीच की रिक्ति को पाश्चात्य कोष्ठ (Posterior chamber) कहते हैं। इस कक्ष को एक लवण के घोल से भरा जाता है, जिसे नेत्र रस (Aqueous humour) कहते हैं। लैंस और कृष्ण-पटल के बीच काचर रस (vitreous humour) भरा रहता है। कृष्ण पटल के आंतरिक तल में एक छोटा सा प्रदेश रहता है, जिसे पीत विन्दु या मैकुला लूटिआ (Macula Lutea) कहते हैं। इसका व्यास 1 से 2 मिलीमीटर तक रहता है। इसके केन्द्र में एक छोटा गड्ढा रहता है, जिसे फोविया सेंट्रलिस (Fovea centralis) कहते हैं। नेत्र-लैंस के प्रकाश केन्द्र और फोविया सेंट्रलिस के प्रकाश-केन्द्र से जानेवाली रेखा, आंख की दृष्टि-अक्ष (visaul axis) कहलाती है। पीले धब्बे का प्रदेश, सबसे अधिक प्रकाशिकीय दृष्टि से सूक्ष्मग्राही होता है। कौनिया के केन्द्र और प्रकाश-केन्द्र से गुजरनेवाली रेखा, प्रकाश-अक्ष (optic axis) कहलाती है। प्रकाश-अक्ष, कृष्ण-पटल से पाश्चात्य ध्रुव (posterior pole)

चित्र 119

पर मिलती है। प्रकाशिकीय स्नायु-तंतु कृष्णपटल में पाश्चात्य ध्रुव (posterior pole) से 3 मिलीमीटर नीचे प्रवेश करते हैं। जिस स्थल पर दृष्टि स्नायु (optic nerves) कृष्ण-पटल में प्रवेश करती हैं, वह दृष्टि मंडलक (optic disc) कहलाता है। इसमें किसी प्रकार की अनुभूति नहीं होती, और इसे अन्ध-विन्दु (blind spot) कहते हैं।

किसी बाहरी वस्तु से किरणें निकल कर मुख्यतः कौनिया के बाहरी तल और नेत्र-लैंस पर आवर्तित होती हैं। वस्तु का वास्तविक प्रतिबिंब कृष्ण पटल पर छोटा और उल्टा बनता है। इस अनुभूति को मस्तिष्क में स्नायु तंत्र ले जाते हैं, और एक जटिल क्रिया द्वारा, हमें उल्टे प्रतिबिम्ब का आभास होता है।

दोष विहीन आंख में, मांस-पेशियों को पूर्णतः ढीला करने से, अनंत पर रखी हुई वस्तुओं का स्पष्ट प्रतिबिंब कृष्ण-पटल पर बनता है। अन्य किसी आयोजन के अभाव में निकटवर्ती वस्तुओं का प्रतिबिंब कृष्ण पटल के परे बनेगा। पर प्रकृति ने यह व्यवस्था की है कि सिलियरी पेशियां स्वतः सिकुड़ जाती हैं, जिससे कौरोइड आगे खिंच आता है, और निलंबक तंतु शिथिल हो जाते हैं। इससे लैंस ढीला हो जाता है, और उसका उभार बढ़ जाता है। लैंस के पीछे के तल की वक्रता में अधिक अंतर आता है। नेत्र-लैंस की इस क्षमता को संविधान-क्षमता (power of accomodation) कहते हैं। वस्तु की दूरी के अनुसार संविधान की मात्रा बदलती रहती है, अर्थात् लैंस का संगमान्तर बदलता रहता है। यह मत हेल्महोल्ट्ज (Helmholtz) ने प्रतिपादित किया। मांस-पेशियों के पूर्णतः ढीला रखने पर अधिक से अधिक जितनी दूर देखा जा सकता है, वह आंख का दूर-विन्दु (Far point) कहलाता है। सामान्य आंख के लिए वह अनंत पर स्थित होता है। समविधान क्षमता वस्तु के बहुत निकट आने पर कार्यशील नहीं होती। वस्तु की वह न्यूनतम दूरी, जहां पर कोई वस्तु स्पष्ट दिखाई देती है, आंख का निकट-विन्दु (Near point) कहलाता है। इसको स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी भी कहते हैं। सामान्य (दोषविहीन) आंख के लिए वह लगभग 10 इंच (या 25 सें० मी०) होती है।

दृष्टि के दोष :—

(1) **दीर्घ दृष्टि** (Hypermetropia)—जब नेत्र-लैंस का संगमान्तर अत्यधिक

चित्र 120(i) **चित्र** 120(ii)

हो जाता है, तो दूर की वस्तु से आनेवाली समान्तर किरणें कृष्णपटल के पीछे संसृत होती हैं। जब वस्तु आगे को आती है, तो समविधान से प्रतिबिम्ब कृष्णपटल पर

बनता है। जब वस्तु 25 सें० मी० दूर पर आ जाती है, तो समविधान क्षमता अत्यन्त क्षीण हो जाती है, और प्रतिबिम्ब खिंच कर कृष्ण पटल पर नहीं आ सकता। इस कारण निकटतम स्पष्ट दृष्टि विन्दु 25 सें० मी० से दूर होता है।

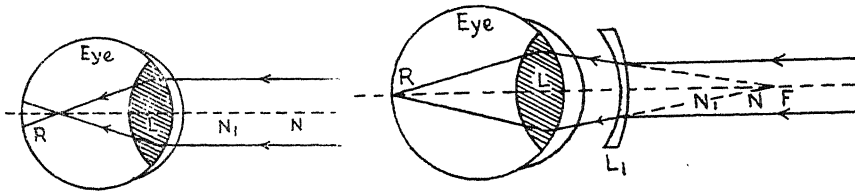
इस विकार को दूर करने के लिए एक उतल लैंस का प्रयोग किया जाता है। इसका संगमान्तर भिन्न-भिन्न कामों के लिए भिन्न-भिन्न होता है।

मान लीजिए निकटतम स्पष्ट विन्दु की दूरी 45 सें० मी० है, और जो किरणें आंखों से 20 सें० मी० पीछे संसृत होती हैं, वे बिना समविधान क्रिया के कृष्ण-पटल पर केन्द्रित होती हैं। बाहर के काम के लिए किरणें आंख के पीछे 20 सें० मी० की दूरी पर संसृत होना चाहिए, अर्थात् 20 सें० मी० संगमान्तर के लैंस का प्रयोग करना चाहिए। ऐसे व्यक्ति की आंख का गोला छोटा होता है।

पढ़ने के लिए यदि वस्तु 25 सें० मी० (दोषविहीन आंख का निकटतम स्पष्ट-दृष्टि-विन्दु) की दूरी पर व्यवस्थित हो, तो उसका प्रतिबिंब 45 सें० मी० पर लैंस के उसी ओर दिखाई देना चाहिए, अर्थात् $u=25$ सें० मी० और $v=45$ सें० मी०।

$$\therefore \frac{1}{45}-\frac{1}{25}=\frac{1}{f} \quad \text{या,} \quad \frac{1}{f}=\frac{-20}{25\times45} \quad \text{अर्थात्} \quad f=\frac{-25\times45}{20}$$

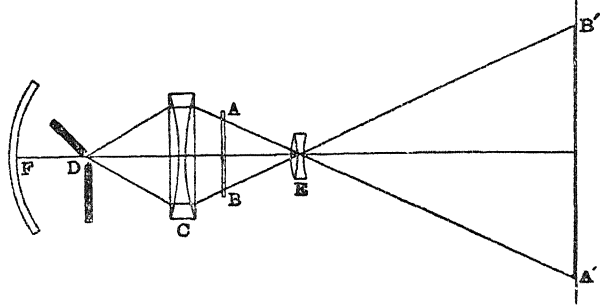
$$=-\frac{225}{4} \text{ सें० मी०} = 56\cdot25 \text{ सें० मी०}।$$

(2) **जरा दृष्टि** (Prespyopia):—अधिक अवस्था होने पर, सब अंग शिथिल हो जाते हैं, और समविधान क्रिया भी शिथिल हो जाती है। लैंस का संगमान्तर

चित्र 121(i)   चित्र 121(ii)

इस क्रिया से इतना कम नहीं किया जा सकता है कि निकटवर्ती वस्तुएं स्पष्ट रूप से संसृत हो सकें। यदि निकटतम स्पष्ट दृष्टि विन्दु 45 सें० मी० हो तो ऊपर दी हुई गणना के अनुसार एक 56·25 सें० मी० संगमान्तर का उतल लैंस काम में लाया जा सकता है।

(3) **निकट दृष्टि** (Myopia):—यदि नेत्र लैंस और कृष्णपटल की दूरी बढ़ जाये, तो समान्तर किरणें कृष्णपटल के सामने संसृत हो जाती हैं। इस दोष को दूर करने के लिए एक अवतल लैंस का उपयोग करना चाहिए। इसका संगमान्तर इतना होना चाहिए कि दूर की वस्तु से आनेवाली समान्तर किरणें दूर-विन्दु से आती हुई प्रतीत हों, जिससे प्रति-

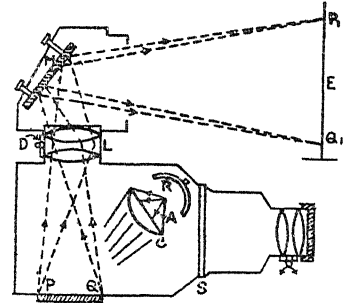
बिंब कृष्णपटल पर बन सके। अर्थात् लैंस का संगमान्तर दूर-विन्दु की दूरी के बराबर होना चाहिए।

जादू की लालटैन (Magic Lantern)—इस उपकरण द्वारा, कांच के स्लाइड पर बने हुए चित्र, पर्दे पर फेंके जा सकते हैं। एक तीव्र दीप्ति-स्रोत (जैसे कार्बन की आर्क)

चित्र 122

से निकल कर किरणें दो बड़े उतल लैंसों द्वारा आर्वातत होकर स्लाइड पर संसृत की जाती हैं। इन लैंसों को संग्राहक लैंस कहते हैं। दीप्ति बढ़ाने के लिये प्रकाश-स्रोत के पीछे एक अवतल दर्पण रखा जाता है। प्रकाश-स्रोत दर्पण के वक्रता केन्द्र पर व्यवस्थित रहता है। दर्पण के तल से परार्वातत होकर किरणें लौटकर प्रकाश-स्रोत पर संकेन्द्रित

चित्र 123

चित्र 124

होती हैं। स्लाइड के सामने एक निर्वर्ण लैंसों का जोड़ा रहता है, जिसके द्वारा स्लाइड पर बने चित्र का स्पष्ट प्रतिबिंब एक पर्दे पर प्राप्त किया जाता है।

इस प्रकार की व्यवस्था में प्रतिबिंब उल्टा दिखाई देगा। सीधा प्रतिबिंब बनाने के लिए एक कांच का त्रिपार्श्व काम में लाते हैं। इसका अनुच्छेद एक समकोणिक समद्विबाहु त्रिभुज है।

अधिवर्धक (Epidiascope):—यह यंत्र एक जादू की लालटेन और एपिस्कोप (episcope) से मिल कर बना है। एपिस्कोप द्वारा साधारण चित्रों,

फोटाग्राफ आदि को किसी सुदूरवर्ती पर्दे पर प्रक्षिप्त किया जाता है। किसी आर्क लैंप से प्रकाश निकल कर, किसी संचक लैंस द्वारा वस्तु पर (मेज पर रखी हुई पुस्तक के चित्र, मानचित्र आदि) डाला जाता है। वस्तु से प्रकाश, ऊपर की ओर चल कर एक लैंस प्रणाली द्वारा एक समतल दर्पण से टकराता है, जिसके चमकीले तल से परावर्तित होकर वह एक पर्दे पर संगमित होता है। समतल दर्पण, क्षितिज से 45° पर व्यवस्थित रहता है। लैंस प्रणाली की दूरी इस प्रकार आयोजित रहती है कि पर्दे पर एक वास्तविक संवर्धित प्रतिबिंब बनता है। दंड चक्री (rack & pinion arrangement) व्यवस्था के द्वारा लैंस और वस्तु की दूरी बदल कर वस्तु का स्पष्ट प्रतिबिंब समुचित आकार का बनाया जा सकता है।

चित्र 125

जब एपिस्कोप में स्लाइड प्रक्षिप्त करने की व्यवस्था हो, (जैसा जादू की लालटेन में) तो उसे अपिवर्धक (Epidiascope) कहते हैं।

हल किये हुए प्रश्न

1. एक दीर्घ दृष्टि वाला पुरुष, वस्तुओं को 60 सें० मी० की दूरी पर, या उसके परे देख सकता है। 25 सें० मी० की दूरी पर व्यवस्थित वस्तुओं को देखने के लिए उसे किस शक्ति के लैंस का प्रयोग करना चाहिए।

लैंस ऐसा होना चाहिए कि जब कोई वस्तु 25 सें० मी० की दूरी पर हो, तो प्रतीयमान प्रतिबिंब 60 सें० मी० की दूरी पर बने। इसलिए, $u=25$ सें० मी०, $=60$ सें० मी०

सूत्र $\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ में इन मानों को प्रकट करने से,

$\frac{1}{60}-\frac{1}{25}=\frac{1}{f}$ या, $f=-\frac{300}{7}$ सें० मी०।

लैंस उतल है। उसकी शक्ति $+2\frac{1}{3}$ डायोप्टर है।

(ii) एक अल्प दृष्टि वाला पुरुष 80 सें० मी० तक साफ-साफ देख सकता है। दूर की वस्तुओं को देखने के लिए उसे किस शक्ति के लैंस का प्रयोग करना चाहिए ?

अवतल लैंस का संगमान्तर, दूरस्थ विन्दु (Far point) की दूरी के बराबर

होना चाहिए। इसलिए अभीष्ट संगमान्तर =80 सें० मी०, और तदनुरूपी शक्ति $-\frac{100}{80}=-1\frac{1}{4}$ डायोप्टर (Dioptres) है।

(iii) एक अल्प दृष्टिवाला व्यक्ति, 15 सें० मी० की दूरी तक साफ साफ देख सकता है। 60 सें० मी० की दूरी पर रखी हुई वस्तु को पढ़ने के लिए उसे किस संगमान्तर का लैंस प्रयुक्त करना चाहिए ?

प्रयुक्त लैंस को 60 सें० मी० पर रखी हुई वस्तु को प्रतिबिंब 15 सें० मी० की दूरी पर बना चाहिए।

$$\therefore \frac{1}{15}-\frac{1}{60}=1/f \quad \text{या, } f=+20 \text{ सें० मी०}$$

2. एक ज्योतिषीय दूरबीन के अभिदृश्य और अभिनेत्र के संगमान्तर क्रमशः 10 इंच और 1 इंच हैं। उपदृश्य से 5 फीट की दूरी पर व्यवस्थित पदार्थ को दूरबीन से संगमित करते हैं। अन्तिम प्रतिबिंब आंख से० 10 इं० दूर बनता है। दूरबीन की लंबाई और अभिवर्धन (magnification) ज्ञात करो। (**पटना**, '42)

मान लीजिए, अभिदृश्य द्वारा निर्मित प्रतिबिंब की, अभिदृश्य से दूरी v_1 है।

$$\therefore \frac{1}{v_1}-\frac{1}{5\times 12}=-\frac{1}{10} \qquad (\because u_1=5'=5\times 12''=60'')$$

$$\therefore \frac{1}{v_1}=\frac{1}{60}-\frac{1}{10}=-\frac{1}{12} \qquad \text{या,} \quad v_1=-12''$$

यह प्रतिबिंब, अभिनेत्र के लिए वस्तु का कार्य करता है।

अभिनेत्र के लिए $v_2=+10''$ क्योंकि अंतिम प्रतिबिंब प्रतीयमान है।

$$\therefore \frac{1}{10}-\frac{1}{u_2}=-\frac{1}{1}$$ (यहां u_2, पहले प्रतिबिंब की अभिनेत्र से दूरी)

$$\therefore \frac{1}{u_2}=\frac{1}{10}+1=\frac{11}{10} \qquad \text{या, } u_2=\frac{10}{11}$$

$\therefore$ दूरबीन की लम्बाई $=u_2$ का संख्यात्मक मान $+v_1$ का संख्यात्मक मान

$$=\left(\frac{10}{11}+12\right)''=12\tfrac{10}{11}''$$

$$\therefore \text{अभिवर्धन}=\frac{v_2}{u_2}\times\frac{v_1}{u_1}=\left(\frac{10}{\frac{10}{11}}\right)\times\left(\frac{12}{60}\right)=\frac{11}{5}=2\cdot 2$$

3·2 इंच संगमान्तर के अभिनेत्र की एक ज्योतिषीय दूरबीन को एक आदमी, जिसकी स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी 10 इंच है, नियंत्रित करता है। यदि किसी दूसरे व्यक्ति की स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी, 15", हो, तो उसे अभिनेत्र को कितना खिसकाना होगा ?

मान लीजिए, पहली और दूसरी स्थितियों में, प्रथम प्रतिबिंब की आंख से दूरियां क्रमशः u_1 और u_2 हैं।

$$\therefore \quad \frac{1}{10}-\frac{1}{u_1}=-\tfrac{1}{2}$$

$$\text{एवं} \quad \frac{1}{15}-\frac{1}{u_2}=-\tfrac{1}{2}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{u_1}=\frac{1}{10}+\frac{1}{2}=\frac{6}{10}=\tfrac{3}{5} \quad \text{या,} \; u_1=\tfrac{5}{3}$$

इसी प्रकार, $\frac{1}{u_2}=\frac{1}{15}+\frac{1}{2}=\frac{2+15}{30}=\frac{17}{30}, \quad \therefore \; u_2=\frac{30}{17}$

अभीष्ट दूरी $=\left(\frac{30}{17}-\frac{5}{3}\right)=\frac{90-85}{51}=\frac{5}{51}''$

4. सामान्य ज्योतिषीय दूरबीन में अभिदृश्य और अभिनेत्र के संगमान्तर क्रमश: 30″ और 2″ हैं। अभिवर्धन शक्ति की गणना करो, जबकि अंतिम प्रतिबिंब (i) बहुत दूर (ii) 10″ की दूरी पर देखा जाता है। प्रत्येक स्थिति में लैंसों के बीच की दूरी निकालो।

प्रत्येक स्थिति में अभिवर्धन, $M=\frac{V}{u}=\frac{F}{u}$ और लैंसों के बीच की दूरी $=F+u$

पहली स्थिति में, $u=f=2''$

$\therefore \; M=\frac{F}{f}=\frac{30}{2}=15$ (यहां F और f संगमान्तरों के संख्यात्मक मान हैं।)

लैंसों के बीच की दूरी $=F+f=(30+2)''=32''$

दूसरी स्थिति में, $v=10$; $\quad \therefore \; \frac{1}{10}=-\frac{1}{u}-\frac{1}{2}$

अर्थात्, $u=\frac{5}{3}$

$$\therefore \; M=\frac{F}{u}=\frac{30}{\frac{5}{3}}=18$$

और लैंसों के बीच की दूरी $=30+\frac{5}{3}=31\frac{2}{3}''$

5. एक नाटकीय दूरबीन (opera glass) में अभिदृश्य और अभिनेत्र के संगमान्तर क्रमश: 4 इंच और $1\frac{1}{2}$ इंच हैं। जब दूर के पदार्थ को संगमित किया जाता है, तो अभिवर्धन शक्ति और लैंस के बीच की दूरी निकालो (**यू० पी० बोर्ड**, '26)

$M=F/f=\frac{4}{1\frac{1}{2}}=\frac{4\times3}{3}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$; अभीष्ट दूरी $=F-f=4-1\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$

प्रश्नावली

1. एक सुदूर मीनार का फोटो लेने को एक केमरा का प्रयोग होता है। सिद्ध करो कि प्रतिबिंब की लम्बाई, लगभग लैंस के संगमान्तर के समानुपाती है ?
2. समझाओ कि :—

   (क) कैसे उतल लैंस से अभिवर्धक (Magnifier) का काम लिया जा सकता है ? उसकी अभिवर्धन शक्ति की परिभाषा करो। चित्र खींच कर समझाओ। (**यू० पी० बोर्ड**,, '46, **कलकत्ता**, '13, **पटना**, '18, '47)

   (ख) पढ़ने वाले लैंस की अभिवर्धन शक्ति, $\frac{1+D-a}{f}$ होती है। (यहां D, स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी है, और f, लैंस का संगमान्तर है। आंख की सबसे अच्छी स्थिति के विषय में तुम्हारे निष्कर्ष क्या हैं ?

   (**यू० पी० बोर्ड**, '19, **देहली**, '42)
3. **यौगिक** अणुवीक्षक का वर्णन करो। चित्र द्वारा अभिवर्धन की क्रिया समझाओ। (**यू० पी० बोर्ड**, '16, '22, '32, **देहली**, '42, **कलकत्ता**, '15, '21, '39, '43, **पंजाब**, '12, **राजस्थान**, '52)
4. किसी अणुवीक्षण यंत्र के वस्तु लैंस का संगमान्तर 1 इंच है, और नेत्र लैंस का $1\frac{1}{9}$ इंच। लैंसों को 4 इंच दूर पर व्यवस्थित किया जाता है, और एक वस्तु पर इस प्रकार संगमित किया जाता है कि नेत्र-लैंस से 10 इंच की दूरी पर एक प्रतीयमान प्रतिबिंब बने। अभिवर्धन शक्ति का कलन करो, और एक चित्र में अक्ष के परे के किसी विन्दु से निकलने वाली दो किरणें का मार्ग प्रदर्शित करो।

   (**लन्दन**, 1909) (**उत्तर**, 20)
5. यदि किसी प्रकाशिकीय लालटेन के प्रक्षेपक लैंस का संगमान्तर 8 इंच है, और वह पर्दे से 15 फीट की दूरी पर स्थित है, तो बताओ कि यदि स्लाइड का आकार $3'' \times 3''$ है, तो चित्र का आकार क्या होगा ? स्लाइड और चित्र की दीप्तियों की तुलना करो। (भुजा 64·5 इंच, 462·2:1)
6. ज्योतिषीय दूरबीन की क्रिया समझाओ ? और उसकी अभिवर्धन शक्ति (magnifying power) का सूत्र निकालो। (**उत्कल**, '51) यदि आखिरी प्रतिबिंब (क) बहुत दूरी पर बने (ख) नेत्र-लैंस से 25 सें० मी० पर बने, तो यंत्र की अभिवर्धन शक्ति ज्ञात करो, जब दूरी का पदार्थ देखा जाता है। प्रत्येक स्थिति में किरण-मार्ग, खींच कर नेत्र-ताल और वस्तु ताल के बीच की दूरी निकालो। (**कलकत्ता**, '50) (**उत्तर**, 20,24)
7. फोटोग्राफिक केमरा या जादू की लालटेन के मुख्य मुख्य भाग क्या हैं ? प्रत्येक भाग की उपयोगिता पर प्रकाश डालो। (**यू० पी० बोर्ड**, '45, **पटना**, '32)
8. प्रत्येक भाग का कार्य बताते हुए छाया-क्षेपित्र ((Epidiascope) की रचना का वर्णन करो। इस यंत्र में से जानेवाली किरणों का मार्ग खींचो।
9. **फोटोग्राफिक केमरा का वर्णन करो, और समझाओ कि इसकी मदद से फोटो कैसे खींची जा सकती है।** (**कलकत्ता**, '34)

मनुष्य की आंख और फोटोग्राफिक केमरे के प्रकाशिकीय प्रबंध की समालोचनात्मक और आलोचनात्मक तुलना करो । (**पटना**, '37)

10. गैलीलियन दूरबीन की ज्योतिषीय दूरबीन से तुलना करो, और उसके फायदे तथा नुकसान को बताओ । उसकी अभिवर्धन शक्ति का सूत्र निकालो ।
(**कलकत्ता**, '32, **गोहाटी**, '49)
सस्ती दूरबीनों में प्रतिबिंब अक्सर रंगीन क्यों होते हैं ? (**ढाका**, '30)

11. स्वच्छ चित्र द्वारा त्रिपार्श्व द्विनेत्री (Prism Binocular) का वर्णन करो, और अन्य दूरबीनों पर इसके लाभ बताओ (**गोहाटी**, '49)

12. आकाशीय (celestial) दूरबीन की रचना का वर्णन करो। क्या संशोधन करने से उसे पार्थिव पदार्थों के देखने योग्य बनाया जा सकता है? (**पटना**, '30)
स्वच्छ चित्र द्वारा समझाओ कि दूरबीन में अभिवर्धन कैसे होता है ?
(**ढाका**, '28, **कलकत्ता**, '32)

13. एक ऐसी सामान्य दूरबीन की रचना का वर्णन करो, जो दूरस्थ वस्तुओं का सीधा प्रतिबिंब दे । (**ढाका**, '30)
1 इंच संगमान्तर के नेत्र-लैंस की एक ज्योतिषीय दूरबीन को एक आदमी, जिसकी स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी 9 इंच है, नियंत्रित करता है । सिद्ध करो कि एक ऐसे आदमी को जिसकी स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी 14 इंच हो, नेत्र लैंस को खिसकाना होगा । (**उत्कल**, '51)

14. समविधान के (accomodation)क्या अर्थ हैं, और यह क्रिया कैसी होती है ?
(**कलकत्ता**, '49)
मनुष्य की आंख के मुख्य दोष क्या है, और उनको कैसे दूर किया जा सकता है ? भिन्न-भिन्न प्रकार के दोष दूर करने वाले चश्मों पर प्रकाश डालिए ।
(**कलकत्ता**, '32, '44, '48, '53, **पटना**, '36, **पंजाब**, '20, **गोहाटी**, '50, **उत्कल**)

15. एक लघु-दृष्टिवाला व्यक्ति उन वस्तुओं को स्पष्ट देख सकता है, जो 5" से कम और 40" से अधिक दूरी पर हों। दूर के पदार्थों को देखने के लिए किस प्रकार के और कितने संगमान्तर के लैंस का प्रयोग करोगे ? इन लैंसों को पहनते समय उसकी स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी क्या होगी ? (**गोहाटी**, '50) (**उत्तर**, 40 इंच संगमान्तर का अवतल दर्पण, $5\frac{5}{7}$ इंच)

16. एक आंख की तुलना में एक जोड़ा आंख का फायदा समझाओ (**पटना**, '43)
तेजी से घूमते हुए पहिए की तीलियां साफ-साफ क्यों नहीं दिखाई देतीं ?
(**गोहाटी**, '50)

17. 'चल-चित्रण' (Cinematograph) का सिद्धान्त समझाओ (**ढाका**, '42)

अध्याय 8

प्रकाश का वेग और उसकी प्रकृति

(Velocity and Nature of Light)

जब हम बन्दूक छोड़ते हैं, तो पहले हमको चमक दिखाई देती है, और गर्जन-तर्जन बाद में। इससे स्पष्ट है कि प्रकाश का वेग, ध्वनि के वेग से कहीं अधिक है।

प्रकाश अनंत वेग सम्पन्न प्रतीत होता है। पहले ज्योतिषीय गणना द्वारा यह सिद्ध किया गया कि प्रकाश का वेग एक स्थिरांक होता है, और इतना अधिक है कि उसे अत्यन्त गंभीर उपायों द्वारा निकाला जा सकता है। यह निर्धारित किया गया है कि यह वेग 1,86000 मील प्रति सेकंड अथवा 3×10^{10} सें० मी० प्रति सेकंड है।

(1) **रोमर की विधि** (Romer's method) :—डैनिश ज्योतिषी रोमर ने 1676 में जूपिटर के सबसे निकटवर्ती उपग्रह के क्रमानुवर्ती (successive) ग्रहणों के कालांतरों के निरीक्षण से प्रकाश का वेग निकाला। जूपिटर के चार उपग्रह होते हैं। उपग्रह संपूर्ण परिक्रमा में एक बार ग्रसित होता है। रोमर ने एक वर्ष के निरीक्षणों से पता चलाया कि ग्रहणों का कालांतर बदलता रहता है। (जब जूपिटर उपग्रह और सूर्य के बीच प्रच्छाया में आ जाता है, तब ग्रहण पड़ता है।)

जूपिटर 11.86 वर्ष में सूर्य की एक परिक्रमा करता है। मान लीजिए E_1J_1, E_2J_2 और E_3J_3 स्थितियों में सूर्य, पृथ्वी और जूपिटर एक सीध में आ जाते हैं। पहली और तीसरी स्थितियों में पृथ्वी और जूपिटर सूर्य के एक ही ओर पड़ते हैं और उनमें न्यूनतम दूरी होती है। दूसरी स्थिति में, सूर्य, पृथ्वी, और जूपिटर के बीच में आ पड़ता है। तब जूपिटर की पृथ्वी से दूरी सबसे अधिक होती है। इन तीनों स्थितियों को क्रमवत् प्राप्त करने में पृथ्वी को एक साल से कुछ अधिक समय लगता है। रोमर ने देखा कि आनुक्रमिक ग्रासों के बीच का समय पृथ्वी की E_1 के निकटवर्ती स्थिति में सबसे कम होता है, और पहले यह बढ़ना शुरू होता है, फिर घटने लगता है। घटते-घटते पृथ्वी की E_2 स्थिति में यह पुनः न्यूनतम हो जाता है। फिर वह बढ़ने लगता है, और कुछ समय पश्चात् घटना शुरू होता है। तब पृथ्वी की E_3 स्थिति में वह फिर न्यूनतम हो जाता है। यह क्रम जारी रहता है। रोमर ने पता चलाया कि यदि E_1 पर ग्रहण को पहला ग्रहण मान लिया जाय, तो E_2 और E_3 वाली स्थितियों के ग्रहणों की क्रमसंख्या 113 वीं और 225 वीं होगी।

यदि दो आनुक्रमिक ग्रहणों के बीच का कालन्तर θ मान लें तो E_1 तथा E_2 की स्थितियों में पहले और n वें ग्रहणों के बीच का कालांतर $(n-1)\theta$ होगा। ग्रहण पृथ्वी पर उतनी देर बाद दिखाई देता है, जितनी देर में सूर्य पृथ्वी और जूपिटर के बीच

की दूरी तै करता है। इसलिए पहले और n वें ग्रहणों के बीच निरीक्षित कालांतर $T_1=(n-1)\theta+E_2J_2/C-E_1J_1/C$. (यहां C प्रकाश का वेग है।)

इसी प्रकार E_2 से E_3 पर पृथ्वी के पहुंचने के समय में $(n-1)$ ग्रहण और पढ़ेंगे। इनके बीच निरीक्षित कालांतर

$$T_2=(n-1)\theta+\frac{E_3J_3}{c}-\frac{E_2J_2}{c}$$

$$\therefore\quad T_1-T_2=\frac{E_2J_2-E_1J_1}{c}-\frac{E_3J_3-E_2J_2}{c}=\frac{E_2J_2-E_1J_1}{c}+\frac{E_2J_2-E_3J_3}{c}$$

अब, $\because$ $E_1J_1-E_2J_2$ और $E_2J_2-E_3J_3$ आपस में बराबर हैं, और इनका मान लगभग पृथ्वी की सूर्य के चारों ओर कक्ष के व्यास D के बराबर है।

$$\therefore\quad T_1-T_2=\frac{2d}{c}.$$

रोमर के अवलोकनों से T_1-T_2 का मान 33 मिनट 12 सेकंड निकला। D का मल्य 191×10^6 मील रखने पर,

$$c=\frac{2\times191\times10^6}{33\cdot2\times60}=191415 \text{ मील प्रति सेकंड निकला।}$$

रोमर ने पृथ्वी की कक्षा को वृत्ताकार मान लिया था। वास्तव में पृथ्वी, दीर्घ-वृत्तीय मार्ग में चलती है और सूर्य उसके एक संगम (focus) पर स्थित होता है। रोमर के समय में कोई अत्यन्त शुद्ध घड़ी नहीं थी। इसलिए साल भर में दो विशिष्ट निरीक्षित कालांतरों के अन्तर का मान बहुत शुद्धता से नहीं निकाला जा सकता था।

(ii) **विक्षेप विधि** (Aberration method)—अंग्रेज ज्योतिषी ब्रैडले (Bradley) ने 50 वर्ष पश्चात् यह देखा कि सुदूरवर्ती तारों का स्थान, सूर्य के चारों ओर पृथ्वी की परिक्रमा के कारण बदल जाता है।

चित्र 126

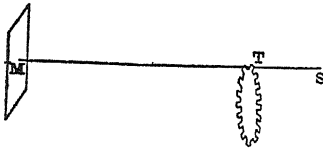
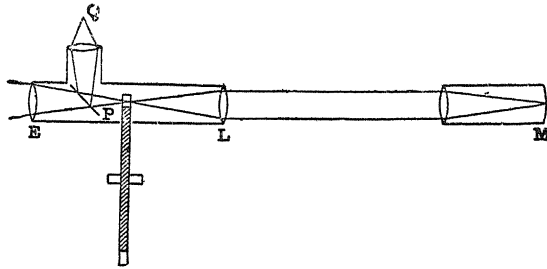
मान लो, प्रकाश BC दिशा में V गति से चल रहा है और दूरबीन इस दिशा में लगा दी गई है, जिससे B पर स्थित तारे का प्रतिबिंब स्वस्तिका सूत्र पर बने। जितने समय में प्रकाश BA मार्ग तै करता है, उतने समय में पृथ्वी v गति से AC दूरी चल लेती है। इसलिए दूरबीन BA के समान्तर DC रेखा पर आ जाता है,और प्रतिबिंब स्वस्तिका सूत्र पर नहीं बनता। यदि दूरबीन को पहले से ही AD के समान्तर B से गुजरने वाली रेखा पर व्यवस्थित कर लें, तो स्वस्तिका सूत्र दिखाई देगा, क्योंकि जितने समय में प्रकाश BA मार्ग तै करेगा, उतने समय में दूरबीन OA दूरी चल लेगी।

($\because$ $OA=AC$) त्रिकोणमिति से,

$$\frac{V}{\sin DAC}=\frac{v}{\sin ADC} \quad \text{या, } V=v\frac{\sin DAC}{\sin ADC}$$

$\angle ADC$ को तारे का विक्षेप-कोण कहते हैं। सब कोणों के माप, ज्योतिषीय गणना पर आधारित हैं। इस प्रकार V का मान निकाला गया।

फिज़ो (Fizeau) की विधि :—मान लो प्रकाश-स्रोत से निकल कर प्रकाश एक दर्पण की ओर जा रहा है और मार्ग में एक दांतेदार पहिया है, जो बड़ी तेजी से घुमाया जा सकता है। प्रकाश, दो दांतों के बीच के गड्ढे में से जाकर दर्पण M पर टकराता है, और अभिलम्बवत् व्यवस्थित होने के कारण अपने ही मार्ग से लौट आता है। अब यदि पहिए को इस गति से घुमा दें कि जितनी देर में प्रकाश पहिए से दर्पण पर जाकर लौट आता है, उतनी देर में रिक्त स्थान की जगह पर अनुवर्ती दांत आ जावे,तो आने वाली किरणें रुक जायेंगी और प्रतिबिंब दिखलाई नहीं देगा। पहिए की गति को दुगना, चौगुना आदि करने से प्रति-

चित्र 127

चित्र 128–फिजो की व्यवस्था।

बिंब फिर दिखाई देने लगता है, क्योंकि एक रिक्त स्थान से जाकर लौटने तक दूसरे स्थान से बाहर आ सकेगा। पहिए की दर्पण से दूरी d, कई मील की थी।

जितनी देर में प्रकाश पहिए से दर्पण की ओर जाकर लौट आता है, उतनी देर में रिक्त स्थान पर अनुवर्ती दांत आ जाता है (यदि पहिए की गति वह न्यूनतम गति है, जिसके कारण प्रकाश का दिखाई देना रुक जाता है)। यदि ऐसी अवस्था में एक चक्कर में T समय लगता है, और यदि पहिए पर n दांत और उतने ही गड्ढे खचित हों, (अर्थात् पहिया, कुल $2n$ छोटे और बराबर अवयवों में विभाजित है), तो एक दांत को रिक्त स्थान पर आने में अभीष्ट समय $t=T/2n$.

$$\therefore \quad c=\frac{2d}{t}=\frac{2d\times 2n}{T}=\frac{4nd}{T}$$

फिजो के प्रयोग में पहिए ने एक सेकंड में 12.6 चक्कर लगाए, और *d*, 8633 मीटर था। दांतों की संख्या 720 थी।

$$\therefore\ T=\frac{12\cdot6}{1} \qquad \therefore\ C=\frac{4\times720\times8633}{1/12\cdot6}$$

$$=(4\times720\times8633\times12.6) \text{ मीटर प्रति सेकंड}$$

$$=3\cdot13\times10^{10} \text{ मीटर प्रति सेकंड।}$$

फिजो की व्यवस्था में, प्रकाश, उद्‌गम-स्थल से निकलकर एक कांच की प्लेट पर टकराता है, जो 45° पर व्यवस्थित रहती है। प्लेट से परावर्तित होकर किरणें पहिए के गड्ढे में से निकल कर एक उतल लैंस पर पड़ती है जिसके संगमान्तर पर प्लेट व्यवस्थित रहती है, जहां से समान्तर होने के पश्चात् वह एक दूसरे लैंस पर टकराती हैं। वहां आवर्तित होकर वे उसके संगमान्तर पर रखे हुए एक दर्पण पर केन्द्रित होती हैं। दर्पण का वक्रता अर्धव्यास, दूसरे लैंस के संगमान्तर के बराबर होता है, जिसके कारण प्रकाश अपने ही मार्ग से लौट आता है और पुन: प्लेट पर टकराती है। अधिकतर प्रकाश परावर्तित हो जाता है, पर कुछ प्रकाश प्लेट के दूसरी ओर चला जाता है, और एक लैंस पर आवर्तित होकर आंख द्वारा देखा जा सकता है। जैसा चित्र में दिखाया गया है, पहिया इन लैंसों के संगम पर, उनके बीचोबीच व्यवस्थित रहता है।

यह विधि, रोमर की विधि से अच्छी है क्योंकि इसमें निरीक्षण काल कम रहता है। और सूत्र में सब राशियां सुगमता से नापी जा सकतीं हैं।

इसमें प्रमुख दोष ये हैं (i) सबसे अधिक कठिनाई, पहिए में तीव्र गति का उत्पन्न करना और उसे स्थिर रखना है।

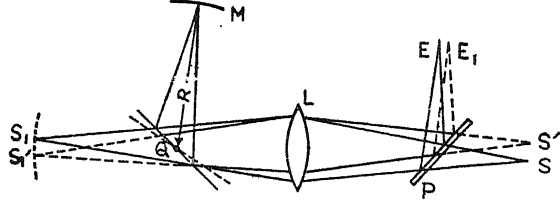
(ii) प्रतिबिंब के लुप्त होने के लिए अभीष्ट गति का मान निर्धारण करना पड़ता है।

(iii) जब प्रकाश के मार्ग में दांत आ जाता है, तो उसके छितर जाने से पृष्ठभूमि की दीप्ति बढ़ जाती है, और प्रतिबिंब अस्पष्ट हो जाता है।

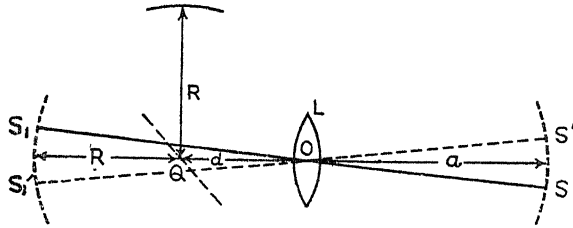
(iv) प्रयोग के लिए एक बहुत बड़े खुले मैदान की आवश्यकता होती है। इतने बड़े मैदान में प्रकाश का बहुत भाग शोषित हो जाता है।

(v) शीशे की प्लेट से परावर्तन के कारण, बहुत-सा प्रकाश नष्ट हो जाता है।

फोको की विधि (Focaults method) :—एक आयताकार विवर से निकल कर सूर्य का प्रकाश एक समतल समान्तर शीशे की प्लेट पर पड़ता है। उसका कुछ भाग प्लेट में से निकल कर एक वर्ण-दोष से विमुक्त उतल लैंस पर पड़ता है। वहां से चल कर वह एक समतल दर्पण पर टकराता है, जिसे तेजी से घुमाया जाता है। यह दर्पण एक अवतल दर्पण के वक्रता केन्द्र पर व्यवस्थित रहता है। अधिकतर प्रकाश,

समतल दर्पण से परावर्तित होता है। परावर्तित होकर वह अवतल दर्पण पर अभिलंबवत् गिरता है, और उसी मार्ग से पीछे लौटकर शीशे की प्लेट से टकराता है। फिर

चित्र 129

परावर्तन के पश्चात् स्रोत S का एक वास्तविक प्रतिबिंब किनारे की ओर E पर बनता है। यदि समतल दर्पण को तीव्रगति से घुमाया जाय, तो जितनी देर में प्रकाश, वहां से, अवतल दर्पण की ओर जाकर परावर्तित होकर लौट आता है, उतनी देर में वह कुछ कोण $\theta°$ घूम जाता है, और प्रतिबिंब E से हटकर E_1 पर दिखाई देने लगता है।

मान लो कि लैंस की विवर से दूरी a और दर्पण से दूरी d है। अवतल दर्पण से परावर्तित होकर लौटने के पश्चात् प्रकाश पुनः समतल दर्पण से टकराता है, और एक

चित्र 130

प्रतीयमान विन्दु से आता हुआ प्रतीत होती है, जो समतल दर्पण से उतना ही पीछे की ओर पड़ता है, जितनी दूर एक दूसरे से दर्पण व्यवस्थित होते हैं। अस्तु जो किरणावलि, E और E_1 पर प्रतिबिंब बनाती है, वह S_1 और S_1' से आती हुई प्रतीत होती है।

चित्रानुसार, $\dfrac{SS'}{S_1S_1'} = \dfrac{a}{R+d}$ लगभग।

जब कोई परावर्तक तल θ घूमता है, तो परावर्तित प्रकाश 2θ घूम जाता है।

$\therefore\ S_1S_1' = R \times 2\theta.$

$\therefore\ SS' = \dfrac{a}{R+d} R. \times 2\theta,$ 　या $\theta = SS'. \dfrac{(R+d)}{2aR}$

मान लो कि समतल दर्पण n चक्कर प्रति सेकंड करता है, अर्थात् $2\pi n$ रेडियन, एक सेकंड में तै करता है।

$\therefore$ θ रेडियन तै करने का समय $\theta/2\pi n$ सेकंड होगा।

यदि t सेकंड में प्रकाश समतल दर्पण से अवतल दर्पण की ओर जाकर लौट आता है, तो

$$c=\frac{2R}{t} \text{ और } t=\frac{\theta}{2\pi n}$$

$$\therefore \quad c=\frac{2R}{\theta/2\pi n}=\frac{4\pi nR}{\theta}=\frac{4\pi nR\times 2aR}{SS'(R+d)}$$

$$=\frac{8\pi naR^2}{SS'(R+d)}$$

फोको के प्रयोग में प्रतिबिंब का स्थानांतर .6 मि० मी० था।

दोनों दर्पणों के बीच में जल से भरी एक नली रखने पर प्रकाश का वेग जल में निकाला जा सकता है। फोको ने प्रयोग द्वारा सिद्ध किया कि जल का वर्तनांक,

$$=\frac{\text{वायु में प्रकाश का वेग}}{\text{जल में प्रकाश का वेग}}$$

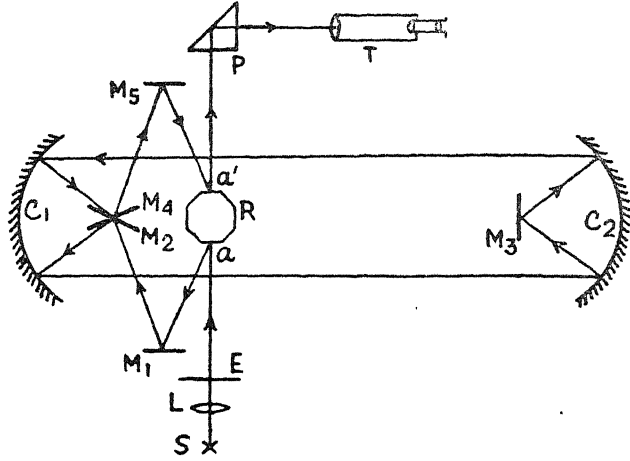
कार्नू (Cornu) के अनुसार, प्रयोग में दो प्रकार की मान्यताएं अशुद्धि उत्पन्न करती हैं (i) कम वेग से घूमने वाले दर्पण के लिए परावर्तन के वही नियम होंगे, जो स्थिर दर्पण के होते हैं। (ii) जिन किरणों से वास्तविक प्रतिबिंब बनता है (जो किरणों के लंबवत् चलता है) उनके परावर्तन के नियम वही होते हैं, जो स्थिर प्रतिबिंब बनानेवाली किरणों के होते हैं।

यह विधि प्रयोगशाला में प्रयुक्त की जा सकती है, और इसके द्वारा प्रकाश का वेग, किसी पारदर्शक माध्यम में निकाला जा सकता है। पर इसमें प्रतिबिंब का स्थानान्तर बहुत कम होता है, और अधिक शुद्धता से निकाला नहीं जा सकता। दूसरे, दर्पणों के बीच की दूरी बढ़ाने से (दूरी बढ़ाने से, प्रतिबिंब का स्थानांतर बढ़ जाता है), प्रतिबिंब की उज्ज्वलता नष्ट हो जाती है, क्योंकि समतल दर्पण के घुमाने से प्रतिबिंब, अवतल दर्पण पर सरकने लगता है और अवतल दर्पण पर प्रकाश बहुत थोड़ी देर ठहरता है

माइकेल्सन की विधि (Michelson's method) :—माइकेल्सन ने प्रयोगों द्वारा प्रकाश के वेग निकालने की एक उत्कृष्ट व्यवस्था की रचना की। ये सब प्रयोग कुछ बातों में एक दूसरे से भिन्न थे। यहां जिस उपकरण का उल्लेख किया जाता है, वह 1926 में प्रयुक्त किया गया था।

किसी तीव्र दीप्ति-स्रोत से निकल कर प्रकाश एक उतल लैंस पर पड़ता है। समान्तर प्रकाशावलि में परिणत होने के पश्चात् वह एक दरार (slit) से निकलता है

और किसी अष्टभुज (octagonal) दर्पण के एक फलक से परावर्तित होता है। इस दर्पण को तीव्र, एक समान गति से घुमाया जाता है। परावर्तित प्रकाश दो स्थिर दर्पणों, M_1 एवं M_2 पर पड़ता है, और फिर एक अवतल दर्पण पर टकराता है, जिसके संगम पर M_2 व्यवस्थित रहता है। इस अवतल दर्पण से परावर्तित होने के पश्चात् वह उसी अक्ष पर व्यवस्थित दूसरे अवतल दर्पण पर गिरता है। इससे परावर्तित प्रकाश एक सम-

चित्र 131

तल दर्पण M_3 (जो उसके संगम पर रहता है) के द्वारा पुनः इस पर पड़ता है। अब परावर्तन के पश्चात् प्रकाश पिछले अवतल दर्पण पर लौटकर परावर्तित होता है। फिर वह दो स्थिर दर्पणों M_4 और M_5 से परावर्तित होकर अष्टभुज के एक फलक पर पड़ता है जो पूर्वोक्त फलक के सामने रहता है। यहां से चल कर प्रकाश एक संपूर्ण परावर्तन उत्पादक त्रिपार्श्व पर पड़ता है। उसमें वह लम्बवत् मुड़ कर एक दूरबीन में प्रवेश करता है। दर्पण M_3 तक जाने में आधा प्रकाशीय मार्ग तै हो जाता है। अष्टभुज दर्पण को घुमाने से दूरबीन में प्रतिबिंब स्थानांतरित हो जाता है। यदि अष्टभुज दर्पण इस गति से घूमे कि जितनी देर में प्रकाश M_3 तक पहुंच जाता है, उतनी देर में उसके परावर्तक फलक के स्थान पर उसका अनुवर्ती फलक आ जाता है, तथा दरार से M_3 तक की दूरी d द्वारा व्यक्त हो, और अष्टभुज दर्पण की गति n चक्कर प्रति सेकंड हो, तो

$$t = \frac{1}{8n} = \frac{2d}{c}$$

($\because$ पूरे चक्कर में $1/n$ सेकंड लगते हैं। एक फलक के स्थान पर अनुवर्ती फलक के आने का समय इसका आठवां भाग होगा।)

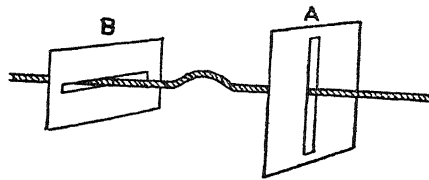
इस स्थिति के आने पर, दूरबीन में प्रतिबिंब वहीं बनेगा, जहां अष्टभुज दर्पण की स्थिरावस्था में बनता था।

पहला अवतल दर्पण माउंट विल्सन, (Mount Wilson) कैलिफोर्निया पर, और दूसरा उससे 22 मील दूर माउंट ऐंटोनियो (Mount Antonio) पर रखे गए थे। पहला अवतल दर्पण 30 फीट संगमान्तर और 2 फीट विवर का था। माइकेल्सन ने प्रकाश का वेग 2.19796×10^{10} सें० मी० वायु में निर्धारित किया।

ध्रुवण (Polarisation)

टूर्मलीन (Tourmaline) की एक पतली प्लेट को दो में काटकर एक टुकड़े को दूसरे पर बिना घुमाए हुए संमितीय स्थिति में रख दो। यह जोड़ा प्रकाश के संचार में बाधा नहीं डालता। अब प्रकाश-दंड को अक्ष मान कर, किसी एक टुकड़े को धीरे-धीरे 90° तक घुमाने से, संचारित (transmitted) प्रकाश की तीव्रता धीरे-धीरे क्षीणतर होती जायगी; 90° घूमने पर प्रकाश बिल्कुल इस समूह द्वारा प्रेषित नहीं हो सकता। अब यदि टूर्मलीन को और घुमाया जाय, तो प्रेषित प्रकाश की तीव्रता बढ़ती जाती है। 180° घूमने पर, प्रारंभिक तीव्रता पुनः प्रकट होती है।

यदि प्रकाश की तरंगों को अनुप्रस्थ (transverse) मान लिया जाय, जो ईथर में संचारित होती हैं, तो इस प्रकार की प्रक्रिया (Phenomenon) को समझा जा सकता है। तरंगों के अनुप्रस्थ होने के कारण, ईथर के कण के कंपन, प्रकाश-दंड के लम्बात्मक प्रत्येक दिशा में समान रूप से होते हैं। एक निश्चित् दिशा में होने वाले कंपनों को ही टूर्मलीन जाने देता है।

अब इस पर एक और प्रकार से विचार करें। यदि एक लंबी रस्सी को क्षैतिज स्थिति में फैला कर अचानक हाथ से प्रहार किया जाय, तो सहवर्ती चित्र में दी हुई आकृति का एक स्पंदन (Pulse) रस्सी की दिशा में चलने लगता है। यह बहुत तेज जाता है, और उसके क्रमवत् संचार को आंख से देखा नहीं जा सकता। पर यदि एक 20 सें० मी० के लगभग लंबी किसी भारी रस्सी को

चित्र 132

एक सिरे पर बांध कर लटकने दिया जाय, तो ढीले सिरे को एक हाथ से पकड़ कर, रस्सी को इस सिरे से थोड़ा ऊपर प्रहारित करने पर स्पंदन पहले चढ़ता हुआ दिखाई देगा, फिर ऊपरी सिरे पर परावर्तित होकर रस्सी से उतरता हुआ मालूम होगा।

अब मान लो कि दो तख्तों में से प्रत्येक में एक एक काट (slots) बना कर उन्हें एक दूसरे से कुछ दूर पर रख दिया जाता है, और इन कांटों में से एक रस्सी आरपार

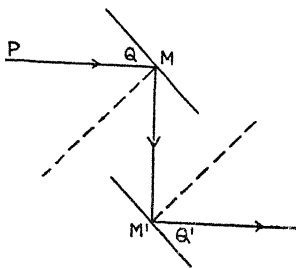
निकाली जाती है। कल्पना करो कि दाहिनी तरफ से A की ओर प्रत्येक संभव समतल (Plane) में स्पंदन अग्रसर हो रहे हैं। यदि स्पंदन का तल काट के समान्तर हो, तो स्पंदन अबाधित रूप से A में से गुजर जायगा। यदि वह काट से झुका हुआ हो, तो केवल काट के समान्तर अवयव जाने पायगा। यदि वह काट के लम्बवत् हो, तो वह पूर्णतः रुक जायगा। अब कल्पना करो कि दूसरा काट, पहले के लंबात्मक है; इस स्थिति में जो स्पंदन पहले काट में से निकलेंगे, वे दूसरे से रुक जायेंगे, और इसका परिणाम यह होगा कि किसी प्रकार के स्पंदन संचारित न होंगे। टूर्मलीन का रवा भी एक पतले काट की भांति कार्य करता है। इसमें से प्रेषित प्रकाश ध्रुवित प्रकाश (Polarised light) कहलाता है, क्योंकि वह ईथर के कणों के अनुप्रस्थ कंपनों से उत्पन्न होता है। ये सब कण एक निश्चित समतल में (रवे के तल में) कंपन करते हैं। यदि यह प्रकाश किसी दूसरे टूर्मनील के रवे पर डाला जाय, तो वह प्रकाश को उसी स्थिति में जाने देगा, जब दोनों टूर्मलीन एक ही प्रकार से आयोजित हों। पहले टूर्मलीन को ध्रुवकारक (polariser) और दूसरे को विश्लेषक (analyser) कहते हैं।

ध्रुवित प्रकाश तीन प्रकार का हो सकता है। (क) समतलीय ध्रुवित (plane polarised) (ख) वृत्तीय ध्रुवित (circularly polarised) और (ग) दीर्घवृत्तीय ध्रुवित (elliptically polarised)। ये विभेद, कंपनशील कणों के मार्ग के अनुसार किए गए हैं। टूर्मलीन से गुजरनेवाला प्रकाश समतलीय ध्रुवित होता है। ध्रुवित प्रकाश सामान्य प्रकाश से इस बात में भिन्न होता है कि ईथर के कणों के कंपन एक ही तल में होते हैं।

किसी अधातुमय पदार्थ से परावर्तन द्वारा भी प्रकाश ध्रुवित हो सकता है। जब प्रकाश किसी शीशे की प्लेट से परावर्तित होता है, तो परावर्तित प्रकाश काफी हद तक ध्रुवित होता है। यह ध्रुवण एक निश्चित् आपतन कोण पर सबसे अधिक होता है, जो पदार्थ की प्रकृति के अनुसार भिन्न भिन्न होता है। इस आपतन कोण को ब्रस्टर (Brewster) का कोण कहते हैं।

मान लो कि PQ कोई आपतित किरण है, जो दर्पण M पर टकरा रही है। परावर्तित किरण QQ' समतलीय ध्रुवित होती है। इसमें ध्रुवण का तल और आपतन तल एक ही होता है। (ऊर्जा का संचार सदैव ध्रुवण-तल के लम्बात्मक होता है) इस ध्रुवित प्रकाश को विश्लिष्ट (analyse) करने के लिए दूसरे दर्पण M' का प्रयोग किया जाता है।

चित्र 133

यदि दर्पण M', M के समान्तर रखा जाय (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है), तो परावर्तित

किरण $Q'P'$ उससे साधारण रूप में परावर्तित होगी। पर यदि M' को QQ' रेखा के परितः 90° घुमाया जाय, तो ध्रुवित प्रकाश-दंड का कोई भाग दूसरे दर्पण से परावर्तित न होगा। M' को 90° और घुमाने से ध्रुवित प्रकाश फिर एक बार परावर्तित होगा, और वह क्रिया जारी रहगी।

ब्रेस्टर का नियम :—(Brewster's Law) ब्रेस्टर ने यह मत प्रतिपादित किया कि परावर्तन से ध्रुवण सबसे अधिक तब होता है जब परावर्तित और आर्वातित किरणों के बीच का कोण 90° हो। इस नियम के अनुसार किसी माध्यम का ध्रुवण कोण (polarising angle) वर्तनांक पर निर्भर करता है।

मान लो AB किसी माध्यम की सीमा रेखा (boundary line) है, और QQ' तथा QP' क्रमशः उसकी परावर्तित और आर्वातित किरणें हैं, तथा माध्यम का ध्रुवण कोण i है।

चित्र 134

$\therefore\ i=r$ और $Q'QP'=90°$

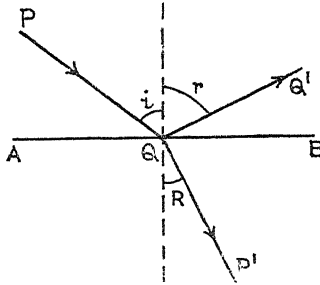
$\therefore\ 90+i+R=180°$

या $i+R=90°$

पर, $\sin i/\sin R=\mu$,

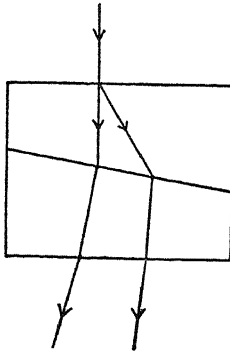
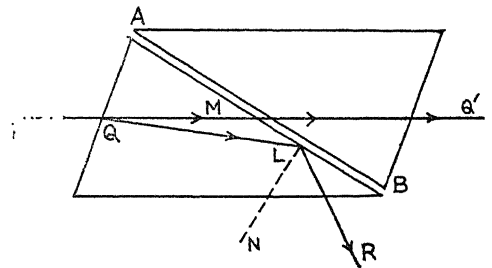
या $\sin i/\sin(90-i)=\mu$

अर्थात् $\mu=\tan i$

इसलिए, ध्रुवण कोण का स्पज्या, वर्तनांक के बराबर होती है।

दुहरा आवर्तन (Double refraction):—जब प्रकाश किसी समरूप (isotropic) माध्यम से दूसरे में प्रवेश करता है, तो किरणें आवर्तन के नियमों के अनुसार आर्वातित होती हैं। कुछ पदार्थ पारदर्शक होते हैं, पर भिन्न भिन्न दिशाओं में उनके भौतिक गुण भिन्न-भिन्न होते हैं। आइसलैण्ड स्पार (रवेदार कैल्शियम क्लोराइड), शकर, क्वार्ट्ज़, टूर्मलीस, सेलीनाइट आदि इस प्रकार के पदार्थ हैं। यदि आइसलैंड स्पार के किसी रवे पर एक पतला प्रकाश दंड डाला जाय, तो कोई किरण आर्वातित होकर दो किरणों में विभक्त हो जाती है। उनमें से एक, आवर्तन के सामान्य नियमों का पालन करती है, जिसके कारण उसे साधारण किरण (ordinary ray) कहते हैं, और दूसरी जिसे असाधारण किरण (extra ordinary ray) कहते हैं, इन नियमों का पालन नहीं करती। पर दोनों किरणें ध्रुवित होती हैं, और उनके ध्रुवण तल एक दूसरे के लंबवर्त होते हैं। कुछ ऐसी दिशाएं भी होती हैं, जिनमें आर्वातित किरण का विभाजन नहीं होता। ये दिशाएं रवे के प्रकाशिकीय अक्षों (optic axis) का निर्धारण करती हैं।

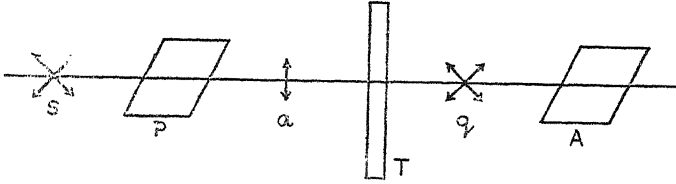
आइसलैंड स्पार के किसी रवे के फलक विषमभुज चतुर्भुज (rhombus) हैं, जिसके आमने-सामने के दो कोण तीन अधिक (obtuse) कोणों से घिरे रहते हैं। किसी एक कोण से गुजरने वाली रेखा, जो कोण बनाने वाले फलकों से समान रूप से झुकी होती है, प्रकाशिकीय अक्ष (optic axis) कहलाती है।

यदि कोई साधारण प्रकाश-दंड किसी आइसलैंड स्पार के रवे पर पड़े, जिसके आमने-सामने के फलक समान्तर हों, तो साधारण और असाधारण निर्गत किरणें एक दूसरे के समान्तर होगी। यदि ये फलक समान्तर न हों, तो दोनों किरणें अप विन्दु होंगी और रवे से दूर हटते हटते एक दूसरे से दूर खिसकती जायेंगी। ऐसे रवे सामान्यतः दुहरे आवर्तन और ध्रुवण के अध्ययन के काम में आते हैं। पर ऐसे त्रिपार्श्व में प्रकाश वर्ण विभाजित (disperse) हो जाता है। इसलिए उसे दूसरे त्रिपार्श्व से मिलाकर एक अवर्णक समूह बनाते हैं। नीचे के चित्र में इस प्रकार के दोहरे प्रतिबिंब वाले त्रिपार्श्व (double image prism) में आवर्तन दिखाया गया है।

निकॉल त्रिपार्श्व (Nicol prism) :—टूर्मलीन प्लेट समतलीय ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करने का अच्छा साधन नहीं है, क्योंकि उसमें प्रेषित प्रकाश हरे रंग का होता है। यदि, आइसलैंड स्तार के रवे से प्राप्त दो प्रकाश दंडों में से एक को किसी प्रकार निकाल दिया जाय, तो वह ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करने का अच्छा साधन हो जायगा। साधारण किरण को पूर्ण परावर्तित करके यह बात की जा सकती है। आइसलैंड स्पार के विषम चतुर्भुजाकार ठोस टुकड़े (Rhomb) को चित्रानुसार एक तल AB से दो भागों में विभक्त करके ऐसा आयोजन किया जा सकता है। इन दो फलकों को कनाडा बाल्सम (Canada Balsam) से चिपका कर संयुक्त किया जा सकता है।

चित्र 135 **चित्र** 136

चित्र में एक किरण PQ, निकॉल त्रिपार्श्व के एक फलक पर पड़ रही है। वह असाधारण और साधारण किरणों में विभक्त हो जाती है। इन्हें क्रमशः QM और

QL द्वारा दिखाया गया है। QL किरण के लिए संपूर्ण परावर्तन तब संभव होगा, जब $\angle QLN$ क्रांतिक कोण से बड़ा हो। पर असाधारण किरण पूर्णतः परावर्तित नहीं हो सकती, और MQ' की सीध में प्रेषित होगी। इसलिए इस विधि से हम MQ' दिशा में पूर्णतः समतलीय ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करेंगे। इस प्रकाश-दंड के कंपन की दिशा, कागज के तल के लम्बवत् होगी।

ध्रुवणदर्शक (Polariscope) :—इस यंत्र में एक ध्रुवक (polariser) और एक विश्लेषक (analyser) होता है। दो टूर्मलीन प्लेट, दो निकॉल त्रिपार्श्व या शीशे के दो समतल दर्पणों से इस प्रकार के उपक्रम की रचना होती है।

चित्र 137

एक ध्रुवक और विश्लेषक को क्रास कर दो अर्थात् लंबवत् आयोजित कर दो (इस स्थिति में ध्रुवक द्वारा प्रेषित प्रकाश बिल्कुल क्षीण हो जाता है)। अब दोनों के बीच में माइका आदि के किसी दोहरे आवर्तक प्लेट को रख कर ध्रुवक पर श्वेत प्रकाश पड़ने दो। विश्लेषक से निकलनेवाला प्रकाश रंग बिरंगा होगा।

यहां S, एक प्रकाश-स्रोत है, जो ध्रुवणमुक्त है, अर्थात् कंपन संचार की दिशा के लम्बवत् होते हैं। जब प्रकाश ध्रुवक से गुजरता है, तो उसमें से केवल एक दिशा में कंपन प्रेषित होंगे। मान लो कि ध्रुवित प्रकाश कागज के तल के लम्बात्मक दिशा में ध्रुवित है, अर्थात् ईथर के कंपन कागज के तल में हैं, जिन्हें तीरों से दिखाया गया है। मान लो कि T, एक माइका की प्लेट है, जो इस प्रकार रखी हुई है कि उसमें से गुजरने वाला प्रकाश, समकोण पर झुके हुए दो कंपनों में विभक्त किया जा सकता है, (ये q पर दिखाए गए हैं) जो ऊर्ध्वाधर से 45° पर झुके होते हैं। इन दोनों के क्षैतिज भाग विश्लेषक से गुजरते हैं। इसलिए T की उपस्थिति से ध्रुवित प्रकाश A (विश्लेषक) से गुजर पाता है।

ये दो अवयव, प्लेट T से भिन्न-भिन्न वेगों से गुजरते हैं, क्योंकि उनके वर्तनांक भिन्न-भिन्न होते हैं। यदि उनके वेगों में इतना अंतर है कि एक का दूसरे के सापेक्ष अवमन्दन, प्रयुक्त प्रकाश के अर्ध तरंगायामों की एक सम (even) संख्या के बराबर है, तो इनके क्षैतिज अवयव व्याहरित (interfere) होकर एक दूसरे को काट देंगे। यदि श्वेत प्रकाश का उपयोग किया जाय, तो प्रेषित प्रकाश से एक ही रंग (जो इस अभीष्टता की पूर्ति करता है) लुप्त होगा। यदि विश्लेषक को 90° घुमाया जाय, तो वे तरंगायाम रुक जाएंगे। जिनके लिए अवमंदन अर्ध तरंगायामों का एक विषम अपवर्त्य

(odd multiple) है। इसलिए दोनों स्थितियों के रंग संपूरक (complementary) होंगे।

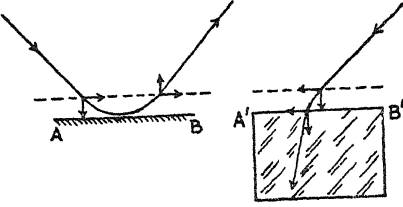
अब ध्रुवक और विश्लेषक के बीच एक क्वार्टज की पतली प्लेट रख दो, जो प्रकाश-अक्ष के लम्बवत् काटी गई है। इस स्थिति में प्रकाश विश्लेषक से गुजर जायेगा, और प्रकाश-दंड की अक्ष के परितः क्वार्टज प्लेट को घुमाने से कोई प्रभाव प्रकाश की तीव्रता पर नहीं पड़ेगा। क्वार्ट्ज प्लेट से गुजरनेवाला प्रकाश दो ध्रुवित दंडों में विभक्त हो जाता है जिनमें ईथर के कण दंड के लंबात्मक होने की बजाय वृत्ताकार पथ में कंपित होते हैं, जनके तल प्रकाश की किरण के लंबात्मक होते हैं। यह ध्रुवित प्रकाश, वृत्तीय ध्रुवित प्रकाश (circularly polarised light) कहलाता है। इन वृत्तीय ध्रुवित अवयवों में से एक प्लेट में जाते समय अवमंदित होता है। प्लेट में से गुजरने पर जब वे पुनः संयोजित होते हैं, तो वे आपतित दंड के कंपनों के तल से भिन्न तल में कंपन करते हैं। यह कहा जाता है कि क्वार्टज प्लेट ध्रुवण तल लुप्त को घुमा देता है। विश्लेषक के घुमाने से निर्गत किरण एक विशेष स्थिति में पूर्णतः (quenched) हो जाती है। इस प्रकार के दोहरे आवर्तक पदार्थ, प्रकाशिकीय रूप से सक्रिय (active) कहे जाते हैं।

ध्रुवक और विश्लेषक के बीच में किसी नली में शकर का घोल रख दो, और विश्लेषक को क्रास (cross) कर दो। घोल से वृत्तीय ध्रुवण (circular polarisation) उत्पन्न होता है। तारपीन, टाटरी, मालिक (Malic) अम्ल आदि भी वृत्तीय ध्रुवण उत्पन्न करते हैं। ध्रुवण के तल का घुमाव सान्द्रता के (concentration) समानुपाती होता है। इस विधि द्वारा घोलों की सान्द्रता निकाली जाती है।

प्रकाश की प्रकृति :—प्रकाश की प्रकृति के विषय में बहुत से मत प्रतिपादित हुए। प्राचीन मतों में सबसे अधिक प्रख्यात मत न्यूटन का था। उसने कणात्मक (corpuscular) सिद्धान्त प्रतिपादित किया। उसके अनुसार प्रकाश अत्यंत सूक्ष्म दीप्त किरणों से मिल कर बना है, और ये कण बन्दूक की गोली की भांति सरल रेखाओं में निकलते हैं।

इस धारणा में प्रारंभिक कठिनाई यह है कि प्रकाश के अत्यधिक वेग के कारण इन कणों का संवेग (Momentum) भी अत्यधिक होगा, जब तक इनकी संहति इतनी कम न हो जिसकी कल्पना भी दुर्लभ है। दूसरे, ग्रहों से परावर्तित होकर सूर्य का प्रकाश उसी वेग से हम तक पहुंचता है, जिससे यह प्रकट है कि संचार की गति प्रकाश-स्रोत पर निर्भर नहीं होती और मार्ग में किसी प्रकार की परिस्थिति के परिवर्तन से प्रभावित नहीं होती।

कोई भी सिद्धान्त तभी सही माना जा सकता है, जब वह प्रयोगात्मक तथ्यों को भली भांति समझा सके। परावर्तन का कारण समझाने के लिए, न्यूटन ने माना कि जब ये कण किसी समांगी (homogeneous) माध्यम में सरल रेखा में चलते हैं, तो परा-

वर्तक तल के निकट इन पर तल से प्रतिसारण का बल कार्य करता है। कणों के वेग को तल के समान्तर और अभिलंब अवयवों में विभक्त करने पर हम देखते हैं कि तल के समान्तर अवयव तो अप्रभावित रहता है, पर अभिलंब अवयव तल के निकट आने से बढ़ते हुए प्रतिसारण के कारण घटता जाता है। अभिलंब वेग शून्य हो जाता है और फिर उसकी दिशा में परिवर्तन हो जाता है। तब वह तल से दूर हटने लगता है। कुछ दूर चले जाने पर तल का प्रभाव समाप्त हो जाता है, और कण एक निश्चित् दिशा में चलने लगते हैं। मान लीजिए, आपतन और परावर्तन कोण क्रमशः i और θ है। यदि माध्यम में प्रकाश का वेग V हो, तो $r \sin i = V \sin \theta$ (तल के समान्तर वेग नहीं बदलता।)

चित्र 138

$\therefore$ $i=\theta V$ अर्थात् आपतन और परावर्तन कोण बराबर होते हैं।

आवर्तन को समझाने के लिए न्यूटन ने माना कि आवर्तक के निकट प्रकाश के कणों पर एक आकर्षण का बल कार्य करता है, जिसके कारण अभिलंब (तल की ओर) वेग बढ़ता जाता है। माध्यम में प्रवेश करने पर जब यह बल कार्य नहीं करता, तो प्रकाश एक निश्चित् दिशा में चला जाता है। यदि माध्यमों में प्रकाश के वेग क्रमशः V_1 और V_2 हों, तथा i और r क्रमशः आपतन और आवर्तन कोण हों, तो $V_1 \sin i = V_2 \sin r$ (क्योंकि तल के समान्तर वेग में परिवर्तन नहीं होता।)

$$\therefore \frac{\sin i}{\sin v} = \frac{V_2}{V_1}$$

सूत्र के अनुसार सघन माध्यम में प्रकाश का वेग अधिक होगा। यह वास्तविकता के बिल्कुल प्रतिकूल है।

न्यूटन की व्याख्या में एक कठिनाई और है। उस स्थिति को समझाना कठिन है, जब किसी तल से परावर्तन और आवर्तन दोनों होते हैं।

न्यूटन के अनुसार, जब कोई कण परावर्तित होता है तो वह अपने पीछे के कण को इस प्रकार प्रभावित कर सकता है कि वह ऐसी परिस्थिति में हो जाय कि तल उसे आकृष्ट (अर्थात् आवर्तित) कर दे। यह बात नितांत अस्वाभाविक मालूम होती है। न्यूटन की मृत्यु के उपरांत यह भी पता चला कि दो प्रकाश दंड एक दूसरे से व्याधित (interfere) होने पर, नष्ट भी हो सकते हैं। दो कण एक दूसरे को नष्ट कर सकते हैं, यह मानना उचित नहीं मालूम होता।

इन सब कारणों से लोगों की श्रद्धा, कणात्मक सिद्धान्त से हट गई और तरंगात्मक सिद्धान्त (wave theory) प्रचलित हुआ, जिसका काफी श्रेय हायगेन्स (Huyghens)

की है । इसके द्वारा परावर्तन, आवर्तन, व्यतिकरण (interference), विवर्तन (diffraction) आदि को समझाया जा सका, पर प्रकाश के मूल तथ्य, सरल रेखात्मक संचार की संतोषजनक व्याख्या न दी जा सकी।

प्रश्न उठता है कि प्रकाश की तरंगें अनदैर्घ्य हैं, या अनुप्रस्थ ? इसका निर्णय तब हुआ जब ध्रुवण (polarisation) की क्रिया का पता चला । यह एक मनोरंजक तथ्य है कि किन्हीं परिस्थितियों में एक दिशा में देखने पर दीप्ति सबसे अधिक मालूम होती है, और किसी लंबात्मक दिशा में सबसे कम । दिशा के अनुसार प्रकाश की तीव्रता के परिवर्तन को यों समझा जा सकता है कि जिन कणों की गति से किसी माध्यम में प्रकाश की ऊर्जा का संचार होता है, उनके कंपन की दिशा में ऊर्जा बिल्कुल नहीं संचारित होती (अर्थात् प्रकाश की तीव्रता शून्य होती है ।) और इसके लंबात्मक दिशा में सबसे अधिक ऊर्जा का संचार होता है ।

तरंगों के संचार को बिना माध्यम के समझना दुर्लभ प्रतीत होता था । प्रकाश का संचार शून्य में भी देखा गया । इसके कारण एक सर्वव्यापी माध्यम, ईथर की कल्पना की गई । प्रकाश के माध्यम, ईथर की कल्पना की गई, प्रकाश के अत्यधिक वेग और ध्रुवण को समझाने के लिए यह माना गया कि ईथर का भार , सब से हल्की गैस से भी कम है, और वह पूर्णतः असंपीड्य है । ये दोनों बातें, क्रमशः ईथर के गैसीय और ठोस स्वरूप को लक्षित करती हैं, जो एक दूसरे के बिल्कुल प्रतिकूल हैं।

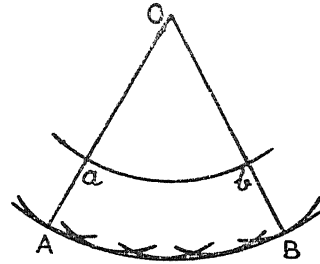
मैक्सवेल (Maxwell) ने गणितीय सूत्रों द्वारा यह सिद्ध किया कि प्रकाश विद्युत् चुम्बकीय क्रिया है, जो शीघ्रता से एकान्तरित (Alternating) 'विस्थापन (displacement) से उत्पन्न होता है । यदि किसी पदार्थ में विपरीत दिशाओं में शीघ्रता से विद्युत् धारा प्रवाहित की जाय, तो चारों ओर के माध्यम में शीघ्रता से विपरीत अवस्थाओं का प्रादुर्भाव होगा । निकटवर्ती माध्यम में, विद्युत् और चुम्बकीय बल एक आवर्त क्रम (periodic) से बदलते हैं, और यह विद्युत्-चुम्बकीय उपद्रव (disturbance) प्रकाश के वेग से चलता है । जब ये कंपन कुछ सीमाओं के भीतर होते हैं, तो वे हमें दिखाई देते हैं, अन्यथा अदृश्य रहते हैं ।

तरंगात्मक सिद्धान्त की कठिनाइयों के कारण दूसरे रूप में कणात्मक सिद्धान्त का पुनरुज्जीवन (revival) हुआ । इसका नाम 'क्वांटम सिद्धान्त' (Quantum Theory) हुआ । इसके जन्मदाता एक जर्मन वैज्ञानिक मैक्स प्लैंक (Max Planck) थे । इस सिद्धान्त के अनुसार, प्रकाश, ऊर्जा के निश्चित समूहों में निकलता है । ये समूह बहुत बड़ी संख्या में निकलते हैं, जिससे निरंतरता का आभास मिलता है । श्वेत प्रकाश में इस प्रकार के अनेकों समूह होते हैं, जो रंग के अनुसार विभिन्न ऊर्जा (अथवा कंपनांकों) के वर्गों में विभक्त किये जा सकते हैं; प्रत्येक वर्ग में लगभग एक बराबर समूह होते हैं । प्रत्येक समूह का आचरण कणात्मक जैसा होता हैं, उसे फोटान (Photon) कहते हैं ।

प्रकाश विद्युतीय प्रभाव (Photo-electric effect) के ज्ञान से तरंगात्मक सिद्धान्त को ठेस मिली। जब पारबैंगनी किरणें धातुमय सोडियम की एक विशिष्ट तह से टकराती हैं, तो इलेक्ट्रेन निकलते हैं। इस क्रिया से कणात्मक स्वरूप लक्षित होता है। अस्तु, कुछ परिस्थितियों में प्रकाश का स्वरूप कणात्मक और अन्य परिस्थितियों में तरंगात्मक प्रकट होता है। इनके सामंजस्य के लिए दे ब्रोग्ली (De Broglie) ने प्रकाश के कण का नाम Wavicle दिया।

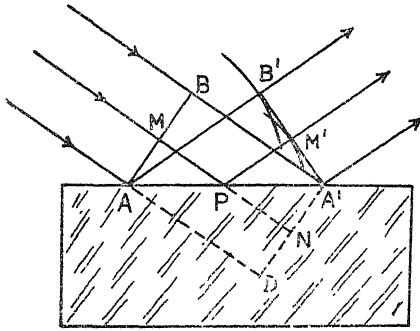
हायगेन के सिद्धान्त (Huyghen's Principle)—हायगेन्स ने प्रकाश संबंधी तथ्यों की व्याख्या के लिए द्वैतीयिक तरंगिकाओं (Wavelets) की धारणा को अपनाया। प्रकाश के तरंगात्मक सिद्धान्त के अनुसार दीप्त पिंड का प्रत्येक विन्दु, उपद्रव (disturbance) का एक केन्द्र होता है, जिससे निकल कर गोलीय तरंगें चारों ओर ईथर में व्याप्त हो जाती हैं और प्रत्येक दिशा में फैलती जाती हैं। गोल की त्रिज्या, वेग के अनुसार बढ़ती है।

हायगेन्स के अनुसार, जब तरंग माध्यम से गुजरती है, तो माध्यम का प्रत्येक कण, उपद्रव का केन्द्र बन जाता है, और उससे द्वैतीयिक तरंगिकाएं निकल कर प्राथमिक तरंग के वेग से चलती हैं।

मान लो कि O एक उपद्रव का केन्द्र है, जिससे तरंगें निकलती हैं। किसी निश्चित् समय पर तरंग-तल (wave-surface) ab पर होगा, जहां प्रत्येक कण एक ही प्रावस्था में है। जब तरंग ab पर पहुंचती है, तो उस पर प्रत्येक कण उपद्रव का एक सूक्ष्म (minute) कण बन जाता है, जिससे निकल कर द्वैतीयिक तरंगिकाएं आगे की ओर बढ़ती हैं। सब द्वैतीयिक तरंगिकाओं को स्पर्श करने वाला तल AB तरंग-तल है। अधिक त्रिज्या के गोलीय तरंग-तल को समतल माना जा सकता है।

चित्र 139

स्पष्ट है कि किरण सदैव तरंग-तल के लम्बवत् होती है, अर्थात् तरंग-तल अपने तल के लम्बवत् ही चलता है।

परावर्तन की व्याख्या :—मान लो AA' दो माध्यमों का पार्थक तल है, जिस पर तिरछी दिशा में एक समतल तरंग-तल (Wave front) AB आपतित है। A पर टकराते ही उससे द्वैतीयिक तरंगिकाएं निकलती हैं, जो ऊपर के माध्यम में उसी वेग से चलती हैं। यदि नीचे का माध्यम पारदर्शक हो, तो कुछ द्वैतीयिक तरंगिकाएं दूसरे माध्यम में भी प्रवेश करती हैं। तरंग तल के भिन्न भिन्न विन्दु, AA' पर भिन्न भिन्न समयों पर टकराएंगे। चित्र 140.

जब B का प्रकाश A' पर पहुंचता है, तो माध्यम के अभाव में M का प्रकाश N पर पहुंचता, पर इससे कुछ समय पहले वह P पर व्याधित होता है, जिसके कारण वह P से द्वैतीयिक तरंगिकाओं में परिणत हो जाता है, जिसके छोर इस समय P से PN दूरी पर होंगे। इसी प्रकार जो प्रकाश इससे भी पूर्व A पर था, वह अपसृत होकर इस समय उस गोल पर व्यवस्थित होगा, जिसका केन्द्र A और त्रिज्या AD है। A' से स्पर्शी तल $A'B'$ खींचो, जो A से अपसृत होने वाले उस तरंग को B' पर स्पर्श करे जो A से परावर्तित तरंगिकाओं के छोर पर उस समय हो, जब B का प्रकाश A' पर पहुंचता है (रचना के अनुसार $AB'=AD$. यदि PM', AB' के समान्तर खींचा जाय, तो हम सिद्ध कर सकते हैं कि $PM'=PN$.

चित्र 140

त्रिभुजों $AA'B$ और $AA'B'$ में, $(\because AD=A'B)$

$AB'=A'B.$

AA' उभयनिष्ट भुजा है

$\angle ABA'=AB'A'$ ($\because$ दोनों समकोण हैं)

$\therefore$ त्रिभुज सर्वत्र सम (congruent) हैं।

$\therefore \angle B'A'A=\angle BAA'=\angle AA'D.$

अब, $\triangle A'PM'$ और $A'PN$,

$\angle PA'M'=\angle PA'N$

$\angle PM'A'=\angle PNA'$ ($\therefore$ दोनों समकोण हैं)

और $A'P$ उभयनिष्ट भुजा है

$\therefore$ त्रिभुज, सर्वत्रसम हैं।

अस्तु, $PM'=PN.$

इससे यह स्पष्ट है कि जिस समय B का प्रकाश A' पर पहुंचता है, उस समय P पर उत्पन्न गोलीय तरंगिकाओं की त्रिज्या PM' हो जाती है। अस्तु $A'B'$, P से परावर्तित तरंग को M' पर स्पर्श करती है। इसी प्रकार $A'B'$,A और A' के बीच के सभी विन्दुओं से अपसृत तरंग-तलों को एक ही समय पर स्पर्श करता है। AB आपतित तरंग-तल है, जिसका परावर्तित तरंग-तल $A'B'$ है।

आपतन कोण, $\angle A'AB$ के बराबर है (∵ आपतित किरण और अभिलंब के बीच का कोण = तरंग-तल और माध्यमों के पार्थक तल के बीच का कोण)

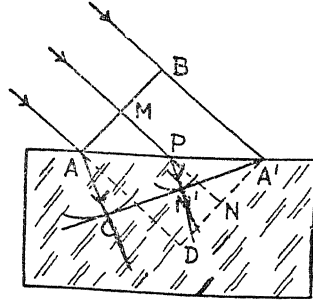
इसी प्रकार, परावर्तन कोण $\angle AA'B'$ के बराबर है।

∵ $\angle A'AB = \angle AA'B'$ इसलिए आपतन-कोण = परावर्तन कोण।

आवर्तन की व्याख्या :—

अब हम उस प्रकाश पर विचार करेंगे, जो दूसरे माध्यम में प्रवेश करता है।

मान लो t समय में, प्रकाश B से A' तक चलता है। यदि पहले माध्यम में प्रकाश का वेग V हो तो $BA' = V_1 t$. दूसरे माध्यम के अभाव में तरंग-तल $A'D$ पर पहुंच जाता $(AD = BA')$

जब प्रकाश A पर पहुंचता है, तो उससे निकल कर द्वैतीयिक तरंगिकाएं V_2 वेग से दूसरे माध्यम में प्रवेश करती हैं। t समय में तरंग दूसरे माध्यम में $AC = V_2 t$ दूरी तै करती है।

चित्र 141

अर्थात् $AD : AC :: v : V$. इसी प्रकार t समय पश्चात् P से चलने वाली तरंग PM' दूरी तै करेगी; यहां

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{PM'}{PN} \quad \text{अर्थात} \quad \frac{AC}{QM'} = \frac{AD}{PN} = \frac{PA'}{AA'}$$

अस्तु, यदि A' से एक तल इस प्रकार खींचा जाय कि वह A से अपसृत होने वाले गोल को स्पर्श करे, तो वह AA' के किसी अन्य विन्दु से अपसृत होनेवाले गोल को भी स्पर्श करेगा। अस्तु आपतित तरंग-तल का आवर्तित तरंग-तल $A'C$ है। $\angle A'AB$ और $AA'C$ क्रमशः आपतन और आवर्तन कोण हैं।

$$\text{अब,} \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin A'AB}{\sin AA'C} = \frac{\sin AA'D}{\sin AA'C} = \frac{AD/AA'}{AC/AA'} = \frac{AD}{AC} = \frac{V_1}{V_2}$$

यह एक स्थिरांक है, जिसे दूसरे माध्यम का, पहले के सापेक्ष वर्तनांक कहते हैं।

प्रचलित शब्दावली के अनुसार, $\mu_{12} = \dfrac{V_1}{V_2}$

अब यदि μ_1 और μ_2, पहले और दूसरे के वर्तनांक हों, (शून्य के सापेक्ष) और V, शून्य में प्रकाश का वेग हो, तो

$$\mu_1 = V/V_1 \text{ और } \mu_2 = V/V_2$$

$$\therefore \quad \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{V_1}{V_2} = \mu_{12}$$

$$\therefore \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \mu_{12} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

आवर्तन का नियम इस प्रकार लिखा जा सकता है :

$$\mu_1 \sin i = \mu_2 \sin r$$

हल किए हुए प्रश्न

1. फीजो की विधि से प्रकाश-वेग ज्ञात करने के एक प्रयोग में दो स्टेशनों के बीच की दूरी 12 किलोमीटर थी। पहिए में 400 दांत थे। पहिया प्रति सेकंड कितने चक्कर लगाए कि किरणों का दूसरे स्टेशन पर ग्रहण हो जाये ? यदि प्रकाश वेग $=3\times 10^{10}$ सें० मी० प्रति सेकंड हो, तो पहिए की कितनी गति पर दूसरा ग्रहण दिखाई देगा ?

(पंजाब, '35)

मान लीजिए अभीष्ट चक्करों की संख्या $=n$ प्रति सेकंड

$\therefore$ एक चक्कर का समय $=1/n$ सेकंड।

अब, $V=\dfrac{2l}{t}$; यहां, $t=\dfrac{1}{n\times 400\times 2}=\dfrac{1}{800n}$

और, $l=12\times 10^5$ सें० मी०

$$\therefore V=\frac{2\times 12\times 10^5}{1/800n}=3\times 10^{10}$$

$$8\times 2\times 12\times 10^7 n=2\times 10^{10}$$

$$\therefore n=\frac{3\times 10^3}{8\times 2\times 12}=\frac{1000}{64}=\frac{125}{4}-15\cdot 625 \text{ प्रति सेकंड।}$$

दूसरे प्रतिबिंब का ग्रहण तब प्रतीत होगा, जब कि इतने ही समय में दो रिक्त स्थान तथा एक दांत हट जायें।

दूसरे ग्रहण के लिए अभीष्ट चक्करों की संख्या $=3\times 15\cdot 625==46.875$ प्रति सेकंड।

2. फूको विधि से किये गये एक प्रयोग में, स्थिर दर्पण, परिभ्रामी दर्पण से 3 किलोमीटर की दूरी पर स्थित था। परिभ्रामी दर्पण 500 चक्कर प्रति सेकंड करता था। लौटती हुई किरण का कोणीय विचलन $7^\circ 12'$ था। प्रकाश का वेग निकालो।

दर्पण का घुमाव $= 3^\circ 36' = 3\frac{3}{5}^\circ = \frac{18}{5}^\circ$

$\because$ $500 \times 360^\circ$ के घुमाव में दर्पण को 1 सेकंड लगता है।

$\therefore$ $\frac{18}{5}^\circ$,, ,, $\frac{18}{5 \times 500 \times 360}$

$$\therefore V = \frac{2l}{t} = \frac{2 \times 3 \times 10^5}{18/(5 \times 500 \times 360)} = \frac{2 \times 3 \times 10^5 \times 5 \times 500 \times 360}{18}$$

$$= \frac{3 \times 5 \times 36 \times 10^9}{18} = 3 \times 10^{10}$$ सें० मी० प्रति सेकंड

प्रश्नावली

1. प्रकाश का वेग निकालने की रोमर की विधि का वर्णन कीजिए। उसका मान क्या है? शून्य में प्रकाश का वेग क्या होगा?
   (**कलकत्ता**, '32, '36, '39, '44, '50, **पटना**, '32)
2. प्रकाश के वेग निर्धारण में प्रमुख कठिनाइयां क्या हैं? वेग निर्धारण की ज्योतिषीय एवं पार्थिव विधियों में कौन अधिक श्रेष्ठ और विश्वसनीय हैं? यह कैसे सिद्ध करोगे कि प्रकाश सीमित वेग से सरल रेखा में चलता है?
3. प्रयोगशाला में प्रकाश का वेग किस प्रकार निर्धारित करोगे? क्या प्रकाश का वेग, माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करता है? माध्यम के किसी एक प्रकाशिकीय गुण का उल्लेख करो, जिस पर प्रकाश का वेग निर्भर करता है। (**पटना**, '34)
4. प्रकाश का वेग निकालने की किसी एक विधि का विस्तृत विवरण दो।
   (**यू० पी बोर्ड**, '22, '24, '45, **दिल्ली**, '40, '43, **ढाका**, '34 '40, **उत्कल**, '48)
5. प्रकाश का वेग निकालने की फीजो की विधि का वर्णन करो। उसके सिद्धान्त को समझाओ और उपकरण को चित्र द्वारा प्रदर्शित करो। (**पटना**, '20,
6. प्रकाश का वेग निकालने की फोको की विधि का वर्णन करो।
   (**यू० पी० बोर्ड**, '52, **राजस्थान**, '46)
   इसके द्वारा किसी द्रव का वर्तनाक कैसे निकालोगे? अपने कथन की सैद्धान्तिक पुष्टि कीजिए।
7. प्रकाश का वेग निकालने की माइकेल्सन विधि को बताओ। यह विधि श्रेष्ठ क्यों मानी जाती है?
8. सिद्ध करो कि भिन्न-भिन्न माध्यमों में प्रकाश के वर्तन के विषय में अवलोकित बातों, तथा वेग सम्बन्धी तथ्यों से प्रकाश के कणात्मक सिद्धांत की पुष्टि नहीं होती।
   (**कलकत्ता**, '51)
9. सिद्ध करो कि यदि v_1 एवं v_2 दो माध्यमों में क्रमशः प्रकाश के वेग हैं, और i एवं r क्रमशः आपतन तथा वर्तन कोण हों, तो $\sin i/v_1 = \sin r/v_2$ (**ढाका**, '42)

10. परावर्तन और आवर्तन के नियमों को प्रकाश के तरंग सिद्धान्त द्वारा किस प्रकार निकालोगे ? (**कलकत्ता**, '34, '37, **ढाका**, '41)
11. फीजो के यंत्र के पहिए में 720 दांत थे और वह 12.6 चक्कर प्रति सेकंड करता था। जबकि प्रतिबिंब का ग्रहण पड़ा तो पहिए तथा दर्पण के बीच 8.633 किलोमीटर की दूरी थी। प्रकाश का वेग ज्ञात करो।
(**उत्तर**, 3.133×10^{10} सें० मी० प्रति सेकंड) (**राजस्थान**, '31)
12. फूको के एक प्रयोग में स्थिर दर्पण और घूमने वाला दर्पण जिसनें कि परावर्तित किरण का कोणीय विचलन 14.4 है, 8 किलोमीटर की दूरी पर हैं। यदि प्रकाश का वेग 30×10^9 सें० मी० प्रति सेकंड है, तो घूमने वाले दर्पण की गति बताओ।
(**उत्तर**, 375 चक्कर प्रति सेकंड)
13. फूको की विधि से प्रकाश का वेग पानी में निकाला गया था। उसमें दर्पण 540 चक्कर प्रति सेकंड लगाता था और लौटती हुई किरण का कोणीय विचलन 3.88° था। नली जिसमें पानी लिया गया था, 1.15 किलोमीटर लंबी थी। पानी में प्रकाश का वेग ज्ञात करिए। यदि हवा में प्रकाश का वेग 3×10^{10} सें० मी० हो, तो पानी का वर्तनांक ज्ञात करो (2.26×10^{01} सें० मी० प्रति सेकंड 1.33)
14. समतलीय ध्रुवित प्रकाश-दंड (Plane polarised beam of light) से क्या तात्पर्य है? इस प्रकार का प्रकाश दंड कैसे प्राप्त करोगे। (**यू० पी० बोर्ड**, '34)
15. प्रयोगों द्वारा किस प्रकार समतलीय ध्रुवित प्रकाश की उत्पत्ति और पहचान करोगे?
16. प्रकाश की प्रकृति पर एक निबंध लिखो। न्यूटन के कणात्मक सिद्धांत में क्या दोष हैं? विस्तार पूर्वक समझाओ।
17. दोहरे आवर्तन को समझाओ। इससे क्या निष्कर्ष निकाला जा सकता है?